

آموزش ریاضی

بسط دو جمله ای

Algebra.com

$$(a+b)^n = \binom{n}{0} a^n + \binom{n}{1} a^{n-1} b^1 + \binom{n}{r} a^{n-r} b^r + \dots + \binom{n}{n} b^n$$

فك + 1 شبه $T_{k+1} = \binom{n}{k} a^{n-k} b^k$

تعداد : $n+1$

بخصوص $a=1$
 $b=1 \rightarrow 1^n$

$$\left(P x^a + \frac{q}{x^b} \right)^n$$

$$x^r = ?$$

$$k = \frac{na - r}{a + b}$$

$$\left(1\sqrt{x} - \frac{1}{x}\right)^{10}$$

$$\text{C}_{yp} x^r = ?$$

$$K = \frac{10 \times \frac{1}{r} - r}{\frac{1}{r} + 1} = \frac{r}{\frac{r}{r}} = r \rightarrow K = r$$

$$\text{C}_{yp} T_{\mu} = \begin{pmatrix} 10 \\ r \end{pmatrix} (1)^1 (-r)^r = r \begin{pmatrix} 10 \\ r \end{pmatrix}$$

$$\left(\sqrt{\mu} x' - \frac{1}{\sqrt{\mu}} \right)^{10}$$

$$\dots \text{Ceviz } x^k = ?$$

$$K = \frac{10 \times 1 - \mu}{1 + \frac{1}{\mu}} = \frac{\mu}{\frac{\mu}{\mu}} = \mu \quad \checkmark$$

$$T_a = \begin{pmatrix} 10 \\ \mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sqrt{\mu} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \end{pmatrix}^k$$

$$(x+y)^v$$

$$x^{\mu} y^{\kappa} \quad \text{---} \quad C_{\mu\kappa} = ?$$

$$K=F \rightarrow \begin{pmatrix} v \\ F \end{pmatrix} (x)^{\mu} (y)^{\kappa} = 1 \, y \begin{pmatrix} v \\ F \end{pmatrix} x^{\mu} y^{\kappa}$$

$$(a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_m)^n$$

$$\text{تعداد جمله} = \binom{n+m-1}{m-1}$$

$$\text{فصل} (x+y+z+w)^{10}$$

$$\text{تعداد جمله} = \binom{10+4-1}{4-1} = \binom{13}{3}$$

$$(a_1 + a_r + a_\mu)^n$$

$$T = \frac{n!}{k_1! \cdot k_r! \cdot k_\mu!} a_1^{k_1} \cdot a_r^{k_r} \cdot a_\mu^{k_\mu}$$

$$(x^r + y^\mu - z)^\omega$$

Find $x^r y^\mu z^\omega = ?$

$$T = \frac{10!}{r! \mu! \omega!} (x)^r (y)^\mu (-1)^\omega$$

۱- در بسط $(\sqrt{x} + \frac{1}{x})^9$ جمله‌ی مستقل از x کدام است؟

جواب $x^0 = ?$

$$k = \frac{na-r}{a+b} = \frac{9 \times \frac{1}{\mu} - 0}{\frac{1}{\mu} + 1} = \frac{\frac{9}{\mu}}{\frac{\mu}{\mu} + 1} = \mu \rightarrow k = \mu$$

$$T_r = \binom{9}{\mu} (\sqrt{x})^9 \left(\frac{1}{x}\right)^\mu = \binom{9}{\mu} = \frac{9!}{\mu! \times 0!}$$

$$\text{جواب} = 14$$

۲- ضریب a^2b^4 در بسط $(2a - b)^6$ کدام است؟

$$\text{جواب: } \binom{6}{4} (2a)^2 (-b)^4$$

$$= \frac{6!}{4! \times 2!} \cdot 2^2 a^2 b^4 \rightarrow 15 a^2 b^4$$

ضریب = ۱۵

۳- در بسط $(1 + \frac{1}{x})^{10} (x+1)^{10}$ جمله ی فاقد x کدام است؟

$$\begin{aligned} (x+1)^{10} \left(\frac{x+1}{x} \right)^{10} &= \frac{(1+x)^{10}}{x^{10}} \\ &= \frac{1 + \dots + \binom{10}{10} x^{10} + \dots + x^{10}}{x^{10}} \end{aligned}$$

$$\therefore \text{جواب} = \binom{10}{10}$$

۴- اختلاف مجموع ضرایب بسط $(3x + y)^7$ و $(5x - 3y)^5$ کدام است؟

مجموع ضرایب

$$1) (1+1)^7 = 2^7 = 128$$
$$2) (5-3)^5 = 2^5$$

جواب

$$= 128 - 32$$

۵- مجموع ضرایب مثبت بسط $(7x - 3y)^{10}$ کدام است؟

$$\text{مجموع ضرایب مثبت} = \frac{{}^{10}C_4 + {}^{10}C_0}{2}$$

۶- اگر $20x^9$ یکی از جملات $(\sqrt{3}x + ax^2)^6$ باشد، a کدام است؟

$$20x^9 \rightarrow r=9$$

$$k = \frac{na-r}{a+b} = \frac{9 \times 1 - 9}{1-2} = \frac{-9}{-1} = 9 \rightarrow k=9$$

$$T_r = \binom{9}{r} (\sqrt{3}x)^r (ax^2)^{9-r} = \frac{9!}{r! \times (9-r)!} \sqrt{3}^r a^{9-r} x^{r+2(9-r)}$$

$$\frac{9 \times 2 \times r}{9} \sqrt{3}^r a^{9-r} = 20 \rightarrow a = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

۷- در بسط عبارت $(1 - \sqrt{2})^n$ جمله ی وسط کدام است؟

$$\text{پاسخ: } n+1 = 1+1 = 2 \quad \checkmark$$

$$\text{جمله } r\text{-ام } T_r = \binom{n}{r} (1)^r (-\sqrt{2})^{n-r}$$

$$\frac{1!}{r! \times r!} \times r = \frac{1 \times r \times r \times r}{r \times r \times r} \times r = 1$$

۸- اگر $(2 + \sqrt{3})^n = 362 + b\sqrt{3}$ باشد، b کدام است؟

$$(1 + \sqrt{3})^n = 104 + b\sqrt{3} \Rightarrow (1 - \sqrt{3})^n = 104 - b\sqrt{3}$$

$$(1 - \sqrt{3})^n (1 + \sqrt{3})^n = (104 - b\sqrt{3})(104 + b\sqrt{3})$$

$$1 = 104^2 - 3b^2 \Rightarrow b^2 = 104^2 - 1$$

$$b = 104$$

۹- اگر مجموع ضرایب عددی بسط $(1+b)^n + (1+b)^{n+2}$ برابر ۱۲۸۰ باشد، ضریب b^6 کدام است؟

مجموع ضرایب

$$2^n + 2^{n+2} = 1280 \Rightarrow 2^n(1+2^2) = 1280 \Rightarrow 2^n = 160$$

$$n=1$$

$$(1+b)^1 + (1+b)^{10}$$

$$\binom{1}{4} = 21$$

$$\binom{10}{4} = 210$$

$$\text{جواب} = 21 + 210 = 231$$

۱۰- جمله مستقل از x در بسط $(1 + \sqrt{x})^5 (1 + \frac{1}{\sqrt{x}})^4$ کدام است؟

$$(1 + \sqrt{x})^5 \left(\frac{(1 + \sqrt{x})^4}{\sqrt{x}^4} \right) = \frac{(1 + \sqrt{x})^9}{x^2}$$

$$= \frac{1 + \dots + \binom{9}{4} x^2 + \dots}{x^2}$$



$$\therefore \text{جواب} = \binom{9}{4}$$



۱۱- جواب های معادله $\binom{4}{0}x^4 + \binom{4}{1}x^3 + \binom{4}{2}x^2 + \binom{4}{3}x = 15$ کدام است؟

$$\binom{4}{0}x^4 + \binom{4}{1}x^3 + \binom{4}{2}x^2 + \binom{4}{3}x + \underline{\underline{\binom{4}{4}}} = (x+1)^4$$

$$(x+1)^4 - 1 = 15 \Rightarrow (x+1)^4 = 16 = 2^4 = (-2)^4$$

$$\begin{aligned} x+1 &= 2 \Rightarrow x=1 \\ x+1 &= -2 \Rightarrow x=-3 \end{aligned}$$

۱۲- بسط $(2x+1)^4 + 2$ چند جمله دارد؟

$$(2x-1)^4 = \binom{4}{0}(2x)^4 - \binom{4}{1}(2x)^3 + \binom{4}{2}(2x)^2 - \dots + 1$$

$$(2x+1)^4 = \binom{4}{0}(2x)^4 + \binom{4}{1}(2x)^3 + \binom{4}{2}(2x)^2 + \dots + 1$$

تعداد جمله = ۷

۱۳- مجموع ضرایب در بسط $(a+b)^{2n}$ ، ۵۶ واحد از مجموع ضرایب در بسط $(a+b)^n$ بیشتر است. ضریب جمله سوم در بسط $(a+b)^{n+2}$ کدام است؟

مجموع ضرایب

$$\begin{matrix} r^{2n} \\ r^n \end{matrix} \rightarrow r^{2n} = r^n + 56 \rightarrow r^{2n} - r^n - 56 = 0$$

$$(r^n - 1)(r^n + 1) = 0 \rightarrow \begin{matrix} r^n = 1 \\ r^n = -1 \end{matrix} \rightarrow \begin{matrix} n=1 \\ n=3 \end{matrix}$$

عبارت = $(a+b)^5$

ضریب جمله سوم

$$T_3 = \binom{5}{r} (1)^{5-r} (1)^r = 10$$

۱۴- اگر مجموع ضرایب بسط $(2ax - a\sqrt{x})^{10}$ ، از ضریب جمله‌ی دهم این بسط 14 واحد بیشتر باشد، a است؟ (بسط بر حسب توان‌های نزولی x نوشته شده است).

$$\text{مجموع ضرایب} : (2a - a)^{10} = a^{10} \quad \checkmark$$

$$T_{10} = \binom{10}{9} (2ax)^1 (-a\sqrt{x})^9 = -10a^{10} \quad \square$$

$$a^{10} = -10a^{10} + 14 \rightarrow 11a^{10} = 14 \rightarrow a^{10} = \frac{14}{11}$$

$$\rightarrow a^5 = \pm \sqrt[5]{\frac{14}{11}}$$

$$a = \pm \sqrt[5]{\frac{14}{11}}$$

۱۵- در بسط دو جمله‌ای $(2x - y)^{10}$ اگر جملات براساس توان‌های نزولی x نوشته شوند، مجموع ضرایب جمله‌های دوم تا نهم کدام است؟

مجموع ضرایب: $1^{10} = 1$ ✓

ضرایب: $2^{10} = 1024$
 $T_1 = \binom{10}{0} (2x)^{10} (-y)^0$

ضرایب: -10
 $T_{10} = \binom{10}{9} (2x)^1 (-y)^9$

ضرایب: -1
 $T_{11} = \binom{10}{10} (2x)^0 (-y)^{10}$

جواب: $1 - (1024 - 10 + 1) = -1014$ ✓

ALIGEBRA.COM



Freemath



Alihashemi_math