

آموزش ریاضی

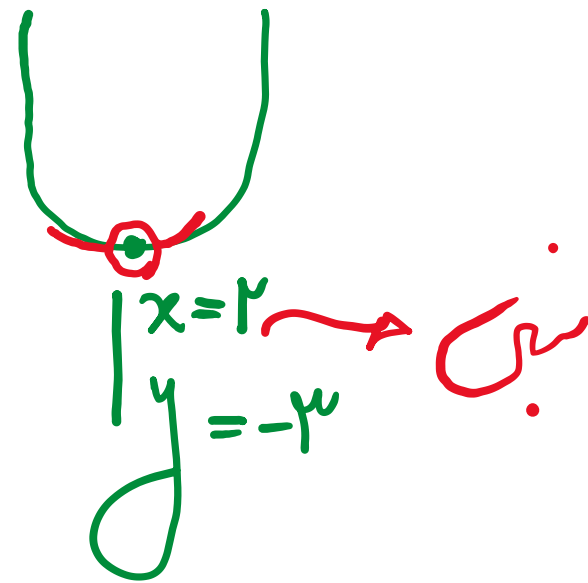
اکستریم مطلق

علی هاشمی

$$y = \underbrace{x^2 - 1x + 1}_{\oplus}$$

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{1}{2} = \underline{1}$$

نقطه $\min \rightarrow y = 1 - 1 + 1$



$$y = x^3 - 3x + 1$$

$$[0 \quad c \quad 1]$$

$$1) y' = 0 \rightarrow 3x^2 - 3 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 1 & \checkmark \\ x = -1 & \times \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} f(1) = 1 - 3 + 1 = -1 \rightarrow \text{min} \text{ محلی} \rightarrow \text{نهایی} \\ f(0) = 0 - 0 + 1 = 1 \\ f(2) = 1 - 6 + 1 = -4 \rightarrow \text{max} \text{ محلی} \end{cases}$$



ماکسیمم مطلق تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \frac{1}{x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 5}$ کدام است؟

$$f'(x) = \frac{-(4x^3 - 12x^2 + 8x)}{(x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 5)^2} \rightarrow 4x^3 - 12x^2 + 8x = 0$$

$$\rightarrow 4x(x^2 - 3x + 2) = 0 \rightarrow \begin{cases} x=0 \rightarrow y = 1/5 \\ x=1 \rightarrow y = 1/4 \\ x=2 \rightarrow y = 1/5 \end{cases}$$

$$f(x) = \frac{1}{x^4(x^2 - 4x + 4) + 5} = \frac{1}{x^4(x-2)^2 + 5}$$

$$\rightarrow f_{max} = 1/5$$



۲) مقادیر ماکسیمم و مینیمم مطلق تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 15x$ در بازه‌ی $[-4, 3]$ ، کدام است؟

$$f' = x^2 - 2x - 15 = 0 \rightarrow (x - 5)(x + 3) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 5 & \times \\ x = -3 & \checkmark \end{cases}$$

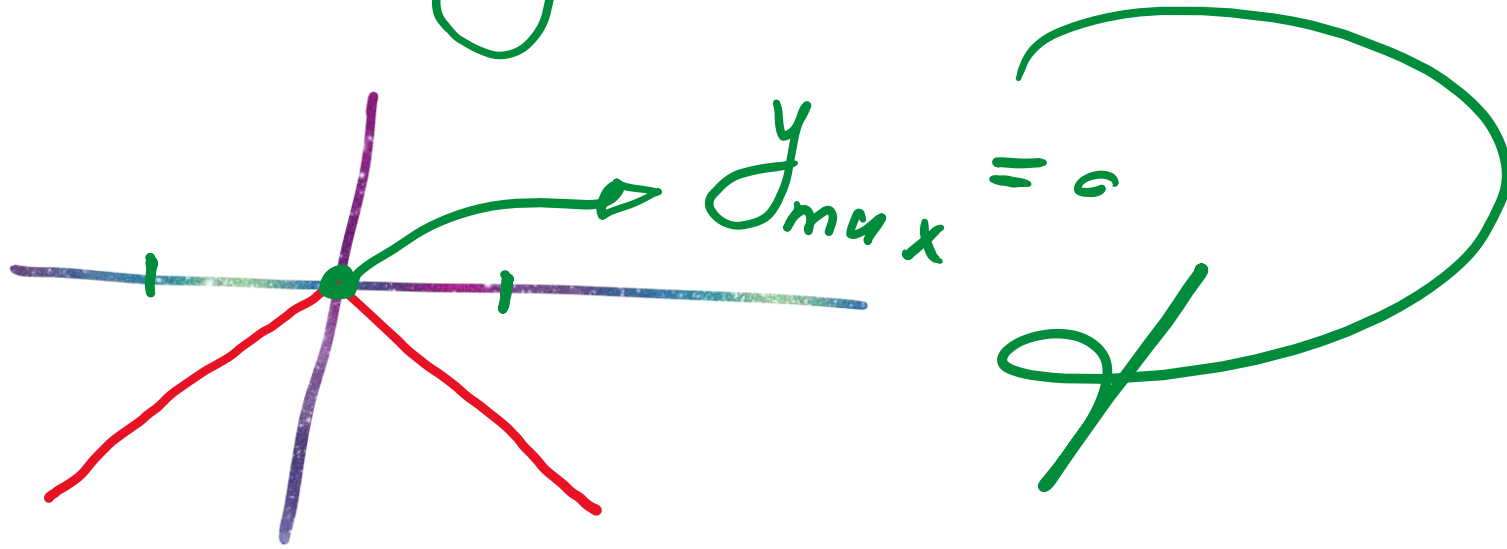
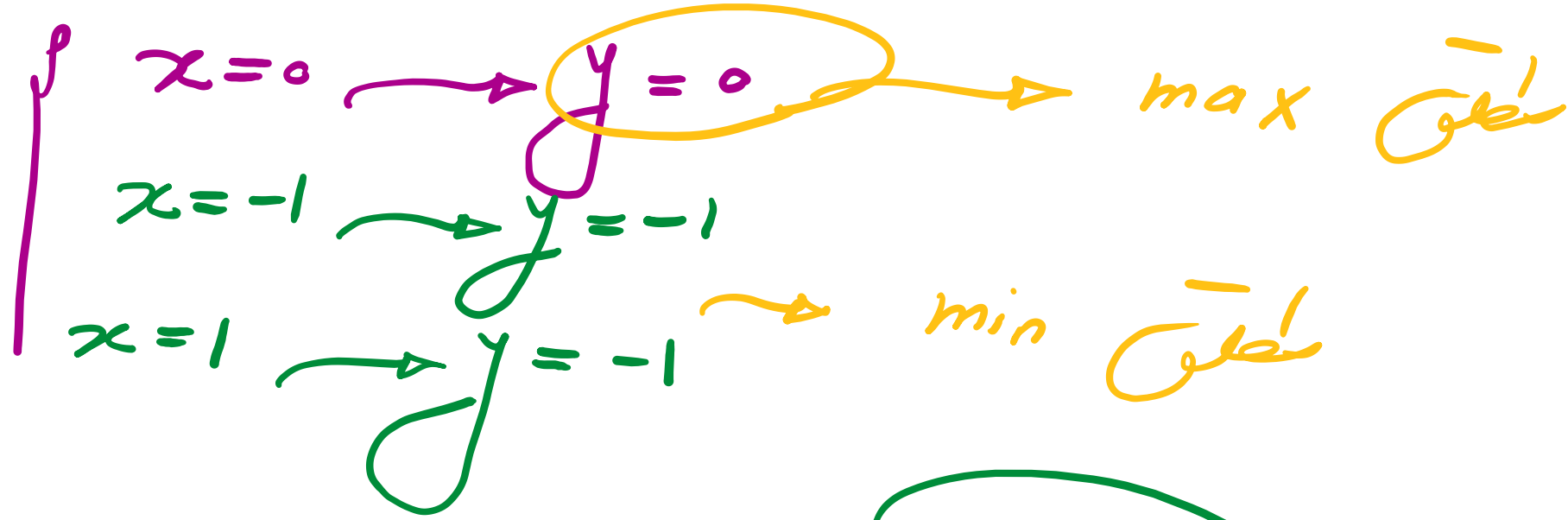
$$f(-3) = -9 - 9 + 45 = 27 \rightarrow \text{مطلق max}$$

$$f(-4) = \frac{-64}{3} - 16 + 60 = \frac{91}{3} \approx 30.3$$

$$f(3) = 9 - 9 - 45 = -45 \rightarrow \text{مطلق min}$$



۳) ماکسیمم تابع $y = -|x|$ در فاصله $[-1, 1]$ چقدر است؟



۴ به ازای کدام مقدار k ، بیشترین مقدار و کمترین مقدار تابع $f(x) = x^3 - 3x^2 + k$ در بازه $[1, 3]$ قرینه‌ی یکدیگرند؟

$$f' = 0 \rightarrow 3x^2 - 6x = 0 \rightarrow 3x(x-2) = 0 \rightarrow \begin{cases} x=0 \text{ } \times \\ x=2 \text{ } \checkmark \end{cases}$$

$$f(2) = 1 - 12 + k = k - 11 \rightarrow \text{min}$$

$$f(1) = 1 - 3 + k = k - 2$$

$$f(3) = 27 - 27 + k = k \rightarrow \text{max}$$

$$k + k - 11 = 0 \rightarrow 2k = 11 \rightarrow k = \frac{11}{2}$$



می نیمم مطلق تابع با ضابطه ی $f(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} - x^2$ روی بازه ی $[-1, 3]$ کدام است؟ ۵

$$f'(x) = 0 \rightarrow x^3 - x^2 - 2x = 0 \rightarrow x(x^2 - x - 2) = 0$$

$$\rightarrow \left. \begin{array}{l} x=0 \\ x=-1 \\ x=2 \end{array} \right\} \rightarrow f(0) = 0$$

$$f(-1) = -\frac{5}{12}$$

$$f(2) = -\frac{1}{12}$$

$$\rightarrow f(3) = \frac{9}{4}$$

min

صغرت - نسبی

max

مطلوب



۶ کمترین مقدار تابع با ضابطه‌ی $f(x) = 1 - \cos^2 x - \sin x$ کدام است؟

$$f(x) = \sin^2 x - \sin x \xrightarrow{A = \sin x} f(x) = \underline{A^2 - A}$$

$$f'(x) = 2A - 1 = 0 \rightarrow A = \frac{1}{2} \rightarrow \sin x = \frac{1}{2}$$

$$\sin x = \frac{1}{2} \rightarrow f = \frac{1}{4} - \frac{1}{2} = \underline{\underline{-\frac{1}{4}}}$$



کمترین مقدار تابع $y = \frac{1}{4}x^4 - x^3 - 2x^2$ کدام است؟ (7)

$$y' = 0 \rightarrow x^3 - 3x^2 - 4x = 0 \rightarrow \underline{x(x^2 - 3x - 4)} = 0$$

$x = 0 \rightarrow y = 0 \rightarrow \text{max}$
 $x = -1 \rightarrow y = -\frac{13}{4}$
 $x = 4 \rightarrow y = \underline{\underline{-\frac{112}{4}}} \rightarrow \underline{\underline{\text{min}}}$



۸ اگر $f(x) = x^2 - 6x$ می نیمم مقدار $f(x+3)$ چقدر است؟

$$1) f(x+3) = (x+3)^2 - 4(x+3) = x^2 + 4x + 9 - 4x - 12 = x^2 - 3$$

$$\rightarrow f(x+3) = x^2 - 3$$

در $x=0$ $f_{\min} = -3$

$$2) x - 3 = 0 \rightarrow x = 3$$

$$x + 3 = 3 \rightarrow x = 0$$



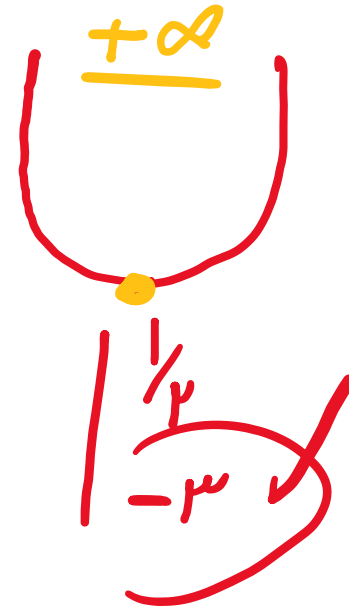
۹ اگر $f(x) = x^2 + 4x + 1$ و $g(x) = 2x - 3$ بیشترین مقدار تابع $f \circ g$ کدام است؟

$$f \circ g = (2x - 3)^2 + 4(2x - 3) + 1 = 4x^2 - 12x + 9 + 8x - 12 + 1$$

$$\rightarrow f \circ g = 4x^2 - 4x - 2$$

مشتق = 0
 $8x - 4 = 0 \rightarrow x = \frac{1}{2}$

$$x = \frac{1}{2} \rightarrow f \circ g = -\frac{15}{4}$$



۱۰ بیشترین مقدار تابع $y = x + \frac{9}{x}$ به ازای مقادیر منفی x کدام است؟

$$y' = 1 - \frac{9}{x^2} = \frac{x^2 - 9}{x^2} \rightarrow \begin{cases} x^2 - 9 = 0 \rightarrow x = \pm 3 \\ x^2 = 0 \rightarrow x = 0 \end{cases}$$

$$x = -3 \rightarrow y = -3 - \frac{9}{-3} = -9$$



خانه ریاضی علی هاشمی

Alihashemi-math.com



Freemath



Alihashemi_math