

آموزش ریاضی

فرمول های مثلثاتی

علی هاشمی

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به سایت خانه ریاضی علی هاشمی است و هرگونه استفاده از این اثر و انتشار آن در پایگاه های مجازی بدون کسب مجوز ممنوع است و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار می گیرند.

Alihashemi-math.com

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$$

$$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$1 + \cot^2 x = \frac{1}{\sin^2 x}$$



اگر $\cot \alpha = 2$ باشد، حاصل عبارت $\frac{\sin^4 \alpha + \cos^3 \alpha \sin \alpha}{4 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}$ کدام است؟

$$\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = 2 \rightarrow \cos \alpha = 2 \sin \alpha$$

$$A = \frac{\sin^4 \alpha + 1 \sin^3 \alpha \cdot \sin \alpha}{4 \sin^2 \alpha \cdot 4 \sin^2 \alpha} = \frac{9 \sin^4 \alpha}{16 \sin^4 \alpha} = \frac{9}{16}$$



۲ به ازای کدام مقدار x تساوی $\cos\left(\frac{\pi}{6} - x\right) + \cos\left(3x + \frac{\pi}{12}\right) = 0$ برقرار است؟

$$\# \cos \alpha + \cos \beta = 0 \rightarrow \alpha + \beta = \pi$$

$$\cos 4^\circ + \cos 11^\circ = \frac{1}{\mu} - \frac{1}{\mu} = 0 \rightarrow 4^\circ + 11^\circ = 15^\circ$$

$$\underline{3x} + \frac{\pi}{\underline{12}} + \frac{\pi}{\underline{6}} - \underline{x} = \pi \xrightarrow{\times 12} 12x + \pi + 2\pi = 12\pi$$

$$\rightarrow 12x = 9\pi \rightarrow x = \frac{9\pi}{12} = \frac{3\pi}{4}$$



اگر $\cos\left(\frac{\sqrt{\pi}}{2} - x\right) + \sin\left(\frac{\sqrt{\pi}}{2} + x\right) = \frac{2}{3}$ باشد، حاصل $\sin^3 x + \cos^3 x$ کدام است؟ (3)

$$\cos\left(\frac{\sqrt{\pi}}{2} - x\right) + \sin\left(\frac{\sqrt{\pi}}{2} + x\right) = -\sin x - \cos x = \frac{2}{3} \Rightarrow \sin x + \cos x = -\frac{2}{3}$$

$$a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b) \Rightarrow \sin^3 x + \cos^3 x = (\sin x + \cos x)^3 - 3\sin x \cos x (\sin x + \cos x)$$

$$\sin^3 x + \cos^3 x = \frac{-8}{27} - 3\left(\frac{-5}{18}\right)\left(-\frac{2}{3}\right) = \frac{-8}{27} - \frac{10}{9} = \frac{-24}{27}$$

$$\sin x + \cos x = -\frac{2}{3} \xrightarrow{\square} \sin^2 x + \cos^2 x + 2\sin x \cos x = \frac{4}{9} \Rightarrow 2\sin x \cos x = -\frac{5}{9}$$

$$\sin x \cdot \cos x = -\frac{5}{18}$$

اگر $\sin^4 x + \cos^4 x = \frac{4}{5}$ باشد، حاصل $\sin^6 x + \cos^6 x$ کدام است؟ ۴

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \quad \text{توان ۳} \rightarrow \sin^3 x + \cos^3 x + 3\sin^2 x \cdot \cos x = 1 \rightarrow 3\sin^2 x \cos x = \frac{1}{5}$$

$$\rightarrow \sin^2 x \cdot \cos x = \frac{1}{15}$$

$$a + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2) \rightarrow \begin{cases} a = \sin^2 x \\ b = \cos^2 x \end{cases}$$

$$\rightarrow \sin^4 x + \cos^4 x = (\sin^2 x + \cos^2 x) \left(\underline{\sin^2 x} - \underline{\sin^2 x \cdot \cos^2 x} + \underline{\cos^2 x} \right)$$

$$\rightarrow \sin^4 x + \cos^4 x = (1) \left(\frac{4}{5} - \frac{1}{5} \right) = \frac{3}{5}$$



حاصل عبارت $\frac{r \sin^3 \alpha}{\cos \alpha - \cos^3 \alpha}$ کدام است؟

$$\frac{r \sin^3 \alpha}{\cos \alpha (1 - \cos^2 \alpha)} = \frac{r \sin^3 \alpha}{\cos \alpha \cdot \sin^2 \alpha} = r \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = r \tan \alpha$$



6 اگر $\tan x + \cot x = -2$ باشد حاصل $\tan^{2n} x + \cot^{2n} x$ کدام است؟ ($n \in \mathbb{N}$)

$$\tan x + \frac{1}{\tan x} = -2 \rightarrow A + \frac{1}{A} = -2 \rightarrow \tan x = -1 \rightarrow \cot x = -1$$

زوج n

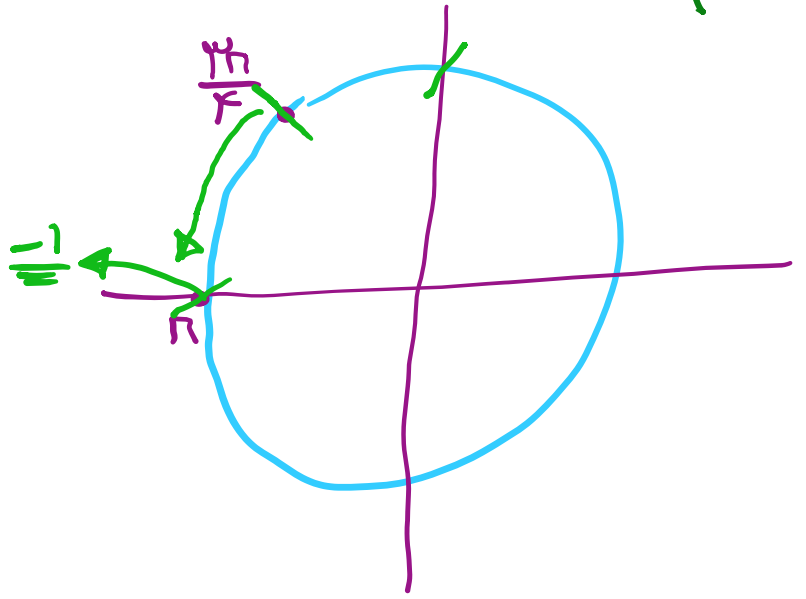
$$\tan^{2n} x + \cot^{2n} x \rightarrow \begin{cases} \text{زوج } n = 1 + 1 = 2 \\ \text{فرد } n = 1 + (-1) = 0 \end{cases}$$



اگر $\sin x \cdot \cos x = -\frac{1}{4}$ و $\frac{3\pi}{4} < x < \pi$ باشد، مقدار $\sin x + \cos x$ کددام است؟ ۷

$A = \sin x + \cos x \rightarrow A^2 = \sin^2 x + \cos^2 x + 2 \sin x \cdot \cos x$

$\rightarrow A^2 = 1 + 2\left(-\frac{1}{4}\right) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \rightarrow A^2 = \frac{1}{2} \rightarrow A = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$



$\sin x + \cos x = -\frac{1}{\sqrt{2}}$

اگر $\sin(\pi + x) = \frac{1}{2} + \sin(\pi - x)$ و انتهای کمان x در ناحیه سوم باشد، حاصل $\cot(\frac{\pi}{2} + x)$ کدام است؟

$$-\sin x = \frac{1}{2} + \sin x \rightarrow \sin x = -\frac{1}{4} \rightarrow \sin x = -\frac{1}{4}$$

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \rightarrow \frac{1}{16} + \cos^2 x = 1 \rightarrow \cos^2 x = \frac{15}{16} \rightarrow \cos x = -\frac{\sqrt{15}}{4}$$

$$\cot\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\tan x = -\frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\text{جواب} = -\left(\frac{-\frac{1}{4}}{-\frac{\sqrt{15}}{4}}\right) = -\frac{1}{\sqrt{15}}$$

کدام است؟ $\frac{\sin(\pi - \theta) + 2 \cos(\pi + \theta)}{2 \sin(2\pi - \theta) + \cos(2\pi + \theta)}$ باشد، حاصل $\frac{\sin(\frac{3\pi}{2} - \theta)}{\cos(\frac{3\pi}{2} + \theta)} = \frac{1}{2}$ اگر $\textcircled{9}$

$$\frac{-\cos\theta}{+\sin\theta} = \frac{1}{2} \rightarrow \cot\theta = \frac{1}{2} \rightarrow \tan\theta = -2$$

$$\frac{+\sin\theta - 2\cos\theta}{-2\sin\theta + \cos\theta} \xrightarrow{\div \cos\theta} A = \frac{\tan\theta - 2}{-2\tan\theta + 1}$$

$$\rightarrow A = \frac{-2 - 2}{-2(-2) + 1} = \frac{-4}{5}$$



۱۰ اگر $\sin x - \cos x = \frac{1}{2}$ آن گاه $2 \sin x \cos x$ کدام است؟

$$\sin x - \cos x = \frac{1}{2} \quad \xrightarrow{\text{توان دوم}} \quad \underbrace{\sin^2 x + \cos^2 x}_{1} - 2 \sin x \cos x = \frac{1}{4}$$

$$\rightarrow -2 \sin x \cdot \cos x = \frac{-1}{4} \quad \rightarrow \quad 2 \sin x \cdot \cos x = \underline{\underline{\frac{1}{4}}}$$



خانه ریاضی علی هاشمی

Alihashemi-math.com



Freemath



Alihashemi_math