

آموزش ریاضی

اتحاد و تجزیه

علی هاشمی

$$(a \pm b)^2 = a^2 + b^2 \pm 2ab$$

$$(x \pm 3)^2 = x^2 + 9 \pm 6x$$

$$(x - 5)^2 = x^2 + 25 - 10x$$



$$(a \oplus b)(a \ominus b) = \underline{a}^r \ominus \underline{b}^r$$

$$(x - 3)(x + 3) = x^2 - 9$$

$$x^2 - 1 = (x - 1)(x + 1)$$

$$x^2 - 25 = (x - 5)(x + 5)$$

$$x^2 - 7 = (x - \sqrt{7})(x + \sqrt{7})$$

$$x^2 - 9 = (\underline{x - 3})(x + 3) = (x - \sqrt{9})(x + \sqrt{9})(x + 3)$$



$$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$$

$$(x+2)(x+3) = x^2 + 5x + 6$$

$$x^2 + 5x + 6 = (x+2)(x+3)$$

$$x^4 - 5x^2 + 4 = (x^2 - 1)(x^2 - 4) = (x-1)(x+1)(x-2)(x+2)$$

$$(x+3)^2 + 4(x+3) + 5$$

$$(x+3+1)(x+3+5) = (x+4)(x+6)$$



$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$



$$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$$

$$(x+1)^3 = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$(x-1)^3 = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$$



$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$x^3 - 1 = (x-1)(x^2 + x + 1)$$

$$x^3 + 1 = (x+1)(x^2 - x + 1)$$

نکته: $a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b)$

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$



۱) مجموع سه عدد a, b, c برابر ۱۱ و مجموع حاصل ضرب دوبه دوی آنها برابر ۳ می باشد. مجموع مجذورات این سه عدد کدام است؟

$$a+b+c=11 \quad ab+ac+bc=13$$

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

↓

$$121 = x + 4$$

$$x = 121 - 4 = 117$$



۲ در تجزیه عبارت $(x-2)(x^2-4x+4)-1$ ، کدام عامل ضرب، موجود است؟

$x+3$ ۴

$x-1$ ۳

$x-2$ ۲

$x-3$ ۱

$$(x-2)(x-2)^2-1 = (x-2)^3-1 \rightarrow \begin{cases} a=x-2 \\ b=1 \end{cases}$$

$$a^3-b^3 = (a-b)(a^2+ab+b^2)$$

$$\rightarrow (x-2-1)((x-2)^2+x-2+1)$$

$$= (\underline{\underline{x-3}})((x-2)^2+x-1)$$



۳) کدام عامل در تجزیه عبارت $(a-1)^2 - 12(a-1)^2 - 1$ وجود ندارد؟

$a-3$ ۴

$a+4$ ۲

$a^2 - 2a + 4$ ۲

$a+1$ ۱

$$((a-1)^2 - 4)((a-1)^2 + 3)$$

$$(a-1-2)(a-1+2)(a^2-2a+1+3)$$

$$= (a-3)(a+1)(a^2-2a+4)$$



۴ اگر $a + 2b = 3$ باشد، حاصل $a(a + 2) + 4b(b + 1) + 4ab$ کدام است؟

$$a^2 + \underline{2a} + 4b^2 + \underline{4b} + 4ab$$

$$\underline{a^2 + 4b^2 + 4ab} + \underline{2a + 4b}$$

$$\underline{(a + 2b)^2} + 2\underline{(a + 2b)} = 9 + 6 = 15$$



۵ در تجزیه عبارت $(x^2 + x)^2 - 14x^2 - 14x + 24$ کدام عامل وجود دارد؟

~~$x + 4$~~ ۴

~~$x + 3$~~ ۳

~~$x - 2$~~ ۲

~~$x - 1$~~ ۱

$$(x^2 + x)^2 - 14(x^2 + x) + 24$$

$$(x^2 + x - 12)(x^2 + x - 2)$$

$$(x - 2)(x + 4)(x + 2)(x - 1)$$



۶ حاصل عبارت $(2\sqrt{2})^3 + (3 - \sqrt{2})^3 + (-3 - \sqrt{2})^3$ کدام است؟

$$a + b + c = 0 \rightarrow a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$$

$$3(2\sqrt{2})(3 - \sqrt{2})(-3 - \sqrt{2})$$

$$= -3(2\sqrt{2})(3 - \sqrt{2})(3 + \sqrt{2})$$

$$= -3(2\sqrt{2})(9 - 2) = -42\sqrt{2}$$



۷ در تجزیه عبارت $x^4 - 3x^3 + 8x - 24$ کدام عامل ضرب وجود دارد؟

$x + 3$ ۴

$x + 2$ ۳

$x - 2$ ۲

$x - 4$ ۱

$$\boxed{x^3}(\boxed{x-2}) + \boxed{1}(\boxed{x-2}) = (x-2)(\overset{3}{x^3} + \overset{2}{x^2} + \overset{1}{x} + 1) \rightarrow \begin{matrix} a=x \\ b=2 \end{matrix}$$

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$(x-2)(x+2)(x^2 - 2x + 4)$$



۸ اگر $\sqrt{x-2} + \sqrt{x+1} = 27$ ، مقدار $\sqrt{x+1} - \sqrt{x-2}$ کدام است؟

$$(\sqrt{x+1} - \sqrt{x-2})(\sqrt{x+1} + \sqrt{x-2}) = \cancel{x+1} - \cancel{x-2}$$

$$\rightarrow \underbrace{(\sqrt{x+1} - \sqrt{x-2})}_A \underbrace{(\sqrt{x+1} + \sqrt{x-2})}_{27} = 3$$

$$\rightarrow A = \frac{3}{27} = \frac{1}{9}$$



۹ با افزودن کدام عدد به عبارت $\frac{1}{4} - 6x + 4x^2$ ، مربع یک دوجمله‌ای حاصل می‌شود؟

$$1x^2 + 1x \rightarrow \left(\frac{b}{2}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} \rightarrow x^2 + 1x + \frac{1}{4} = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2$$

$$1x^2 + 1x \rightarrow \left(\frac{b}{2\sqrt{a}}\right)^2 = \left(\frac{1}{2 \times 1}\right)^2 = \frac{1}{4} \rightarrow 1x^2 + 1x + \frac{1}{4} = \left(1x + \frac{1}{2}\right)^2$$

$$1x^2 - 6x + \frac{1}{4} \rightarrow \left(\frac{-6}{2 \times 1}\right)^2 = \frac{9}{1}$$

۹



۱۰ در تجزیه عبارت $۱۶x^3 - ۴x^2 - ۴x + ۱$ کدام عامل همواره وجود ندارد؟

① $(۲x + ۱)$

② $(۲x - ۱)$

③ $(۴x - ۱)$

④ $(۴x + ۱)$

$$[۴x^2] (۴x - ۱) - ۱ (۴x - ۱) = (۴x - ۱) (۴x^2 - ۱)$$

$$\rightarrow (۴x - ۱) (۲x - ۱) (۲x + ۱)$$



۱۱) در تجزیه عبارت $x^3 - 2x^2 - 11x + 12$ کدام عامل وجود ندارد؟

$x + 3$ ۴

~~$x + 2$~~ ۵

$x - 4$ ۲

$x - 1$ ۱

$$x^3 - 2x^2 + \underbrace{x - 11x}_{-10x} + 12$$

$$x(x^2 - 2x + 1) - 11x(x - 1) = x(\underline{x - 1})^2 - 11x(\underline{x - 1})$$

$$(x - 1)(x^2 - x - 11) = (x - 1)(x - 4)(x + 3)$$



۱۲ اگر $b = a - ۲$ و $a^۲ - b^۲ = ۶$ باشند، آن گاه حاصل $a + ۲b$ چقدر است؟

$$\rightarrow a - b = ۲$$

$$\rightarrow \underbrace{(a - b)}_۲ (a + b) = ۶ \rightarrow a + b = ۳$$

$$\begin{cases} a + b = ۳ \\ a - b = ۲ \end{cases} \rightarrow a = ۲,۵, b = ۰,۵$$

$$\rightarrow a + ۲b = ۲,۵ + ۱ = ۳,۵$$



برای اعداد حقیقی a و b ، اگر تساوی $2a^2 + b^2 + 2ab + 4b - 2a + 13 = 0$ برقرار باشد، حاصل $3a + 2b$ کدام است؟

$a^2 + a^2$

$9 + 4$

$$\rightarrow \underline{a^2} + \underline{b^2} + \underline{1} + \underline{2ab} + \underline{4b} + \underline{1a} + \underline{a^2 - 9a + 9} = 0$$

$$\rightarrow (a+b+1)^2 + (a-3)^2 = 0 \rightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=-5 \end{cases}$$

$$\rightarrow 3a + 2b = 9 - 10 = -1$$



۱۴ کدام عبارت در تجزیه عبارت $a^6 - 3b^6 + 2a^3b^3$ وجود ندارد؟

① $a - b$

② $a^2 + ab + b^2$

③ $a^3 + 3b^3$

④ $a^2 - ab + b^2$

$$a^6 - b^6 - 2b^6 + 2a^3b^3$$

$$(a^3 - b^3)(a^3 + b^3) + 2b^3(a^3 - b^3)$$

$$\rightarrow (a^3 - b^3)(a^3 + b^3 + 2b^3)$$

$$\rightarrow (a - b)(a^2 + ab + b^2)(a^3 + 3b^3)$$



۱۵) در تجزیه‌ی عبارت $4x^3 - 6x^2 + 2x$ ، کدام عامل ضرب وجود دارد؟

$x + 2$ ۴

$x + 1$ ۳

$2x - 1$ ۲ ✓

$2x + 1$ ۱

$$\rightarrow x(4x^2 - 6x + 2) \rightarrow \left| \begin{array}{l} x=1 \\ x=\frac{1}{2} \end{array} \right. \rightarrow (x-1)\left(x-\frac{1}{2}\right)$$

$$\rightarrow x(x-1)\left(x-\frac{1}{2}\right) = x(x-1)(2x-1)$$

$$ax^2 + bx + c \rightarrow \left| \begin{array}{l} a+b+c=0 \rightarrow \left| \begin{array}{l} x=1 \\ x=c/a \end{array} \right. \\ \underline{b} = \underline{a+c} \rightarrow \left| \begin{array}{l} x=-1 \\ x=-c/a \end{array} \right. \end{array} \right.$$



۱۶ اگر $(5x - \frac{3}{2x}) = 4$ باشد، حاصل $(25x^2 + \frac{9}{4x^2})$ کدام است؟

$$(5x - \frac{3}{2x})^2 = 4^2$$

$$\rightarrow 25x^2 + \frac{9}{4x^2} - 15 = 16$$

$$\rightarrow 25x^2 + \frac{9}{4x^2} = 31$$



۱۷) کدام عامل در تجزیه عبارت $(a-1)^3 - (a-1)$ وجود دارد؟

۱) $a+1$

۲) $a+2$

۳) $a-3$

۴) $a-2$

$$(a-1) \left(\underline{(a-1)^2 - 1} \right) = (a-1)(a-1-1)(a-1+1)$$

$$\rightarrow (a-1)(a-2)(a)$$



۱۸ در تجزیه عبارت $2x^2 - 3x - 35$ کدام عامل همواره وجود دارد؟

$2x + 7$ (۲)

$2x - 3$ (۳)

$x + 5$ (۲)

$x + 2$ (۱)

$$A = 2x^2 - 3x - 35 \xrightarrow{\times 2} 2A = 4x^2 - 6x - 70$$

$$\leadsto 2A = (2x - 10)(x + 7)$$

$$\leadsto A = (x - 5)(2x + 7)$$



۱۹ اگر $A = 2x^3 - 1$ و $B = 2x^3 + 1$ باشد، آن گاه حاصل عبارت $3A^2 + 3B^2 - 6AB$ چه قدر است؟

$$\rightarrow 3(A^2 + B^2 - 2AB) = 3(A - B)^2$$

$$\rightarrow 3\left(\cancel{2}x^3 - 1 - \cancel{2}x^3 + 1\right)^2 = 3 \times 4 = 12$$



۲۰ اگر $a + b = ۳$ و $ab = ۲$ باشد، مقدار $a^۳ + b^۳$ کدام است؟

$$a^۳ + b^۳ = (a + b)^۳ - ۳ab(a + b)$$

$$\rightarrow a^۳ + b^۳ = ۲۷ - ۳ \times ۲ \times ۳ = ۲۷ - ۱۸ = ۹$$



خانه ریاضی علی هاشمی

Alihashemi-math.com



Freemath



Alihashemi_math