



فرمول های اساسی مثلثات

علی جبرا | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به سایت **Algebra.com** است و هرگونه استفاده از این اثر و انتشار آن در پایگاه های مجازی بدون کسب مجوز ممنوع است و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار می گیرند.

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$$

$$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$1 + \cot^2 x = \frac{1}{\sin^2 x}$$

۱- اگر $2 \sin^2 x - 3 \sin x \cos x + 7 \cos^2 x = 3$ باشد، آن گاه مجموع مقادیر ممکن برای $\tan x$ کدام است؟

$$\div \cos^2 x \rightarrow 2 \tan^2 x - 3 \tan x + 7 = \frac{3}{\cos^2 x} = 3(1 + \tan^2 x)$$

$$\rightarrow \tan^2 x + 3 \tan x - 4 = 0$$

$$\rightarrow (\tan x + 4)(\tan x - 1) = 0$$

$$\rightarrow \begin{cases} \tan x = -4 \\ \tan x = 1 \end{cases}$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۲- اگر $\frac{\sin x \cos x}{\sin x - \cos x + 1} = a \sin x + b \cos x + c$ حاصل $a + b + c$ چقدر است؟

$$\frac{\sin x \cdot \cos x}{\sin x - \cos x + 1} \times \frac{(\sin x - \cos x) - 1}{(\sin x - \cos x) - 1} = \frac{\sin x \cdot \cos x (\sin x - \cos x - 1)}{(\sin x - \cos x)^2 - 1}$$

$$= \frac{\sin x \cos x (\sin x - \cos x - 1)}{\sin^2 x + \cos^2 x - 2 \sin x \cos x - 1}$$

$$= \frac{\cancel{\sin x \cos x} (\sin x - \cos x - 1)}{-2 \cancel{\sin x \cos x}}$$

$$= \frac{-1}{2} \sin x + \frac{1}{2} \cos x + \frac{1}{2}$$

$$a + b + c = \frac{1}{2}$$

$$\begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ b = \frac{1}{2} \\ c = \frac{1}{2} \end{cases}$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۳- ساده شده؟ کدام است؟ $\frac{(-\sin x + 1 - \cos x)(\sin x + 1 + \cos x)}{(\tan x + \cot x)}$

$$A = \frac{(1 - (\sin x + \cos x))(1 + (\sin x + \cos x))}{\frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x}} = \frac{1 - (\sin x + \cos x)^2}{\frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin x \cdot \cos x}}$$

$$A = \sin x \cos x \left(1 - (\sin^2 x + \cos^2 x + 2 \sin x \cos x) \right)$$

$$A = \sin x \cos x \left(\cancel{1} - \cancel{1} - 2 \sin x \cos x \right) = -2 \sin^2 x \cdot \cos^2 x$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۴- اگر $\sin x + \cos x = \frac{5}{4}$ باشد، حاصل $\sin x - \cos x$ چقدر می تواند باشد؟

$$\sin x + \cos x = \frac{5}{4} \xrightarrow{\text{توان}} \sin^2 x + \cos^2 x + 2 \sin x \cos x = \frac{25}{16} \rightarrow 2 \sin x \cos x = \frac{9}{16}$$

$$A = \sin x - \cos x \rightarrow A^2 = \sin^2 x + \cos^2 x - 2 \sin x \cos x = 1 - \frac{9}{16} = \frac{7}{16}$$

$$A^2 = \frac{7}{16} \rightarrow A = \pm \frac{\sqrt{7}}{4} \rightarrow \sin x - \cos x = \pm \frac{\sqrt{7}}{4}$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۵- اگر $\tan x = \sqrt{2}$ باشد، مقدار عددی $\frac{3\sin^2 x - 2\cos^2 x + 4}{2\sin^2 x - 1}$ کدام است؟

$$\div \cos^2 x \rightarrow A = \frac{3\tan^2 x - 2 + 4(1 + \tan^2 x)}{2\tan^2 x - 1(1 + \tan^2 x)} = \frac{\sqrt{2}\tan^2 x + 2}{\tan^2 x - 1}$$

$$\tan x = \sqrt{2} \rightarrow A = \frac{\sqrt{2} \times 2 + 2}{2 - 1} = 1\sqrt{2} + 2 = 19$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۶-اگر $\tan \beta = \frac{x+2}{x}$ و $\cot \beta = \frac{3x}{x^2-4}$ باشد، مقدار $\cos \beta$ کدام می‌تواند باشد؟ ($x \neq 0, 2, -2$)

$$\tan x \cdot \cot x = 1 \rightarrow \frac{x+2}{x} \cdot \frac{3x}{x^2-4} = 1 \rightarrow \frac{(x+2)(\cancel{3x})}{\cancel{x}(x-2)(x+2)} = 1$$

$$\rightarrow \frac{3}{x-2} = 1 \rightarrow x-2=3 \rightarrow x=5 \rightarrow \tan \beta = \frac{7}{5}$$

$$1 + \tan^2 \beta = \frac{1}{\cos^2 \beta} \rightarrow 1 + \frac{49}{25} = \frac{1}{\cos^2 \beta} \rightarrow \frac{74}{25} = \frac{1}{\cos^2 \beta}$$

$$\rightarrow \cos^2 \beta = \frac{25}{74} \rightarrow \cos \beta = \pm \frac{5}{\sqrt{74}}$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

$$A = \frac{-2 \sin \theta + 7 \cos \theta}{5 \cos \theta + 4 \sin \theta} \quad \text{۷- اگر شیب خط } 0 = 11 \tan \theta + (5 \cos \theta)y + (3 \sin \theta)x \text{ برابر ۳ باشد، حاصل}$$

$$ax + by = c \rightarrow m = \frac{-a}{b} \rightarrow \frac{-3 \sin \theta}{5 \cos \theta} = 3 \rightarrow \frac{-3}{5} \tan \theta = 3 \rightarrow \tan \theta = -5$$

$$\div \cos \theta \rightarrow A = \frac{-2 \tan \theta + 7}{5 + 4 \tan \theta} = \frac{-2(-5) + 7}{5 + 4(-5)}$$

$$\rightarrow A = -\frac{17}{15}$$

۸- حاصل عبارت $\sin^2 x \left(\frac{1}{1 - \cos x} + \frac{1}{1 + \cos x} \right)$ چقدر است؟

$$A = \sin^2 x \left(\frac{1 + \cos x + 1 - \cos x}{(1 - \cos x)(1 + \cos x)} \right) = \sin^2 x \left(\frac{2}{1 - \cos^2 x} \right)$$

$$A = \frac{2 \sin^2 x}{\sin^2 x} = 2 \rightarrow A = 2$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۹- اگر $\frac{1}{\tan x} + \frac{1}{\cot x} = 3 \tan x$ باشد، حاصل عبارت $\sin^4 x - 2 \sin^2 x + 1$ برابر با چه عددی است؟

$$\frac{1}{\tan x} + \tan x = 3 \tan x \rightarrow 1 + \tan^2 x = 3 \tan^2 x \rightarrow 2 \tan^2 x = 1 \rightarrow \tan^2 x = \frac{1}{2}$$

$$A = \sin^4 x - 2 \sin^2 x + 1 = (\sin^2 x - 1)^2 = (-\cos^2 x)^2 = (\cos^2 x)^2$$

$$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x} \rightarrow 1 + \frac{1}{2} = \frac{1}{\cos^2 x} \rightarrow \frac{1}{\cos^2 x} = \frac{3}{2} \rightarrow \cos^2 x = \frac{2}{3}$$

$$A = (\cos^2 x)^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۱۰- ساده شده عبارت $\frac{1 + \cos x}{1 - \cos x} - \frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}$ کدام است؟

$$A = \frac{(1 + \cos x)^2 - (1 - \cos x)^2}{(1 - \cos x)(1 + \cos x)} = \frac{1 + 2\cos x + \cos^2 x - 1 + 2\cos x - \cos^2 x}{1 - \cos^2 x}$$

$$\rightarrow A = \frac{2\cos x}{\sin^2 x} = \frac{2\cos x}{\sin x} \cdot \frac{1}{\sin x} = \frac{2\cot x}{\sin x}$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۱۱- اگر به ازای هر زاویه حاده θ ، تساوی $\underline{\underline{2\cot^2\theta}} = \cos\theta\left(\frac{a}{1-\cos\theta} + \frac{-b}{1+\cos\theta}\right)$ برقرار باشد حاصل

$a \times b$ چقدر است؟

$$\cos\theta \left(\frac{a + a\cos\theta - b + b\cos\theta}{(1-\cos\theta)(1+\cos\theta)} \right) = \frac{(a-b)\cos\theta + (a+b)\cos^2\theta}{\sin^2\theta}$$

$$= \frac{(a-b)\cos\theta}{\sin^2\theta} + (a+b) \cdot \cot^2\theta$$

$\left\{ \begin{array}{l} a-b=0 \\ a+b=2 \end{array} \right.$

$\left\{ \begin{array}{l} a=1 \\ b=1 \end{array} \right. \rightarrow a \times b = 1$

۱۲- اگر $\sin x + \cos x = \frac{1}{3}$ باشد حاصل $\sin^3 x + \cos^3 x$ چقدر است؟

$$\sin x + \cos x = \frac{1}{3} \xrightarrow{\text{توان ۲}} \sin^2 x + \cos^2 x + 2 \sin x \cos x = \frac{1}{9} \rightarrow 2 \sin x \cos x = \frac{-1}{9}$$

$$\rightarrow \sin x \cdot \cos x = \frac{-\frac{1}{9}}{2}$$

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$\sin^3 x + \cos^3 x = (\sin x + \cos x) (\sin^2 x - \sin x \cos x + \cos^2 x)$$

$$A = \left(\frac{1}{3}\right) \left(1 - \left(\frac{-\frac{1}{9}}{2}\right)\right) = \frac{1}{3} \times \frac{13}{9} = \frac{13}{27}$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۱۳- اگر $\sin x + \cos x = \frac{\sqrt{6}}{2}$ باشد، حاصل $\tan x + \cot x$ کدام است؟

قوانین $\sin^2 x + \cos^2 x + 2 \sin x \cos x = \frac{6}{4} \rightarrow 2 \sin x \cos x = \frac{1}{2} \rightarrow \sin x \cos x = \frac{1}{4}$

$$A = \frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin x \cdot \cos x} = \frac{1}{\sin x \cos x}$$

$$\rightarrow A = \frac{1}{\frac{1}{4}} = 4$$

۱۴- اگر $\frac{\sin^2 x - 2\cos^2 x + 1}{\sin^2 x + 2\cos^2 x - 1} = 4$ باشد، مقدار $\tan^2 x$ چقدر است؟

$$\div \cos^2 x \rightarrow \frac{\tan^2 x - 2 + 1 + \tan^2 x}{\tan^2 x + 2 - 1 - \tan^2 x} = 4 \rightarrow \frac{2\tan^2 x - 1}{1} = 4$$

$$\rightarrow 2\tan^2 x = 5 \rightarrow \tan^2 x = \frac{5}{2}$$

۱۵- حاصل $\cos^4 x - \sin^4 x + 1$ کدام است؟

$$A = (\cos^2 x - \sin^2 x) \left(\frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{1} \right) + 1$$

$$\cos^2 x - (1 - \cos^2 x) + 1 = \cos^2 x - 1 + \cos^2 x + 1$$

$$A = 2\cos^2 x$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۱۶- اگر $\tan x = 2$ ، حاصل $B = \frac{\sin^4 x}{3 + \cos^2 x}$ کدام است؟

$$\div \cos^4 x \rightarrow B = \frac{\tan^4 x}{\frac{3}{(\cos^2 x)^2} + \frac{1}{\cos^2 x}} = \frac{\tan^4 x}{3(1 + \tan^2 x) + 1 + \tan^2 x}$$

$$\tan x = 2 \rightarrow B = \frac{16}{3(5) + 1 + 4} = \frac{16}{10} = \frac{1}{5}$$

$$\frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x$$
$$\frac{1}{(\cos^2 x)^2} = (1 + \tan^2 x)^2 = \frac{1}{\cos^4 x}$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۱۷- اگر $\cot \alpha = 2$ باشد، حاصل $\frac{\sin^4 \alpha + \cos^3 \alpha \sin \alpha}{4 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}$ عبارت کدام است؟

$$\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = 2 \rightarrow \cos \alpha = 2 \sin \alpha$$

$$A = \frac{\sin^4 \alpha + 1 \sin^3 \alpha \cdot \sin \alpha}{4 \sin^2 \alpha \cdot 4 \sin^2 \alpha} = \frac{9 \sin^4 \alpha}{16 \sin^4 \alpha} = \frac{9}{16}$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۱۸- حاصل عبارت $A = \left(1 - \frac{1}{\sin^2 \alpha}\right) \left(1 - \frac{1}{\cos^2 \alpha}\right)$ چقدر است؟

$$A = \left(\frac{\sin^2 \alpha - 1}{\sin^2 \alpha} \right) \left(\frac{\cos^2 \alpha - 1}{\cos^2 \alpha} \right)$$

$$\rightarrow A = \frac{-\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} \cdot \frac{-\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = +1$$

۱۹- عبارت $\left(\sqrt{\frac{1}{\cos x} + \tan x} + \sqrt{\frac{1}{\cos x} - \tan x} \right)^2$ با کدام گزینه برابر است؟

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\cos x} + \cancel{\tan x} + \frac{1}{\cos x} - \cancel{\tan x} + 2 \sqrt{\left(\frac{1}{\cos x} + \tan x \right) \left(\frac{1}{\cos x} - \tan x \right)} \\ &= \frac{2}{\cos x} + 2 \sqrt{\frac{1}{\cos^2 x} - \tan^2 x} = \frac{2}{\cos x} + 2 \sqrt{1 + \cancel{\tan^2 x} - \cancel{\tan^2 x}} \\ &= \frac{2}{\cos x} + 2 \end{aligned}$$

۲۰- اگر θ زاویه‌ای حاده باشد، حاصل عبارت مقابل کدام است؟

$$A = \sqrt{4 - 4 \sin \theta + \sin^2 \theta} + \sqrt{9 + 6 \sin \theta + \sin^2 \theta}$$

$$A = \sqrt{(\sin \theta - 2)^2} + \sqrt{(\sin \theta + 3)^2}$$

$$A = \left| \frac{\sin \theta - 2}{\ominus} \right| + \left| \frac{\sin \theta + 3}{\oplus} \right|$$

$$A = -\sin \theta + 2 + \sin \theta + 3 = 5$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM



Alihashemi_math



Freemath