

آموزش ریاضی

لگاریتم طبیعی

Algebra.com

$$\text{Ln} a = \log_e a \quad e = 2,7$$

$$\text{Ln} a + \text{Ln} b = \text{Ln} a \cdot b$$

$$\text{Ln} a - \text{Ln} b = \text{Ln} \frac{a}{b}$$

$$\text{Ln} a^m = m \text{Ln} a$$

$$\text{Ln} e = 1 \quad \text{Ln} 1 = 0$$

$$e^{\text{Ln} a} = a \quad \rightarrow \quad e^{\text{Ln} a} = a$$

$$e^{-\text{Ln} a} = e^{\text{Ln} a^{-1}} = \frac{1}{a}$$

$$f(x) = \text{Ln} x \quad \rightarrow \quad x > 0 \quad \rightarrow \quad D_f = (0, +\infty)$$

از دو معادله $\ln(2x+1) + \ln(y-2) - \ln y = \ln 3$ و $\ln(2y-3x) + \ln 2 = 0$ مقدار xy کدوم است؟ (1)

$$\ln(2x+1)(y-2) = \ln 3y \rightarrow 2xy - 4x + y - 2 = 3y \rightarrow 2xy = 4x + 2y + 2$$

$$\ln(2y-4x) = 0 \rightarrow 2y-4x=1 \rightarrow y = \frac{4x+1}{2}$$

$$2x\left(\frac{4x+1}{2}\right) = 4x + 2\left(\frac{4x+1}{2}\right) + 2 \rightarrow 4x^2 - 13x - 2 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 169 \rightarrow x = \frac{13 \pm 13}{4} \rightarrow x = \frac{26}{4} \quad / \quad x = -\frac{1}{4}$$

$$x = \frac{26}{4} \rightarrow y = \frac{4x+1}{2} = 13 \rightarrow xy = \frac{26}{4} \times 13 = 10$$

۲ حاصل $(\frac{1}{e})^{\ln x} - (0,001)^{\log \frac{1}{\sqrt[3]{x}}}$ کدام است؟

$$\left(\frac{1}{e}\right)^{\ln x} = e^{-\ln x} = e^{\ln x^{-1}} = x^{-1} = \frac{1}{x}$$

$$(0,001)^{\log \frac{1}{\sqrt[3]{x}}} = \left(\frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^{\log 0,001} = \left(x^{-1/3}\right)^{-3} = x$$

$$\text{جواب} = \frac{1}{x} - x = -\frac{1}{x}$$

از دو معادله‌ی $\text{Ln}(y+x-1) + \text{Ln}(2y+3) = 0$ و $\text{Ln}(x-4y) = 2\text{Ln}2$ مقدار xy ۳

$$\text{Ln}(2y^2 + 3y + 2xy + 3x - 4y - 3) = 0 \rightarrow 2y^2 + y + 2xy + 3x - 3 = 1$$

$$\text{Ln}(x-4y) = \text{Ln}4 \rightarrow x-4y=4 \rightarrow x=4+4y$$

$$2y^2 + y + 2(4+4y)y + 3(4+4y) - 3 = 1 \rightarrow 10y^2 + 11y + 1 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 121 \rightarrow y = \frac{-11 \pm 11}{20} \rightarrow y = \underline{\underline{\frac{-1}{10}}} / y = \frac{-14}{10}$$

$$x = 4 + 4y = 4 - 2 = 2 \rightarrow \begin{array}{l} x = 2 \\ y = -\frac{1}{10} \end{array}$$

$$\rightarrow xy = -\frac{1}{5}$$

۴ اگر α و β ، جواب های معادله ی $|e^x - 1| = |3 - 2e^x|$ باشند، $e^{\alpha+\beta}$ کدام است؟

$$e^x - 1 = 3 - 2e^x \rightarrow 3e^x = 4 \rightarrow e^x = \frac{4}{3} \rightarrow x = \ln \frac{4}{3} \quad \checkmark$$

$$e^x - 1 = -3 + 2e^x \rightarrow e^x = 2 \rightarrow x = \ln 2 \quad \checkmark$$

$$e^{\alpha+\beta} = e^{\ln \frac{4}{3} + \ln 2} = e^{\ln \frac{8}{3}} = \frac{8}{3}$$

۵ اگر $f(x) = e^{x \ln 2}$ باشد، معادله $f \circ f^{-1}(x) = x^2$ چند جواب حقیقی دارد؟

$$f(x) = e^{\ln 2^x} = 2^x \quad f^{-1}(x) = \log_2 x$$

$$f \circ f^{-1}(x) = 2^{\log_2 x} = x$$

$$f \circ f^{-1}(x) = x^2 \quad \rightarrow \quad x = x^2 \quad \rightarrow \quad x^2 - x = 0 \quad \rightarrow \quad \begin{array}{l|l} x=0 & \times \\ x=1 & \checkmark \end{array}$$

$$x=1$$

۶ اگر $\ln 10 \simeq 2,3$ و $\ln 7 \simeq 1,9$ باشد آنگاه $\frac{1}{2} \log_7 \sqrt{10}$ کدام است؟

$$\frac{1}{2} \log_7 10^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \log_7 10 = \frac{1}{2} \left(\frac{\log_e 10}{\log_e 7} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{\ln 10}{\ln 7} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{2,3}{1,9} \right) = 0,6$$

از حل دستگاه ۷

$$\begin{cases} e^{x+1} \times e^{y-2} = 2 \\ \ln x + \ln y = \ln(x-1) + \ln(y+1) \end{cases}$$

مقدار y کدام است؟

$$\ln xy = \ln(xy + x - y - 1)$$

$$e^{x+1+y-2} = 2 \rightarrow x+y-1 = \ln 2 \rightarrow x+y = \ln 2 + 1$$

$$xy = xy + x - y - 1 \rightarrow x - y = 1$$

$$\begin{cases} x - y = 1 \\ x + y = \ln 2 + 1 \end{cases} \rightarrow 2y = \ln 2 \rightarrow y = \frac{1}{2} \ln 2 = \ln \sqrt{2}$$

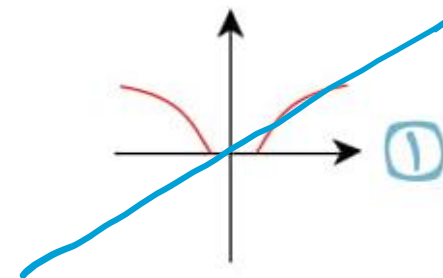
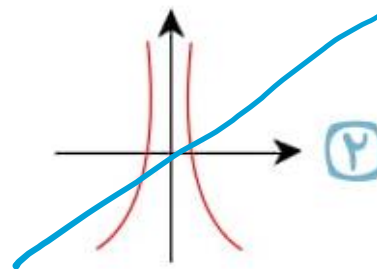
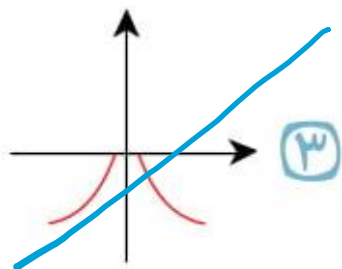
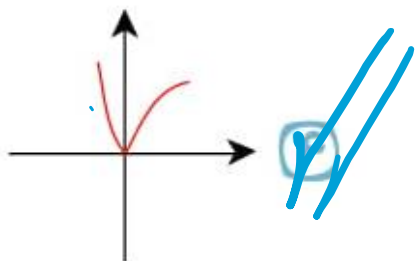
۸ حاصل ضرب ریشه‌های معادله‌ی $\ln(ex^r) \cdot \ln x = 1$ کدام است؟

$$(\ln e + \ln x^r) \ln x = 1 \rightarrow \ln x + r(\ln x)^r = 1 \rightarrow r(\ln x)^r + \ln x - 1 = 0$$

$$\ln x = A \rightarrow rA^r + A - 1 = 0 \rightarrow \begin{cases} A = -1 \\ A = \frac{1}{r} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \ln x = -1 &\rightarrow x = e^{-1} = \frac{1}{e} \\ \ln x = \frac{1}{r} &\rightarrow x = e^{\frac{1}{r}} = \sqrt[r]{e} \end{aligned} \rightarrow \alpha \cdot \beta = \frac{1}{e} \cdot \sqrt[r]{e} = \frac{1}{\sqrt[r]{e}}$$

۹ نمودار $y = |\ln(\underline{x+1})|$ به کدام صورت است؟



۱۰ جواب معادله ی $2e^{2x} = 2e^x + 4$ کدام است؟

$$2e^{2x} - 2e^x - 4 = 0 \quad e^x = A \rightarrow 2A^2 - 2A - 4 = 0 \rightarrow \begin{cases} A = -1 \\ A = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} e^x = -1 \rightarrow x = \ln(-1) \quad \times \\ e^x = 2 \rightarrow x = \ln 2 \quad \checkmark \end{cases}$$

$$x = \ln 2$$

$$e^x + 2 = 3 - 4e^x \rightarrow 5e^x = 1 \rightarrow e^x = \frac{1}{5} \rightarrow x = \ln \frac{1}{5}$$

$$e^x + 2 = -3 + 4e^x \rightarrow 3e^x = 5 \rightarrow e^x = \frac{5}{3} \rightarrow x = \ln \frac{5}{3}$$

$$\therefore \text{جواب} = \ln \frac{1}{5} + \ln \frac{5}{3} = \ln \left(\frac{1}{5} \times \frac{5}{3} \right) = -\ln 3$$

۱۲ در مورد توابع $f(x) = e^x - 1$ و $g(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$ کدام گزینه صحیح است؟

۱ یکدیگر را قطع نمی کنند.

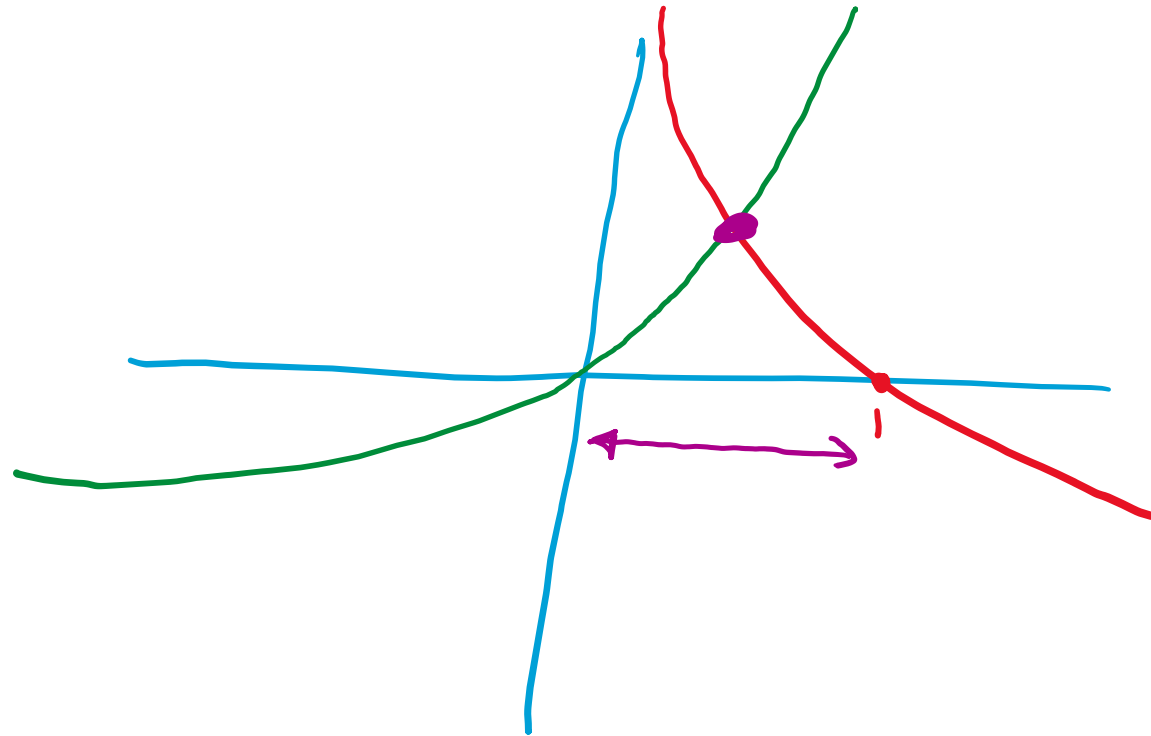
۲ در بازه ی $(1, e)$ در یک نقطه یکدیگر را قطع می کنند.

~~۳ در بازه ی $(0, 1)$ در یک نقطه یکدیگر را قطع می کنند.~~

۴ در بازه ی $(0, e)$ در دو نقطه یکدیگر را قطع می کنند.

$$f(x) = e^x - 1$$

$$g(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$$



۱۳ اگر $f(x) = e^{x \ln 2}$ باشد، معادله $f \circ f^{-1}(x) = x^2$ چند جواب حقیقی دارد؟

$$f(x) = e^{\ln 2^x} = 2^x \rightarrow f^{-1}(x) = \log_2 x$$

$$f \circ f^{-1}(x) = 2^{\log_2 x} = x$$

$$\underline{a^{\log_a b} = b} / \underline{e^{\ln a} = a}$$

$$x = x^2 \rightarrow x^2 - x = 0 \rightarrow \begin{array}{l} x = 0 \quad \times \\ x = 1 \quad \checkmark \end{array}$$

۱۴) جواب معادله ی $\frac{6 - 5e^x}{1 + 2e^x} = 3$ کدام است؟

$$4 - 5e^x = 3 + 2e^x \rightarrow 11e^x = 1$$

$$\rightarrow e^x = \frac{1}{11} \rightarrow x = \ln \frac{1}{11}$$

۱۵ اگر $\ln(2x - 1) + \ln(x - 6) = \ln 6$ باشد تعداد جواب‌های x کدام است؟

$$\ln(2x^2 - 12x - x + 6) = \ln 6 \rightarrow 2x^2 - 13x + 6 = 6$$

$$\rightarrow 2x^2 - 13x = 0$$

$$\left| \begin{array}{l} x = 0 \quad \times \\ x = \frac{13}{2} \quad \checkmark \end{array} \right.$$

ALIGEBRA.COM



Freemath



Alihashemi_math