

آموزش ماتریس

دترمینان ماتریس

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM



$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$$

$$\begin{vmatrix} \omega & \mu \\ \varepsilon & \iota \end{vmatrix} = \omega \times \iota - \mu \times \varepsilon$$

$$\begin{vmatrix} \gamma & \mu \\ \iota & \nu \end{vmatrix} = \gamma \times \nu - \iota \times \mu$$

$$\left| \begin{array}{cc|c} \kappa & \omega & 1 \\ \rho & \mu & \mu \\ \gamma & 1 & \omega \end{array} \right|$$

$$\underbrace{(-1)^{1+1}}_{(-1) \times \kappa} \left| \begin{array}{cc|c} \rho & \mu & \mu \\ 1 & \omega & \omega \end{array} \right| + \underbrace{(-1)^{1+\mu}}_{(-1) \times \omega} \left| \begin{array}{cc|c} \rho & \mu & \mu \\ \gamma & \omega & \omega \end{array} \right| + \underbrace{(-1)^{1+\mu}}_{(-1) \times 1} \left| \begin{array}{cc|c} \rho & \mu & \mu \\ \gamma & \mu & 1 \end{array} \right|$$

$$\underbrace{(-1)^{1+\mu}}_{(-1) \times \omega} \left| \begin{array}{cc|c} \rho & \mu & \mu \\ \gamma & \omega & \omega \end{array} \right| + \underbrace{(-1)^{\mu+\mu}}_{(-1) \times \mu} \left| \begin{array}{cc|c} \kappa & 1 & 1 \\ \gamma & \omega & \omega \end{array} \right| + \underbrace{(-1)^{\mu+\mu}}_{(-1)} \left| \begin{array}{cc|c} \kappa & 1 & 1 \\ \rho & \mu & \mu \end{array} \right|$$

$$\begin{vmatrix} \omega & \nu & \rho \\ 0 & 0 & \Sigma \\ 1 & \mu & \eta \end{vmatrix}$$

$$\begin{matrix} i+j \\ (-1) \end{matrix} \times a \times 1 / 1$$

$$0 + 0 + (-1) \times \rho$$

$$= -\rho (1\omega - \nu) = -\rho \times 1\mu$$

1	γ	ω	1	γ	ω
γ	✓	✓	✓	γ	✓
9	1	γ	9	1	1

$$\left(\underline{\underline{\gamma \times \checkmark \times \gamma + \omega \times \checkmark \times 9 + 1 \times \checkmark \times 1}} \right) \ominus \left(\underline{\underline{1 \times \checkmark \times 9 + \gamma \times \checkmark \times 1 + \omega \times \checkmark \times \gamma}} \right)$$

۱- دترمینان ماتریس زیر را بیابید.

$$A = \begin{bmatrix} \begin{array}{|cc|} \hline ۲ & ۳ \\ \hline ۱ & ۲ \\ \hline \end{array} & \begin{array}{|cc|} \hline ۴ & ۲ \\ \hline -۱ & ۱ \\ \hline \end{array} \\ \hline \begin{array}{|cc|} \hline ۱ & ۵ \\ \hline ۲ & ۱۱ \\ \hline \end{array} & \begin{array}{|cc|} \hline ۲ & -۳ \\ \hline ۱ & ۵ \\ \hline \end{array} \\ \hline \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 9 \\ -1 & 13 \end{bmatrix} \rightarrow |A| = 13 + 9 = 19$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۲- دترمینان ماتریس زیر را با استفاده از دستور ساروس محاسبه کنید.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \\ -1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$|A| = \underbrace{(2 \cdot 9 - 12)}_{-12} - \underbrace{(-12 + 12)}_{-12} = -12 + 12 = 0$$

$$\underline{\underline{|A^n|}} = \underline{\underline{|A|}}^n$$

باشد، حاصل $|A^3|$ را محاسبه کنید.

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

۳-اگر

$$|A| = (-1)^{1+1} \times 2 \times \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 2(2-3) = 2$$

$$|A^3| = |A|^3 = 2^3 = 8$$

علی جبر |سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۴- اگر A ماتریسی مربعی از مرتبه ۲ و $A^2 = -I$ باشد، آنگاه $|I - A|$ کدام می تواند باشد؟ ($|A| > 0$)

نتیجه: $|k \cdot A| = k^n \times |A|$ / $|A^n| = |A|^n$

$A^2 = -I \rightarrow |A^2| = |-1 \times I| \rightarrow |A|^2 = (-1)^2 |I| = 1 \rightarrow |A| = 1$

$|I - A|^2 = |(I - A)^2| = |I^2 - 2AI + A^2|$

$= |I^2 - 2AI - I| = |-2AI| = (-2)^2 |A| = 4 \times 1 = 4$

$|I - A| = \pm 2$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

مقدار a کدام است؟

$$\begin{vmatrix} 35 & 4 & 14 \\ 11 & 58 & 10 \\ 1 & a & 7 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 35 & 4 & 14 \\ 12 & 58 & 10 \\ 1 & a & 7 \end{vmatrix}$$

۵-اگر

$$(-1)^{r+1} \times \underline{11} \times \begin{vmatrix} 4 & 14 \\ a & 7 \end{vmatrix} = (-1)^{r+1} \times \underline{12} \times \begin{vmatrix} 4 & 14 \\ a & 7 \end{vmatrix}$$

$$4 \times 7 - 14 \times a = 0 \rightarrow a = \frac{4 \times 7}{14} = 2$$

با شرط $y = x + z$ کدام است؟

$1 + x$	x	$y + z$	۶- حاصل دترمینان
1	y	$z + x$	
1	z	$x + y$	

$$\begin{vmatrix} 1+x & x & x+y+z \\ 1 & y & x+y+z \\ 1 & z & x+y+z \end{vmatrix} = (x+y+z) \begin{vmatrix} 1+x & x & 1 \\ 1 & y & 1 \\ 1 & z & 1 \end{vmatrix}$$

$$= (x+y+z) \begin{vmatrix} x & x & 1 \\ 0 & y & 1 \\ 0 & z & 1 \end{vmatrix} = (x+y+z) (-1) \begin{vmatrix} x & x \\ y & z \end{vmatrix}$$

$$= (x+y+z) (x) (y-z) = y \cdot x \cdot x = yx^2$$

۷- اگر A ماتریس ۳×۳ باشد و $|A| = ۴$ ، آنگاه دترمینان ماتریس $|A| \cdot A$ ، کدام است؟

$$\underline{|A| \cdot A} = |kA| = k^{\mu} \times |A| = k^{\mu} \times k = k^{\mu+1}$$

$$|kA| = k^{\underline{n}} \cdot |A|$$

$\mu \times \mu \rightarrow n = \mu$

۸- مقادیر x از رابطه $\begin{vmatrix} 0 & x-3 & x-2 \\ x+3 & 0 & -4 \\ x+2 & 6 & 0 \end{vmatrix} = 0$ کدام است؟

$$|A| = 0 - (x-3) \begin{vmatrix} x+3 & -4 \\ x+2 & 0 \end{vmatrix} + (x-2) \begin{vmatrix} x+3 & 0 \\ x+2 & 6 \end{vmatrix} = 0$$

$$+ (x-3)(4x+12) + (x-2)(6x+12) = 0$$

$$\rightarrow x^2 + 9x - 4 = 0$$

$$\begin{array}{l} x=1 \\ x=-6 \end{array}$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

یک واحد افزوده شود، به مقدار دترمینان ۶ واحد

$$\begin{vmatrix} 3 & 2 & a \\ 4 & -2 & 7 \\ 0 & 5 & 6 \end{vmatrix}$$

۹- اگر به هر درایه واقع در سطر دوم دترمینان

اضافه می‌شود. a کدام است؟

$$\begin{vmatrix} 3 & 2 & a \\ 4 & -2 & 7 \\ 0 & 5 & 6 \end{vmatrix} = 20a - 119$$

$$\begin{vmatrix} 3 & 2 & a \\ 5 & -1 & 1 \\ 0 & 5 & 4 \end{vmatrix} = 25a - 191$$

$$\rightarrow 20a - 119 + 4 = 25a - 191$$

$$a = 37$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

دارای یک ریشه مضاعف است؟ $\begin{vmatrix} 1 & 0 & x+1 \\ 2 & x+2 & 0 \\ k & 0 & x \end{vmatrix} = 0$ معادله k مقدار کدام به ازای 0 -

$$1 \cdot x \begin{vmatrix} x+2 & 0 \\ 0 & x \end{vmatrix} + 0 + (x+1) \begin{vmatrix} 2 & x+2 \\ k & 0 \end{vmatrix} = 0$$

$$x(x+2) + (x+1)(-k(x+2)) = 0$$

$$\underline{(x+2)} \underline{(x - kx - k)} = 0 \rightarrow -2 + 2k - k = 0 \rightarrow k = 2$$

$$x+2=0 \rightarrow \underline{\underline{x=-2}}$$

۱۱-اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & -3 & 3 \end{bmatrix}$ باشد، آنگاه دترمینان ماتریس $\frac{1}{2}A^3$ کدام است؟

$$\left| \frac{1}{2}A^3 \right| = \left(\frac{1}{2}\right)^3 |A^3| = \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot |A|^3$$

$$|A| = 1(3-0) - 2(6-0) - 1(-6-1) = -2$$

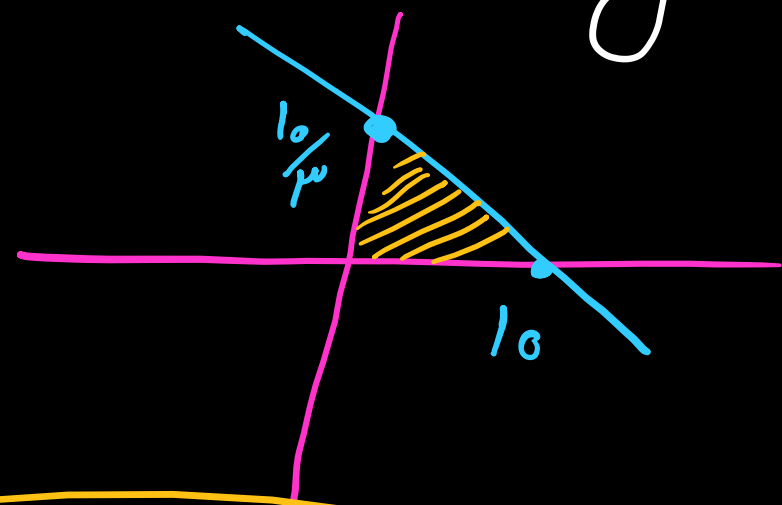
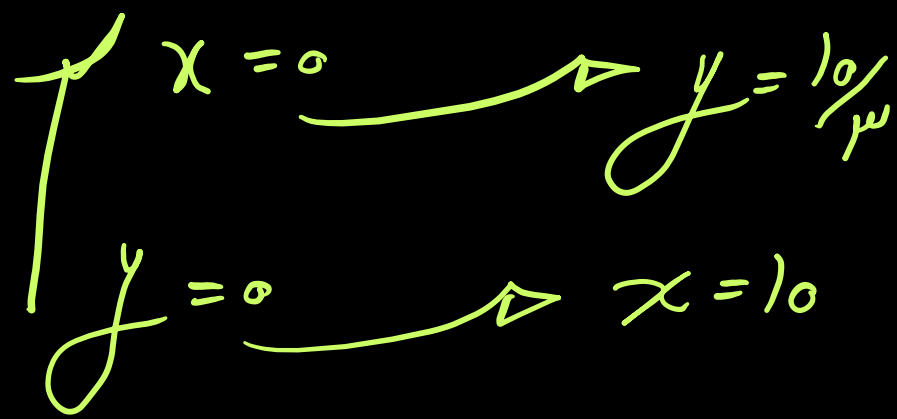
$$\text{جواب} = \frac{1}{8} (-2)^3 = -1$$

و محورهای مختصات کدام است؟

x	y	z
3	-1	0
2	1	1

۱۲- مساحت محدود به نمودار به معادله $= 0$

$$x(-1-0) - y(3-0) + z(3+2) = 0 \rightarrow -x - 3y + 10 = 0$$



$$S = \frac{1}{2} \times \frac{10}{3} \times 10 = \frac{50}{3}$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

برابر کدام است؟

-1	$\cos^2 x$	1
$\sin^2 x$	0	$\cos^2 x$
1	$\sin^2 x$	-1

۱۳- حاصل

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \sin^2 x & 0 & \cos^2 x \\ 1 & \sin^2 x & -1 \end{vmatrix}$$

$$0 - 1 \begin{vmatrix} \sin^2 x & \cos^2 x \\ 1 & -1 \end{vmatrix} + 0 = -(-\sin^2 x - \cos^2 x)$$

$$= -(-1) = +1$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

لاپی سیمار

دارای چند جواب حقیقی است؟

$$14\text{-معادله} \quad \begin{vmatrix} 0 & x-a & x-b \\ a-x & 0 & x-c \\ b-x & c-x & 0 \end{vmatrix} = 0$$

$$0 = (x-a) \left(-(x-c)(b-x) \right) + (x-b) \left((a-x)(c-x) \right) = 0$$

$$-\underbrace{(x-a)(x-c)(x-b)} + \underbrace{(x-b)(x-a)(x-c)} = 0$$

$$-A + A = 0 \rightarrow \underline{\underline{0 = c}}$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۱۵- اگر $A = [a_{ij}]_{2 \times 2}$ و $a_{ij} = \frac{(2i-j)!}{i!j!}$ آنگاه حاصل $|A|A| + |2A|$ کدام است؟

$$A = \begin{bmatrix} \frac{(2-1)!}{1!1!} & \frac{(2-2)!}{1!2!} \\ \frac{(2-1)!}{2!1!} & \frac{(2-2)!}{2!2!} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} \\ 1 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \rightarrow |A| = -1$$

$$|A|A| + |2A| = |-A| + |2A|$$

$$= (-1)^2 |A| + 2^2 |A| = -1 - 4 = -5$$

علی جبر |سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM



Alihashemi_math



Freemath