

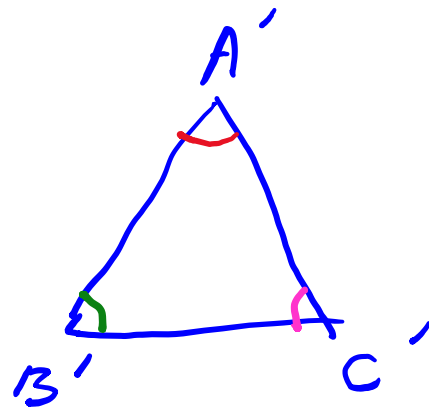
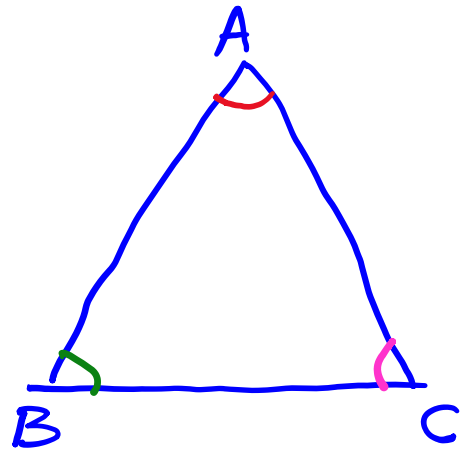
آموزش ریاضی

شروع قصه مثلثات

علی هاشمی

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به سایت خانه ریاضی علی هاشمی است و هرگونه استفاده از این اثر و انتشار آن در پایگاه های مجازی بدون کسب مجوز ممنوع است و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار می گیرند.

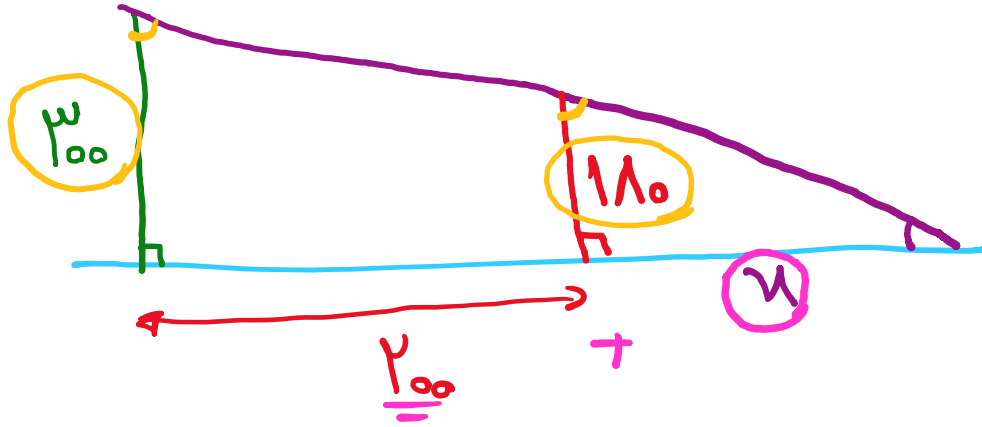
Alihashemi-math.com



$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'}$$



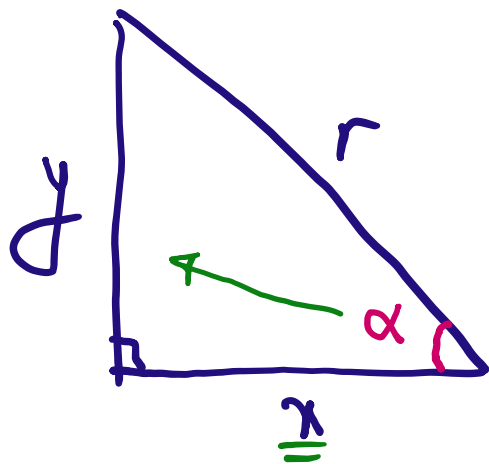
۱. شخصی به طول قد 180 cm در فاصله 2 متری چراغی به طول 3 متر قرار گرفته است، طول سایه‌ی شخص چند متر است؟



$$\frac{\cancel{300}}{\cancel{300}} = \frac{\lambda}{\mu + \lambda} \rightarrow \lambda = \mu + \lambda$$

$$\rightarrow \mu = \lambda \rightarrow \lambda = \mu \text{ cm} = \mu \text{ m}$$





$$x^2 + y^2 = r^2$$

$$\sin \alpha = \frac{y}{r}$$

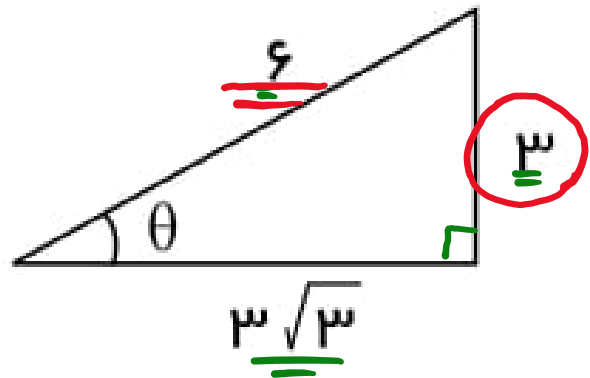
$$\tan \alpha = \frac{y}{x}$$

$$\cos \alpha = \frac{x}{r}$$

$$\cot \alpha = \frac{x}{y}$$



۲. در مثلث زیر، نسبت‌های مثلثاتی زاویه θ را بدست آورید همچنین، اندازه زاویه θ را مشخص کنید.



$$\sin \theta = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\cos \theta = \frac{3\sqrt{3}}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

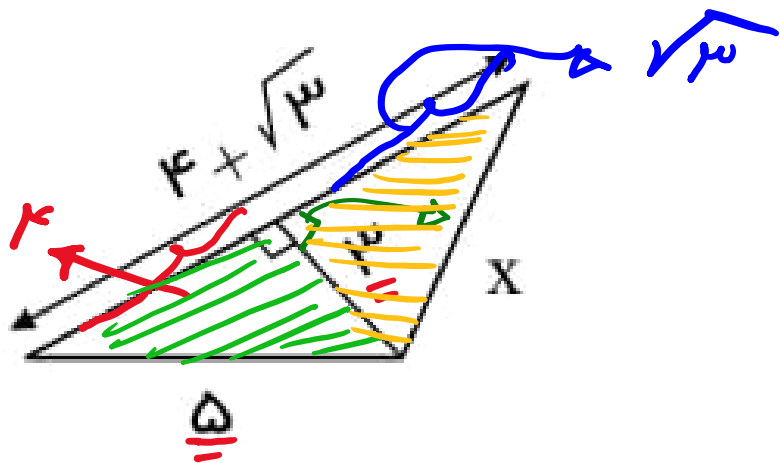
$$\tan \theta = \frac{3}{3\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\cot \theta = \frac{3\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3}$$

$$\theta = 30^\circ$$



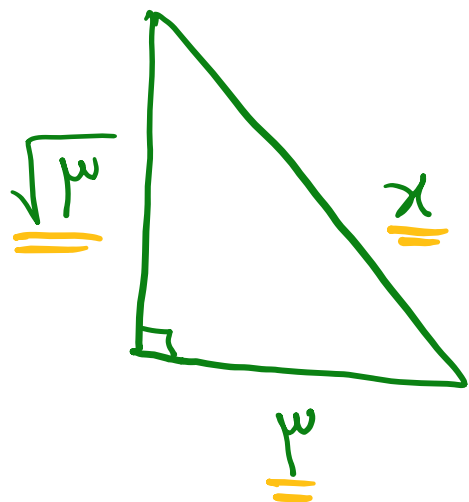
۳. در شکل زیر مقدار x را محاسبه کنید.



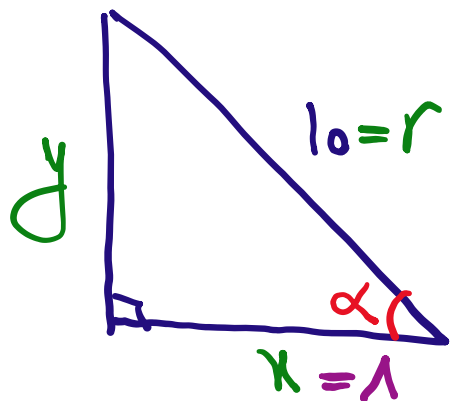
$$x^2 = \sqrt{3}^2 + 3^2$$

$$x^2 = 3 + 9 = 12$$

$$\rightarrow x = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$



۴. مثلث قائم الزاویه‌ای با وتر ۱۰ داریم که در آن کسینوس یک زاویه‌ی حاده ۸/۱۰ است. مساحت مثلث را بدست آورید.



$$\cos \alpha = \frac{1}{10} = \frac{x}{r} = \frac{x}{10} \rightarrow \underline{\underline{x=1}}$$

$$r^2 = x^2 + y^2 \rightarrow 100 = 1 + y^2 \rightarrow y = 9$$

$$\sin \alpha = \frac{9}{10}$$

$$\tan \alpha = \frac{9}{1}$$

$$\cot \alpha = \frac{1}{9}$$

$$S = \frac{1}{2} \times 9 \times 1 = 4.5$$



اندازه زاویه های مثلثاتی

	۳۰	۴۵	۶۰	۰	۹۰	۱۸۰	۲۷۰	۳۶۰
Sinx	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	۰	۱	۰	-۱	۰
Cosx	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	۱	۰	-۱	۰	۱
Tanx	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	۱	$\sqrt{3}$	۰	X	۰	X	۰
Cotx	$\sqrt{3}$	۱	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	X	۰	X	۰	X

$$\sin 30^\circ = \cos 60^\circ \rightarrow \alpha + \beta = 90^\circ \rightarrow \sin \alpha^\circ = \cos \beta^\circ$$



۵. درستی یا نادرستی گزاره زیر را با یک مثال نشان دهید.

✓ "نسبت‌های مثلثاتی برای هر زاویه یکتاست."

$$\sin \underline{30^\circ} = \frac{1}{2} \quad \checkmark$$

$$\tan \underline{45^\circ} = \sqrt{1} \quad \checkmark$$



۶. جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. ($0 < \alpha < 90$)

$$\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} = \cos 45^\circ$$

$$\tan 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\alpha + \beta = 90^\circ \rightarrow \sin \alpha = \cos \beta$$

الف) تنها زاویه α که \sin و \cos برابر دارد 45° است.

ب) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ، تانژانت زاویه ی 60° است.

پ) سینوس زاویه ی 30° برابر $\cos 30^\circ$ است.



۷. درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

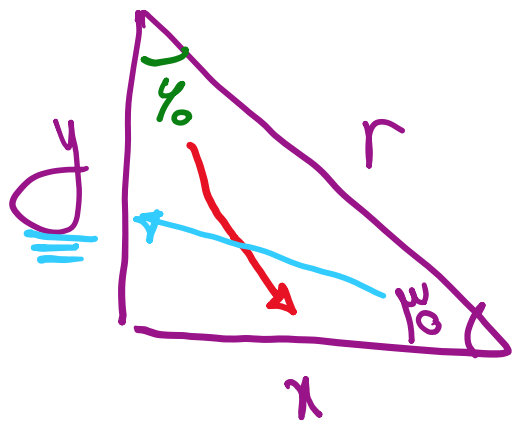
$$\sin 30^\circ = \cos 40^\circ = \frac{1}{4}$$

$$\sin 45^\circ = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin 0^\circ = \cos 90^\circ = 0$$

الف) اگر $\alpha + \beta = 90^\circ$ باشد آنگاه $\sin \alpha = \cos \beta$.

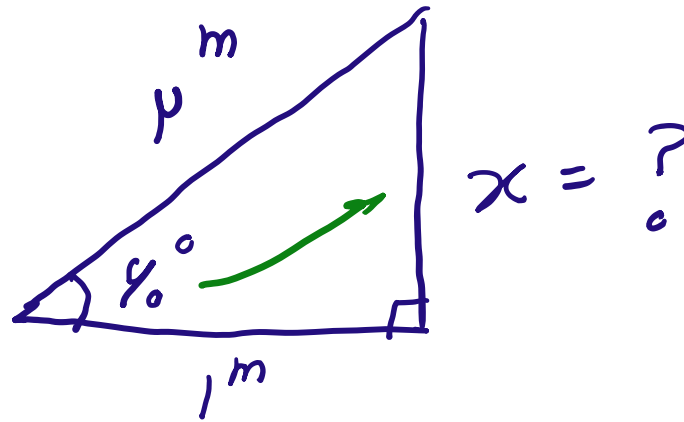
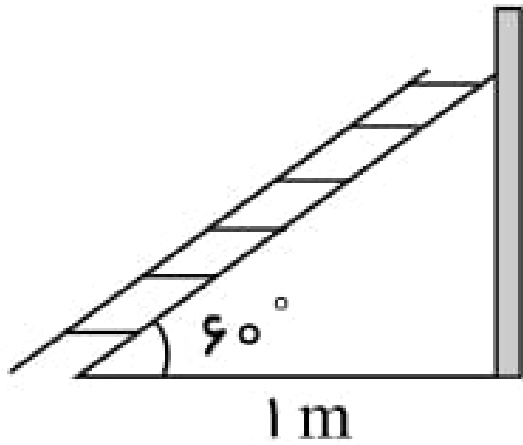
ب) در مثلث قائم الزاویه، ضلع روبه‌رو به زاویه‌ی 30° نصف وتر است.



$$\sin 30^\circ = \frac{y}{r} \rightarrow y = r \times \sin 30^\circ \rightarrow y = \frac{1}{2}r$$

$$\cos 30^\circ = \frac{x}{r} \rightarrow x = r \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}r$$

۸. با توجه به شکل اگر دو متر روی نردبان حرکت کنیم، ارتفاع مان از زمین چه قدر خواهد شد؟



$$2^2 = 1^2 + x^2 \rightarrow x^2 = 4 - 1 = 3 \rightarrow x = \sqrt{3}$$

$$\sin 60^\circ = \frac{x}{2} \rightarrow x = 2 \sin 60^\circ = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} \rightarrow x = \sqrt{3}$$

$$\tan 60^\circ = \frac{x}{1} \rightarrow \sqrt{3} = x$$

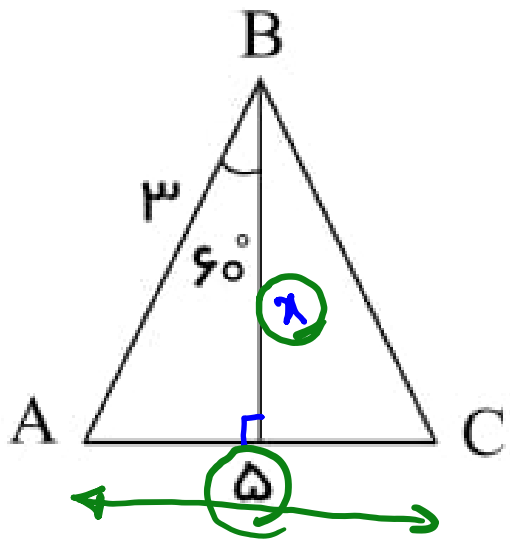
۱.۹ اگر $A = \frac{\cos^2 45}{2} - \frac{\sin^2 30}{3} + \tan 45$ باشد، حاصل $2A - \frac{1}{6}$ را بدست آورید.

$$A = \frac{\frac{1}{2}}{2} - \frac{\frac{1}{4}}{3} + 1 = \frac{1}{4} - \frac{1}{6} + 1 = \frac{3-2+12}{12} = \frac{13}{12}$$

$$2A - \frac{1}{6} = 2 \left(\frac{13}{12} \right) - \frac{1}{6} = \frac{13}{6} - \frac{1}{6} = \frac{12}{6} = 2$$



۱۰. مساحت مثلث روبرو را بدست بیاورید.

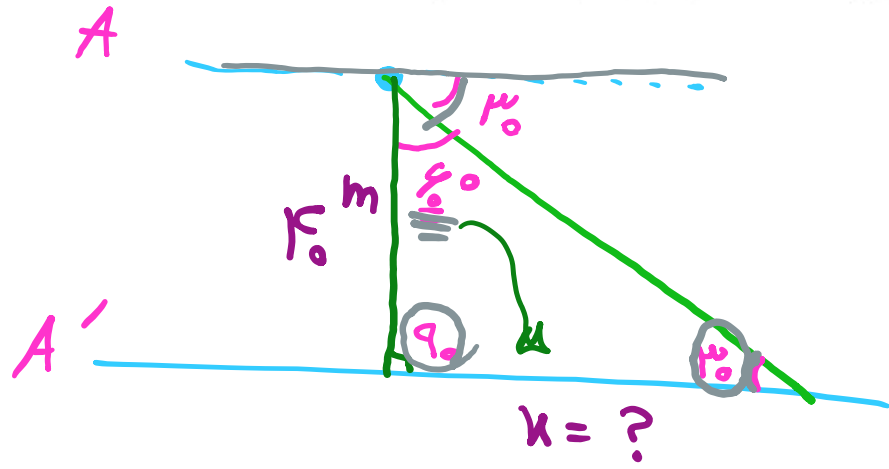


$$S = \frac{1}{2} \times \frac{\mu}{2} \times \omega = \frac{\mu \omega}{2}$$

$$\cos 60^\circ = \frac{x}{\mu} \rightarrow x = \mu \cos 60^\circ = \mu \times \frac{1}{2} = \frac{\mu}{2}$$



۱. شهاب سنگی به صورت مایل در حال سقوط به سطح زمین است که با افق زاویه‌ی 30° می‌سازد و در ارتفاع 40 متری سطح زمین قرار دارد. تا زمانی که این شهاب سنگ با زمین برخورد کند، چند متر در راستای افق به سمت جلو حرکت کرده است؟

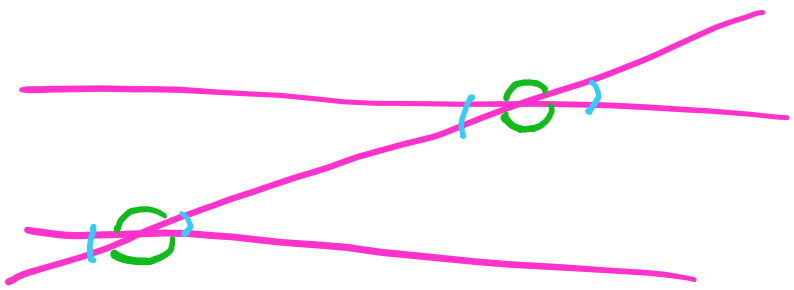


$$\tan 30^\circ = \frac{40}{x} \rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{40}{x}$$

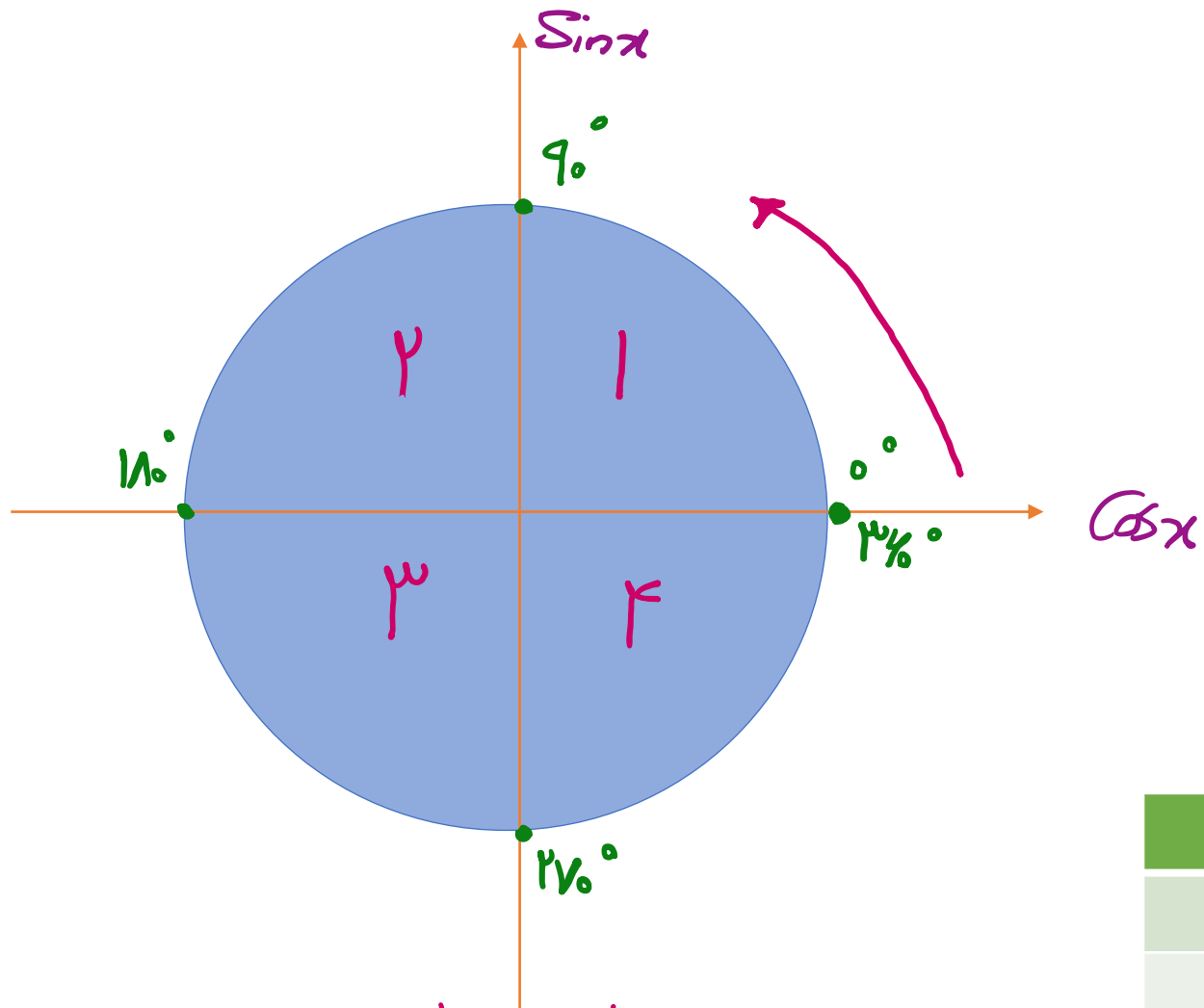
$$\rightarrow x = \frac{40 \times 3}{\sqrt{3}} = 40\sqrt{3}$$

$$\tan 30^\circ = \frac{x}{40} \rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{x}{40}$$

$$\rightarrow x = 40\sqrt{3}$$



دایره مثلثاتی



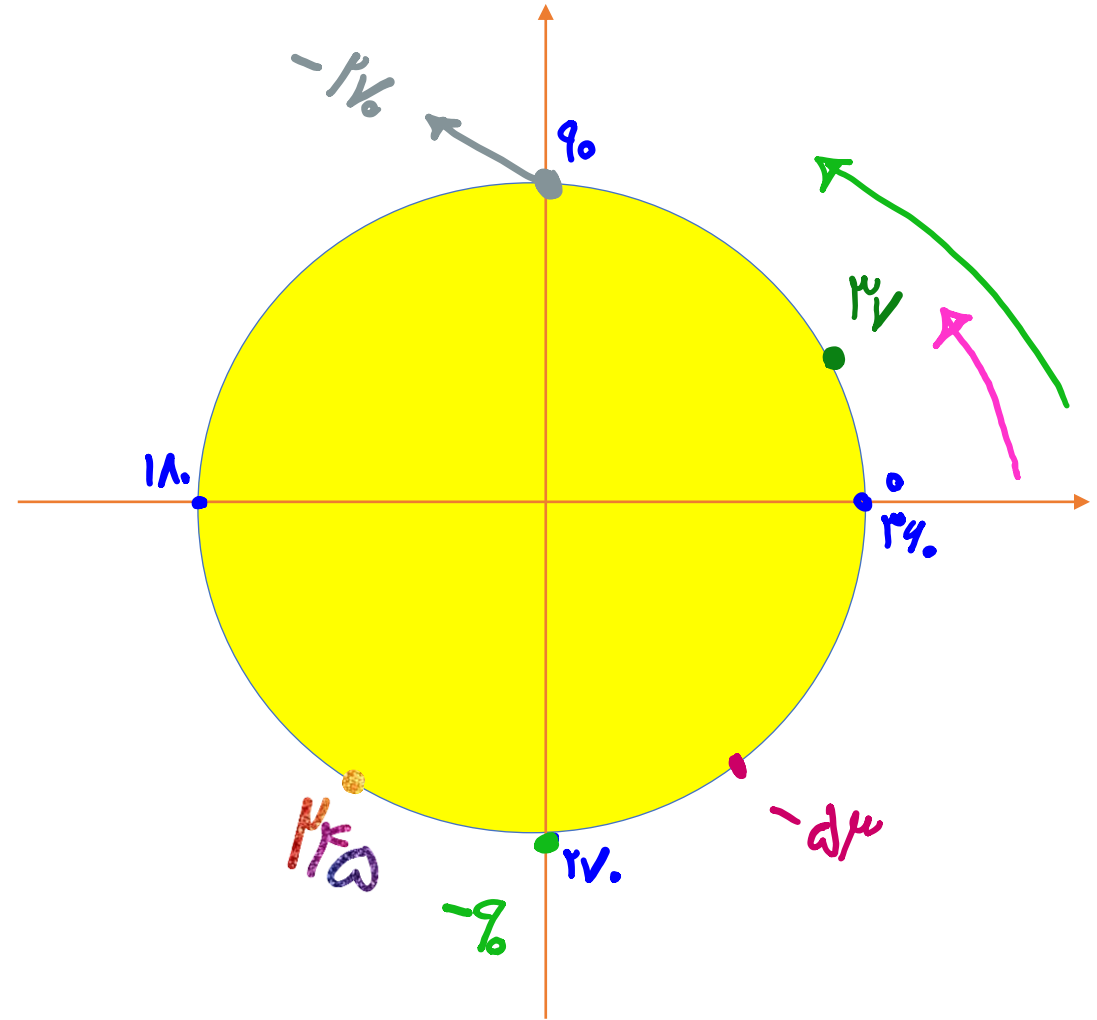
$\left. \begin{array}{l} + \leftarrow \text{بالا محور} \\ - \leftarrow \text{پایین محور} \end{array} \right\} \text{Sin } x$
 $\left. \begin{array}{l} + \leftarrow \text{راست محور} \\ - \leftarrow \text{چپ محور} \end{array} \right\} \text{Cos } x$

علامت $\tan x$ و $\cot x$ از ضرب علامت $\sin x$ و $\cos x$ به دست می آید.

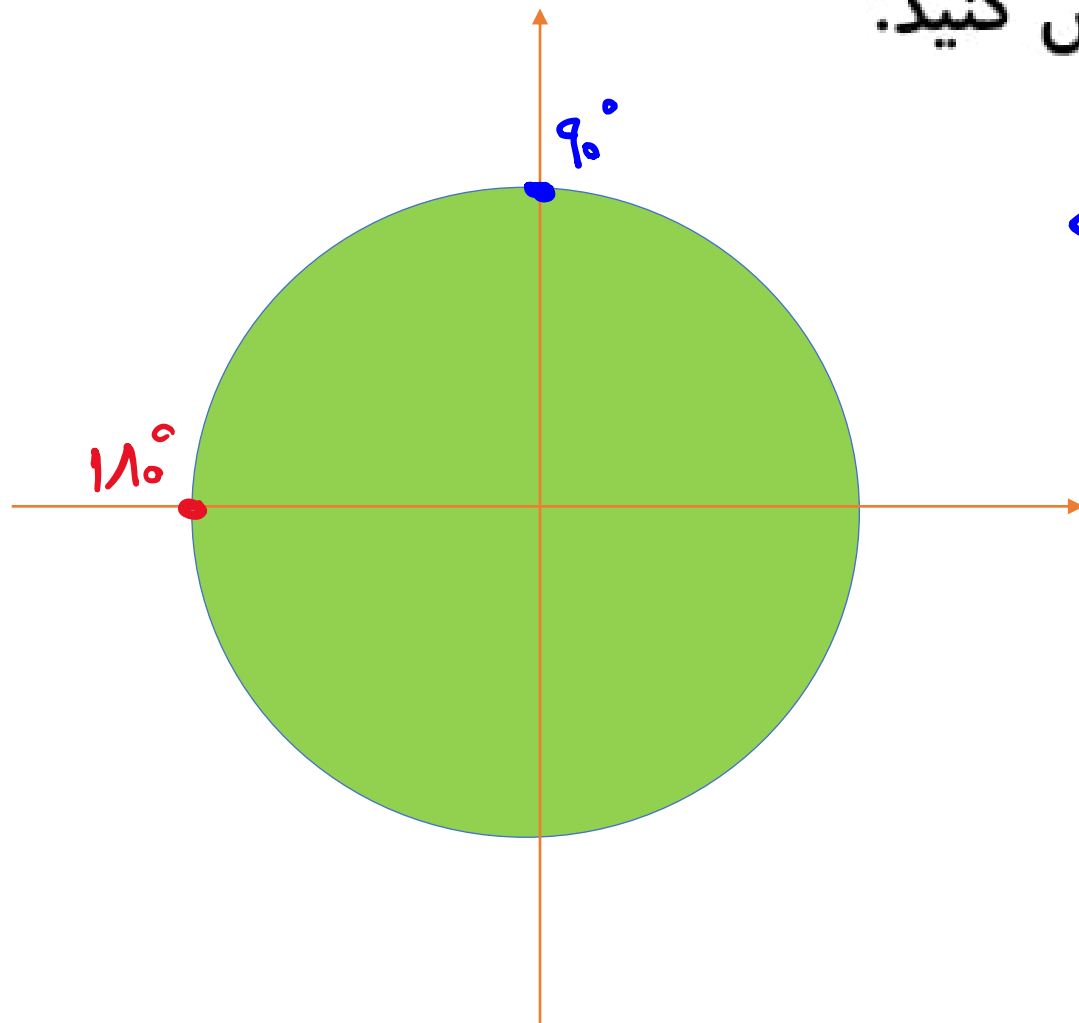
	۱	۲	۳	۴
Sinx	+	+	-	-
Cosx	+	-	-	+
Tanx	+	-	+	-
Cotx	+	-	+	-



۱۲. در دایره‌ی مثلثاتی، محل زوایای زیر را نشان دهید. $\underline{37}$ ، $\underline{-53}$ ، 245 ، -270



۱۳. درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.



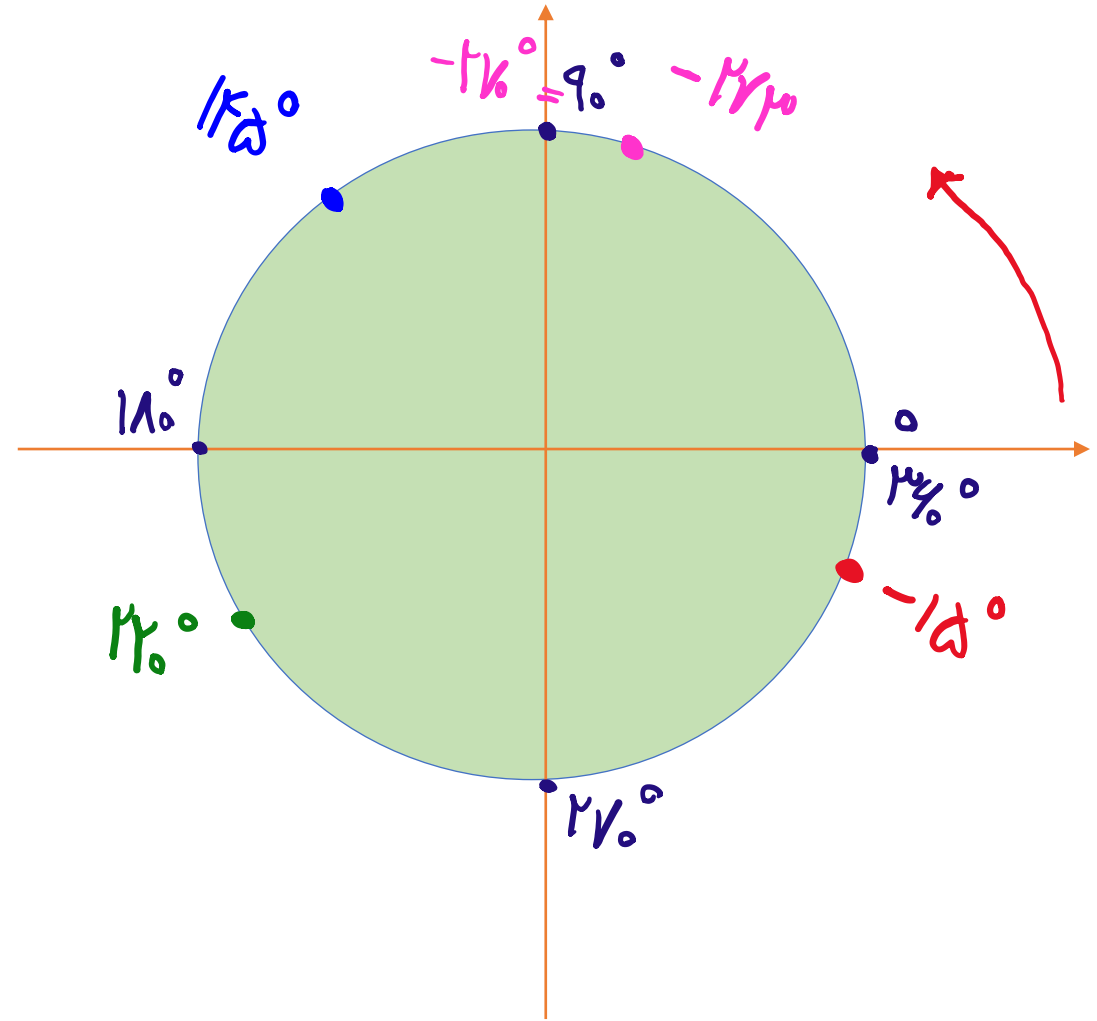
الف) زاویه 90° در ربع اول است. *نادرست*

ب) زاویه 180° در ربع سوم است. *نادرست*



۱۴. ربع هر یک از زوایای زیر را مشخص کنید.

$\underline{\underline{-15}}$, $\underline{\underline{220}}$, $\underline{\underline{145}}$, $\underline{\underline{-273}}$
 ۴ , ۳ , ۲ , ۱

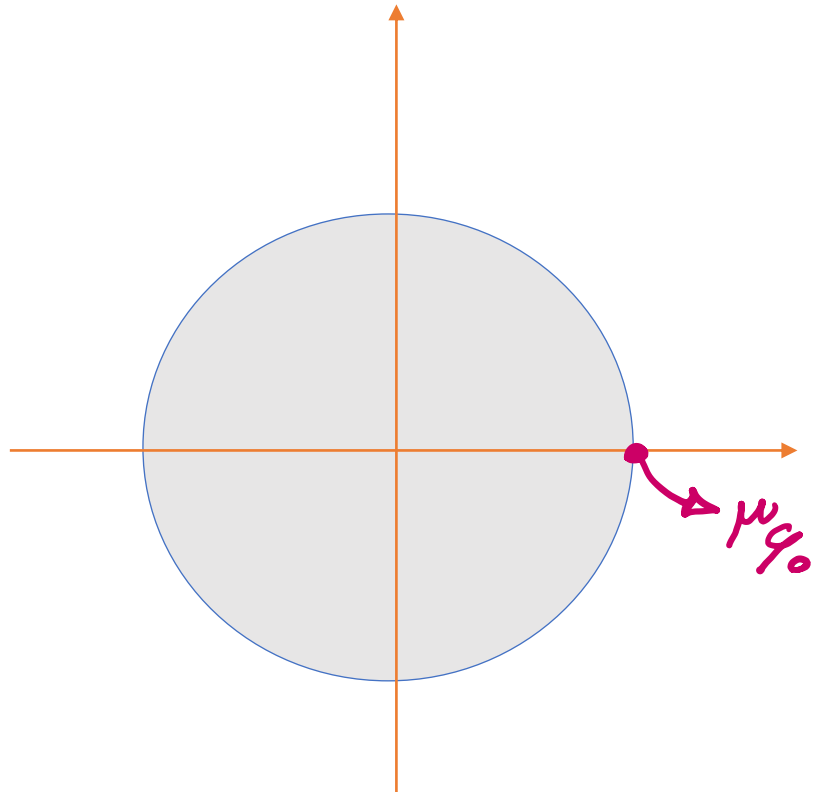


۱۵. درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.

$$\cot 0^\circ = X \quad \tan 90^\circ = X$$

نادرست

الف) تمام نسبت‌های مثلثاتی برای تمام زوایا تعریف شده‌اند.



ب) زاویه‌ای بزرگتر از 275° داریم که جزء هیچ یک از ربع‌ها نباشد.

درست



۱۶. اگر θ زاویه‌ای در ربع سوم و α زاویه‌ای در ربع چهارم باشد، علامت هر یک از عبارات‌های زیر را مشخص کنید.

الف) $\sin \theta \cos \alpha \rightarrow (-)(+) = -$

ب) $\frac{\sin \alpha}{\tan \theta} \rightarrow \frac{(-)}{(+)} = -$

پ) $\frac{\cos^2 \alpha}{\sin \theta} \rightarrow \frac{(+)^2}{-} = -$

ت) $\sin \theta - \cos \alpha \rightarrow (-) - (+) = -$

۱۷. $\sin \theta + \cos \alpha$ همواره عددی در بازه‌ی $[a, b]$ است. مطلوبست محاسبه‌ی مقدار عددی $3a - 5b$.

$$-1 \leq \sin \theta \leq 1$$

$$3a - 5b = -9 - 10$$

$$-1 \leq \cos \alpha \leq 1$$

$$= -19$$

$$\underline{\underline{-2}} \leq \sin \theta + \cos \alpha \leq \underline{\underline{2}}$$

$$[-2, 2] = [a, b] \rightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 2 \end{cases}$$



$$1) \sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$2) \tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$3) \cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$$

$$4) 1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$5) 1 + \cot^2 x = \frac{1}{\sin^2 x}$$



۱۸. فرض کنید θ زاویه‌ای در ربع دوم دایره‌ی مثلثاتی باشد و $\sin \theta = \frac{2\sqrt{6}}{7}$ مقدار $\tan \theta$ را بدست آورید.

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \rightarrow \frac{24}{49} + \cos^2 \theta = 1 \rightarrow \cos^2 \theta = \frac{25}{49} \rightarrow \cos \theta = \pm \frac{5}{7}$$

ربع دوم $\rightarrow \cos \theta < 0$

$$\cos \theta = -\frac{5}{7}$$

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{\frac{2\sqrt{6}}{7}}{\frac{-5}{7}} = \frac{-2\sqrt{6}}{5}$$

$$\cot \theta = \frac{-5}{2\sqrt{6}}$$



۱۹. اگر داشته باشیم $\sin \theta \cot \theta < 0$ و $\frac{\cos^2 \theta}{\sin \theta} < 0$ ، آنگاه θ در کدام ربع است؟

~~$\sin \theta$~~ $\frac{\cos \theta}{\sin \theta} < 0 \rightarrow \cos \theta < 0 \rightarrow \begin{matrix} 2 \\ 3 \end{matrix}$

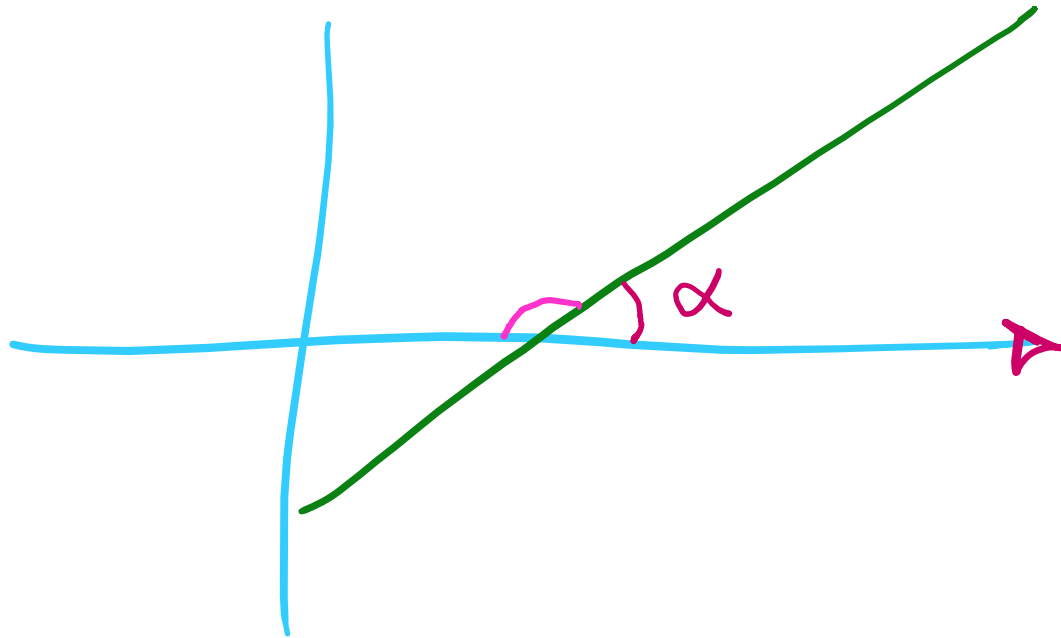
$\frac{\overset{+}{\cos^2 \theta}}{\ominus \sin \theta} < 0 \rightarrow \sin \theta < 0 \rightarrow \begin{matrix} 3 \\ 4 \end{matrix}$

جواب: هیچ ربعی

$$A \begin{array}{l} / x_A \\ y_A \end{array}$$

$$B \begin{array}{l} / x_B \\ y_B \end{array}$$

$$m_{AB} = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B}$$



$$m = \tan \alpha$$

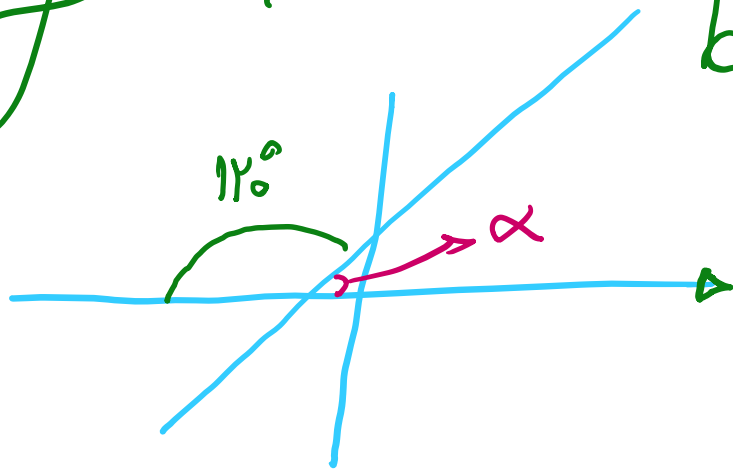


۲۰. خط $\frac{y}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}x = 1$ محور x ها را با کدام زاویه قطع می کند؟

$$x \quad y - \sqrt{3}x = 2 \rightarrow y = \sqrt{3}x + 2$$

$$y = ax + b \rightarrow m = a$$

$$ax + by = c \rightarrow m = -\frac{a}{b}$$



$$m = \sqrt{3}$$

$$\tan \alpha = m \rightarrow \tan \alpha = \sqrt{3}$$

$$\alpha = 60^\circ$$



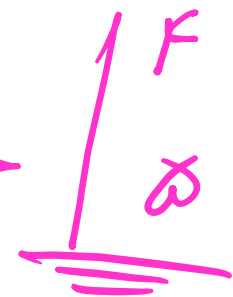
۲۱. خطی از نقطه‌ی $A(۲, ۳)$ گذشته و محور x ها را با زاویه‌ی ۴۵° قطع می‌کند، عرض نقطه‌ای به طول ۴ بر روی این خط

$$y = ax + b \rightsquigarrow y = x + b \rightsquigarrow y = x + 1$$

$$۱) a = m = \tan \alpha = \tan 45^\circ = 1 \rightsquigarrow a = 1$$

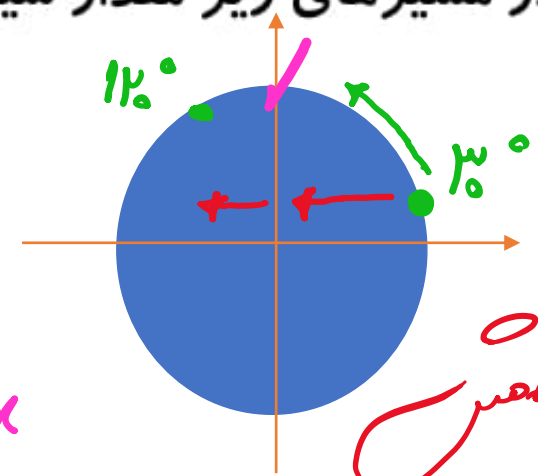
$$۲) \begin{matrix} x=۲ \\ y=۳ \end{matrix} \rightsquigarrow ۳ = ۲ + b \rightsquigarrow b = 1$$

$$۳) y = x + 1 \xrightarrow{x=۴} y = ۴ + 1 = ۵$$



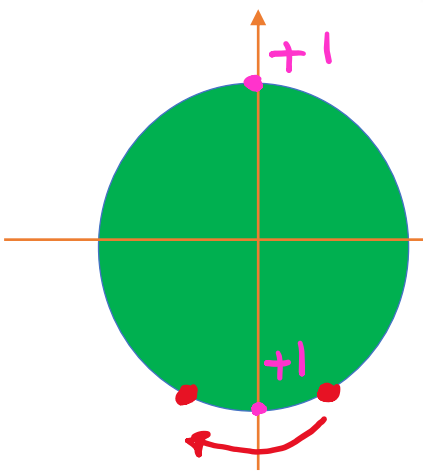
۲۲. صرف نظر از تغییر علامت، در مسیرهای زیر مقدار سینوس و کسینوس چگونه تغییر می کنند؟

$\sin \rightarrow y$ $\cos \rightarrow x$



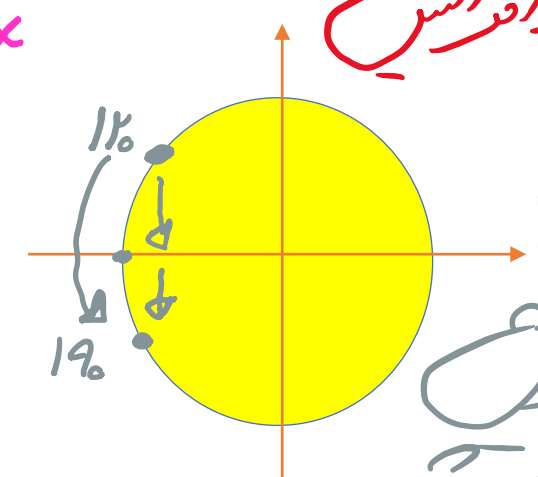
(۱) افزایش زاویه از ۳۰ به ۱۲۰

$\sin x$ ← افزایش و بعد کاهش
 $\cos x$ ← کاهش و بعد افزایش



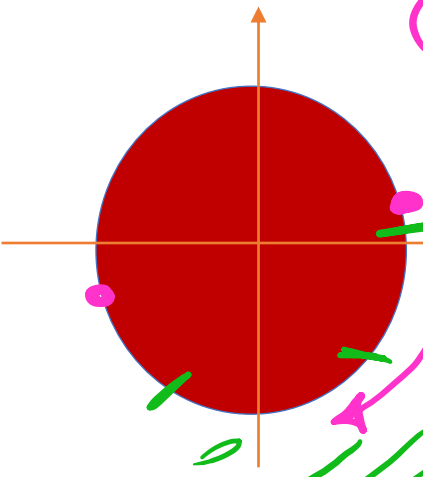
(۲) کاهش زاویه از ۲۷۵ به ۲۶۵

$\sin x$ ← افزایش و بعد کاهش
 $\cos x$ ← کاهش و بعد افزایش



(۳) افزایش زاویه از ۱۲۰ به ۱۹۰

$\sin x$ ← کاهش و افزایش
 $\cos x$ ← افزایش و کاهش



(۴) کاهش زاویه از ۳۷۰ به ۱۹۰

$\sin x$ ← کاهش / افزایش / کاهش
 $\cos x$ ← افزایش / کاهش / افزایش

۱) $\sin 75^\circ \square \sin 85^\circ$

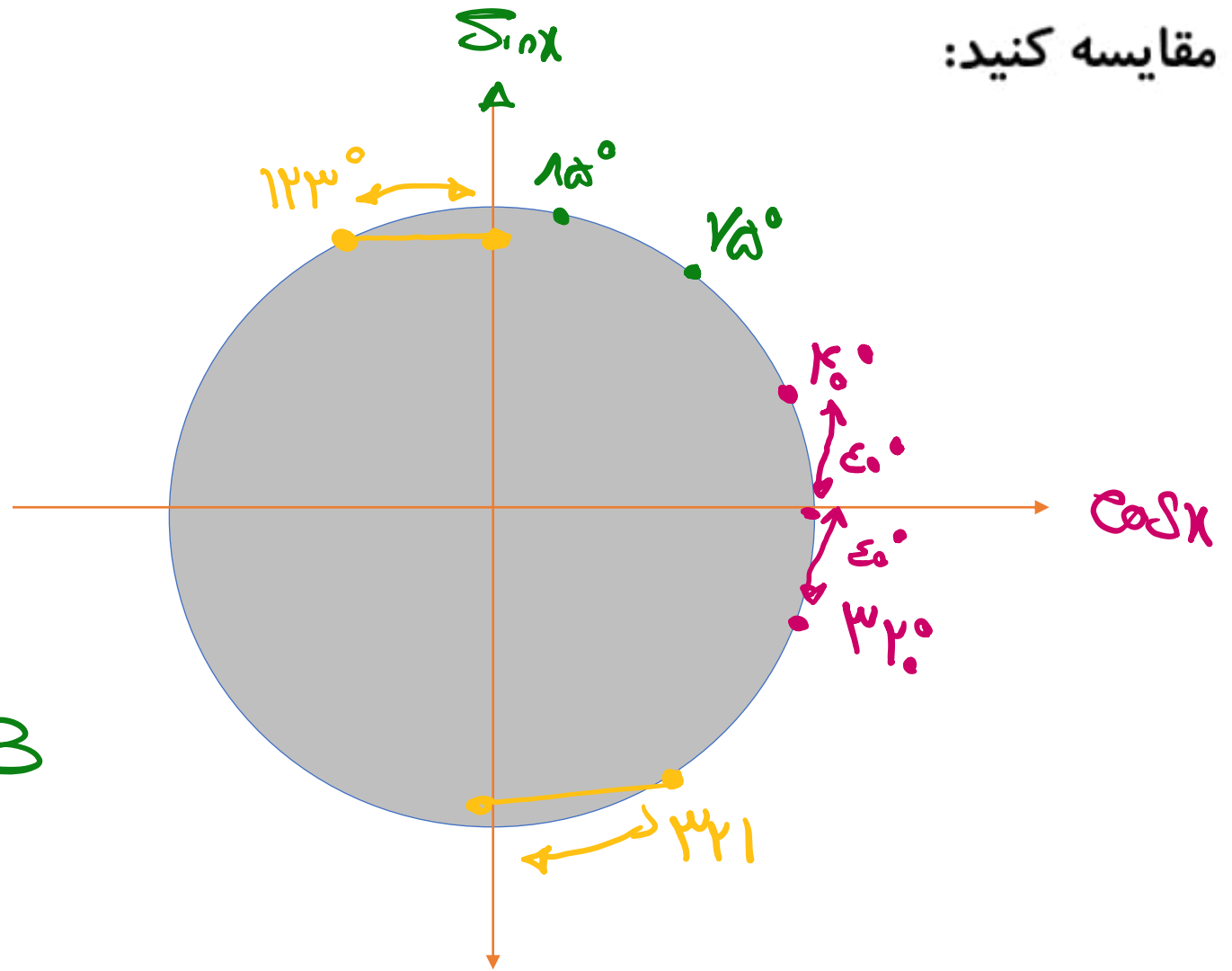
۲) $\cos 40^\circ \square \cos 32^\circ$

$\alpha + \beta = 70^\circ \rightarrow \cos \alpha = \cos \beta$

۳) $\cos 30^\circ \square \sin 60^\circ$

$\alpha + \beta = 90^\circ \rightarrow \sin \alpha = \cos \beta$

۴) $|\sin 123^\circ| \square |\sin 321^\circ|$



۲۴. اگر داشته باشیم $\sin \alpha = 0,6$ ، $\cot \alpha$ را بدست آورید.

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \rightarrow 0,36 + \cos^2 \alpha = 1 \rightarrow \cos^2 \alpha = 0,64 \rightarrow \cos \alpha = \pm 0,8$$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{0,6}{\pm 0,8} = \pm \frac{3}{4}$$

$$\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{\pm 0,8}{0,6} = \pm \frac{4}{3}$$



۲۵. با در دست داشتن $\cot \alpha = \frac{۲}{۳}$ ، $\cos \alpha$ را بدست آورید.

$$\cot \alpha = \frac{۲}{۳} \rightarrow \tan \alpha = \frac{۳}{۲}$$

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \rightarrow 1 + \frac{9}{4} = \frac{13}{4} = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$\rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{4}{13} \rightarrow \cos \alpha = \pm \frac{۲}{\sqrt{13}}$$



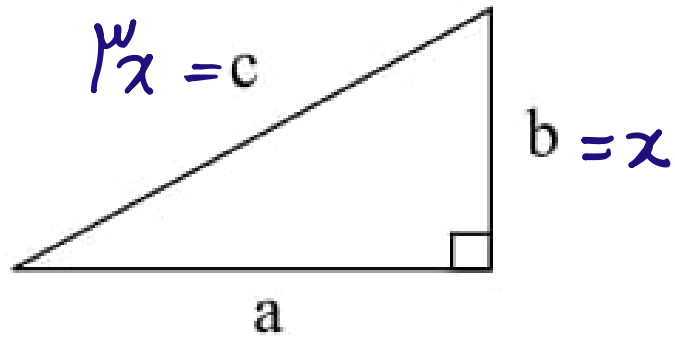
۲۶. با فرض $\cot \alpha = \underline{2}$ ، حاصل عبارت زیر را بدست آورید.

$$\frac{2 \cos \alpha - \sin \alpha}{3 \sin \alpha + \cos \alpha} = \frac{2 \sin \alpha - \sin \alpha}{3 \sin \alpha + 2 \sin \alpha} = \frac{2 \sin \alpha}{5 \sin \alpha} = \frac{2}{5}$$

$$\xrightarrow{\div \sin \alpha} \frac{2 \cot \alpha - 1}{3 + \cot \alpha} = \frac{2 - 1}{3 + 2} = \frac{1}{5}$$

$$\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = 2 \rightarrow \cos \alpha = 2 \sin \alpha$$





۲۷. در مثلث روبرو اگر $\frac{b}{c} = \frac{1}{3}$ باشد، نسبت $\frac{a}{b}$ را بیابید.

$$\frac{b}{c} = \frac{1 \times x}{3 \times x} \rightarrow \begin{cases} b = x \\ c = 3x \end{cases}$$

$$9x^2 = x^2 + a^2 \rightarrow a^2 = 8x^2 \rightarrow a = 2\sqrt{2}x$$

$$\frac{a}{b} = \frac{2\sqrt{2}x}{x} = 2\sqrt{2}$$

۲۸. در صورتیکه $\cot \alpha = \frac{1}{5}$ ، حاصل $\frac{1}{\cos^2 \alpha} - 1$ را بدست آورید.

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$\frac{1}{\cos^2 \alpha} - 1 = \cancel{1 + \tan^2 \alpha} - \cancel{1} = \tan^2 \alpha = 10$$

$$\cot \alpha = \frac{1}{10} \rightarrow \tan \alpha = 10$$



۲۹. اگر $\sin \alpha = a + 2b$ و $\cos \alpha = 2a - 3b$ و همچنین $5a^2 + 13b^2 = 17$ باشد، آنگاه حاصل ab را بیابید.

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \rightarrow (a+2b)^2 + (2a-3b)^2 = 1$$

$$\rightarrow a^2 + 4b^2 + 4ab + 4a^2 + 9b^2 - 12ab = 1$$

$$\rightarrow \underbrace{5a^2 + 13b^2}_{17} - 8ab = 1 \rightarrow -8ab = -16$$

$$\rightarrow ab = 2$$



۳۰. θ زاویه‌ای در ربع دوم است؛ حاصل عبارت زیر را بیابید.

$$\frac{\sin \theta |\cos \theta| - |\sin \theta| \cos \theta}{|\sin \theta \cos \theta|} = \frac{\sin \theta (-\cos \theta) - (\sin \theta) \cos \theta}{-\sin \theta \cos \theta}$$

$$= \frac{-\sin \theta \cos \theta - \sin \theta \cos \theta}{-\sin \theta \cos \theta} = \frac{-2 \sin \theta \cos \theta}{-\sin \theta \cos \theta}$$

→ جواب = +۲



۱.۳۱ اگر $\cos^4 \alpha = 3$ ، حاصل عبارت $(\sin^2 \alpha + 1)(2 + \cos^2 \alpha)$ را بیابید.

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \longrightarrow \sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha$$

$$(1 - \cos^2 \alpha + 1)(2 + \cos^2 \alpha) = (2 - \cos^2 \alpha)(2 + \cos^2 \alpha)$$

$$= 4 - \cos^4 \alpha = 4 - 3 = 1$$



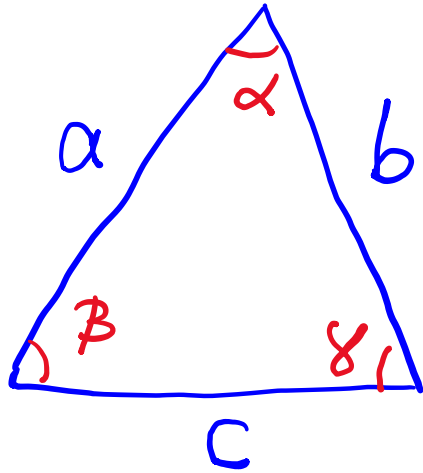
۱.۳۲ اگر $\sin \alpha = \frac{1}{5}$ و α زاویه‌ای در ربع دوم باشد، حاصل $\sqrt{25 - \cot^2 \alpha}$ را بیابید.

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \rightarrow \frac{1}{25} + \cos^2 \alpha = 1 \rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{24}{25} \rightarrow \cos \alpha = -\frac{\sqrt{24}}{5}$$

$$\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{-\frac{\sqrt{24}}{5}}{\frac{1}{5}} = -\sqrt{24}$$

$$\sqrt{25 - \cot^2 \alpha} = \sqrt{25 - 24} = 1$$





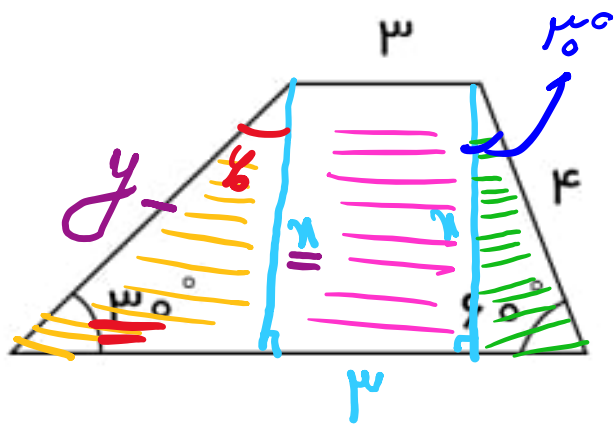
$$S = \frac{1}{2} ab \cdot \sin \alpha$$

$$S = \frac{1}{2} ac \cdot \sin \beta$$

$$S = \frac{1}{2} bc \cdot \sin \gamma$$



۳۳. مساحت ذوزنقهی روبرو را بدست آورید.



$$\sin 60^\circ = \frac{x}{4} \rightarrow x = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3} \rightarrow x = 2\sqrt{3}$$

$$\sin 60^\circ = \frac{x}{y} \rightarrow y = 2x = 2(2\sqrt{3}) = 4\sqrt{3}$$

$$S_1 = \frac{1}{2} \cdot xy \cdot \sin 60^\circ = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 4\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}$$

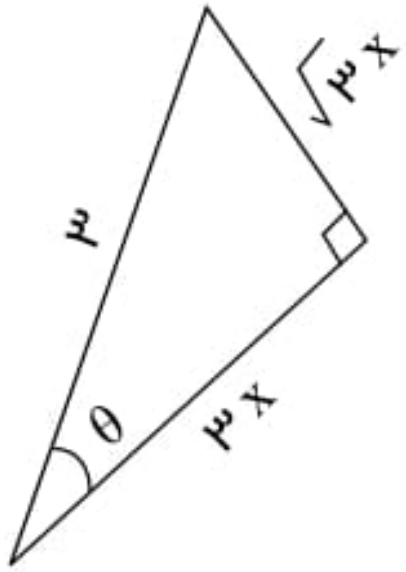
$$S_2 = 3x = 3 \times 2\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$$

$$S_3 = \frac{1}{2} \times 4 \times x \times \sin 60^\circ = \frac{1}{2} \times 4 \times 2\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = 2\sqrt{3}$$

$$S_{\text{total}} = 4\sqrt{3} + 6\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = 12\sqrt{3}$$



۳۴. مساحت شکل زیر را بدست آورید.



$$\sin \theta = \frac{\sqrt{\mu} x}{\mu} \rightarrow \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{\mu} x}{\mu} \rightarrow x = \frac{\sqrt{\mu}}{2}$$

$$\tan \theta = \frac{\sqrt{\mu} x}{\mu x} = \frac{\sqrt{\mu}}{\mu} \rightarrow \theta = 30^\circ$$

$$S = \frac{1}{2} \times \mu \times \mu x \times \sin 30^\circ$$

$$\rightarrow S = \frac{1}{2} \times \mu \times \mu \times \frac{\sqrt{\mu}}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{9\sqrt{\mu}}{8}$$



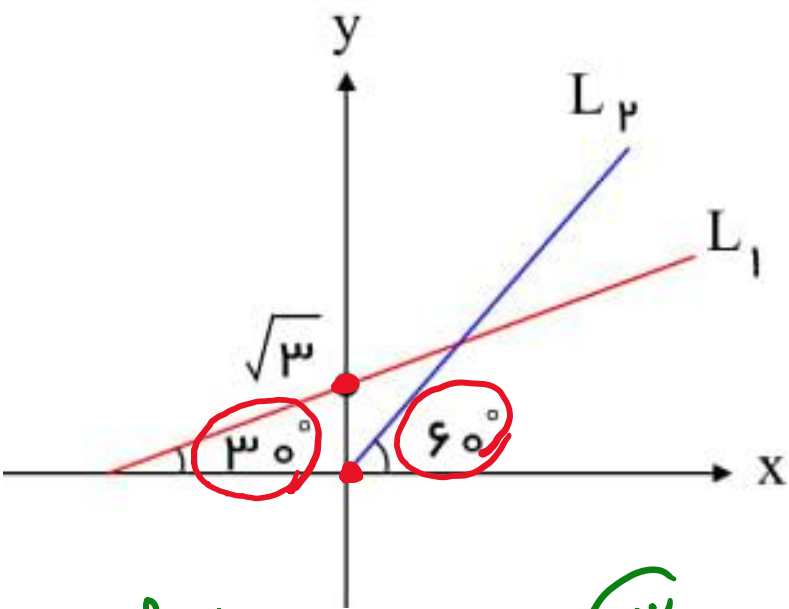
الحل

۳۵. اگر θ زاویه‌ای در بازه‌ی $۱۹۰ < \theta < ۲۶۰$ باشد، حاصل عبارت زیر را بیابید.

$$\begin{aligned} & \frac{|\sin \theta| |\tan \theta + \cot \theta|}{|\sin \theta + \cos \theta| - |\sin \theta|} = \frac{(-\sin \theta) (\tan \theta + \cot \theta)}{(-\sin \theta - \cos \theta) - (-\sin \theta)} \\ & = \frac{-\sin \theta (\tan \theta + \cot \theta)}{-\cancel{\sin \theta} - \cos \theta + \cancel{\sin \theta}} = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} (\tan \theta + \cot \theta) \\ & = \tan^2 \theta + 1 = \frac{1}{\cos^2 \theta} \end{aligned}$$



۳۶. مختصات محل تلاقی خطوط L_1 و L_2 را بدست آورید.



$$L_1: m = \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3} \quad b = \sqrt{3}$$

$$L_2: m = \tan 60^\circ = \sqrt{3} \quad b = 0$$

$$L_1: y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + \sqrt{3}$$

$$L_2: y = \sqrt{3}x + 0$$

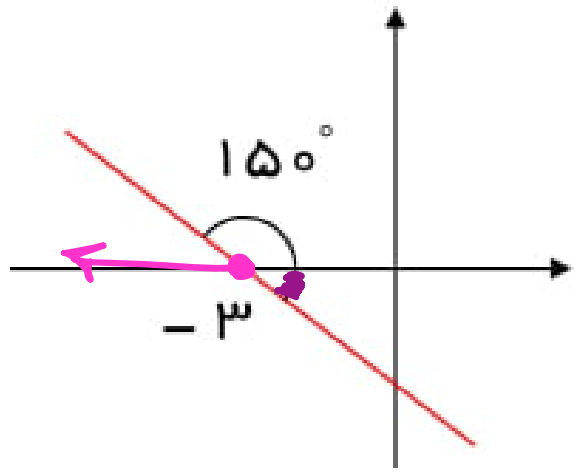
$$\cancel{\sqrt{3}} \left(\frac{1}{3}x + 1 \right) = \cancel{\sqrt{3}}x$$

$$x + 3 = 3x$$

$$2x = 3$$

$$x = \frac{3}{2}$$

۳۷. معادله‌ی خط روبرو را بنویسید.



$$m = \tan 15^\circ = -\tan 15^\circ = -\frac{\sqrt{\mu}}{\mu}$$

$$f = ax + b = -\frac{\sqrt{\mu}}{\mu}x + b$$

$$\left. \begin{array}{l} x = -\mu \\ y = 0 \end{array} \right\} \rightarrow -\frac{\sqrt{\mu}}{\mu}(-\mu) + b = 0 \rightarrow b = -\sqrt{\mu}$$

$$f = -\frac{\sqrt{\mu}}{\mu}x - \sqrt{\mu}$$

۳۸. دو خط L_1 و L_2 یکدیگر را با چه زاویه‌ای قطع می‌کنند؟

$m = \sqrt{3}$

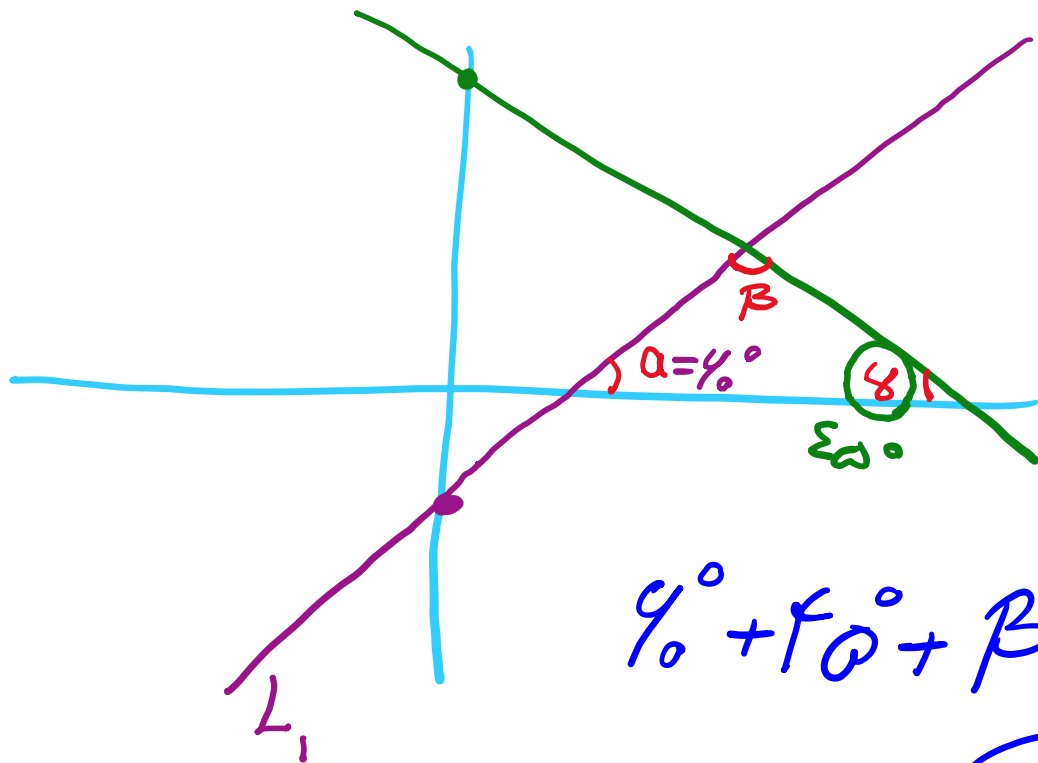
L_1 : $\sqrt{3}x - 1$

$m = -1$

L_2 : $-x + 7$

$m = \tan a \rightarrow \sqrt{3} = \tan a \rightarrow a = 60^\circ$

$m = \tan p \rightarrow -1 = \tan p \rightarrow p = -45^\circ$



$60^\circ + 45^\circ + \beta = 180^\circ$

$\rightarrow \beta = 75^\circ$

۳۹. درستی اتحاد زیر را بررسی کنید:

$$\frac{1 - \cos \alpha}{\tan^2 \alpha} = \frac{\cos^2 \alpha}{1 + \cos \alpha}$$

$$\frac{1 - \cos a}{\frac{\sin^2 a}{\cos^2 a}} = \frac{(1 - \cos a) \cos^2 a}{\sin^2 a} = \frac{(1 - \cos a) \cos^2 a}{1 - \cos^2 a}$$

$$= \frac{\cancel{(1 - \cos a)} \cos^2 a}{\cancel{(1 - \cos a)} (1 + \cos a)} = \frac{\cos^2 a}{1 + \cos a}$$

$$\frac{\tan \alpha - \sin \alpha}{1 - \cos \alpha} = \tan \alpha$$

$$\frac{\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} - \sin \alpha}{1 - \cos \alpha} = \frac{\frac{\sin \alpha - \sin \alpha \cos \alpha}{\cos \alpha}}{1 - \cos \alpha} = \frac{\sin \alpha - \sin \alpha \cos \alpha}{\cos \alpha (1 - \cos \alpha)}$$

$$= \frac{\sin \alpha (1 - \cancel{\cos \alpha})}{\cos \alpha (1 - \cancel{\cos \alpha})} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \tan \alpha$$

۴۰. درستی اتحاد زیر را بررسی کنید.



۴۱. درستی اتحاد زیر را بررسی کنید.

$$\frac{(1 + \tan^2 \alpha) \cos^2 \alpha}{\cot \alpha} = \tan \alpha$$

$$\frac{\frac{1}{\cos^2 \alpha} \cdot \cos^2 \alpha}{\cot \alpha} = \frac{1}{\cot \alpha} = \tan \alpha$$



۴۲. درستی اتحاد زیر را بررسی کنید.

$$\left(\frac{1}{\cos \alpha} + \tan \alpha\right) (1 - \sin \alpha) = \cos \alpha$$

$$\left(\frac{1}{\cos a} + \frac{\sin a}{\cos a}\right) (1 - \sin a) = \left(\frac{1 + \sin a}{\cos a}\right) \left(\frac{1 - \sin a}{1}\right)$$

$$= \frac{1 - \sin^2 a}{\cos a} = \frac{\cos^2 a}{\cos a} = \cos a$$



۴۳. درستی اتحاد زیر را بررسی کنید.

$$1 - \frac{\cos^2 x}{1 + \sin x} = \sin x$$

$$1 - \frac{1 - \sin^2 x}{1 + \sin x} = 1 - \frac{(1 - \sin x) \cancel{(1 + \sin x)}}{\cancel{1 + \sin x}}$$

$$= 1 - (1 - \sin x) = 1 - 1 + \sin x = \sin x$$

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \rightarrow \cos^2 x = 1 - \sin^2 x$$



سایت خانه ریاضی علی هاشمی

Alihashemi-math.com

۴۴. درستی اتحاد زیر را بررسی کنید.

$$\sqrt{\frac{\left(\frac{1}{\sin \alpha} - \sin \alpha\right) \cot \alpha}{\cos \alpha}} = |\cot \alpha|$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{\frac{\frac{1 - \sin^2 \alpha}{\sin \alpha} \times \cot \alpha}{\cos \alpha}} = \sqrt{\frac{\frac{\cos^2 \alpha}{\sin \alpha} \times \cot \alpha}{\frac{\cos \alpha}{1}}} = \sqrt{\frac{\cos^2 \alpha}{\sin \alpha \cdot \cos \alpha} \times \cot \alpha} \\ & = \sqrt{\frac{\cos \alpha \times \cot \alpha}{\sin \alpha}} = \sqrt{\underline{\cot \alpha} \times \underline{\cot \alpha}} = \sqrt{\cot^2 \alpha} = |\cot \alpha| \end{aligned}$$

۴۵. درستی اتحاد زیر را بررسی کنید.

$$\frac{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha}{\cos \alpha (\tan \alpha - 1)} = \sin \alpha + \cos \alpha$$

$$\frac{(\sin \alpha - \cos \alpha)(\sin \alpha + \cos \alpha)}{\cos \alpha \left(\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} - 1 \right)} = \frac{\cancel{(\sin \alpha - \cos \alpha)}(\sin \alpha + \cos \alpha)}{\cancel{\sin \alpha - \cos \alpha}}$$
$$= \sin \alpha + \cos \alpha$$



خانه ریاضی علی هاشمی

Alihashemi-math.com



Freemath



Alihashemi_math