

آموزش ریاضی

مجموعه

علی هاشمی

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به سایت خانه ریاضی علی هاشمی است و هرگونه استفاده از این اثر و انتشار آن در پایگاه های مجازی بدون کسب مجوز ممنوع است و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار می گیرند.

Alihashemi-math.com

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$$

$$\mathbb{W} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$$

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$$

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \right\}$$

$$\mathbb{R} = \{ \text{اعداد حقیقی} \}$$

$$4) \mathbb{Q}' = \mathbb{R} - \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q}' \cup \mathbb{Q} = \mathbb{R}$$

۱) اعداد طبیعی

۲) اعداد صحیح

۳) اعداد صحیح

۴) اعداد گویا

۵) اعداد حقیقی



طرف دوم تساوی های زیر را بنویسید.

الف) $W - N$ ب) $R \cap Q'$ پ) $Z \cap W$ ت) $Q' \cap Z$

$$\text{الف) } W - N = \{0\}$$

$$\text{ب) } R \cap Q' = \emptyset$$

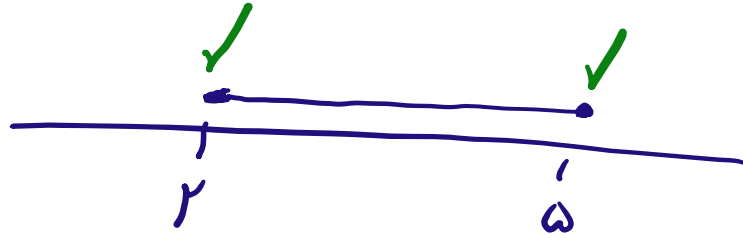
$$\text{پ) } Z \cap W = W$$

$$\text{ت) } Q' \cap Z = \emptyset$$

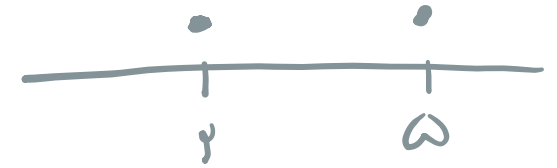


مفهوم بازه - بازو بسته

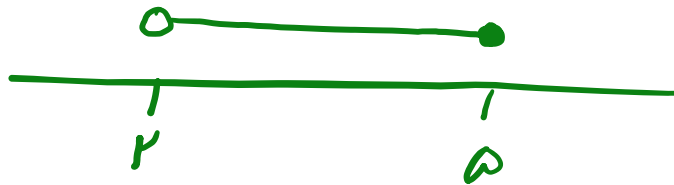
$$\underline{\underline{[c, d]}}$$



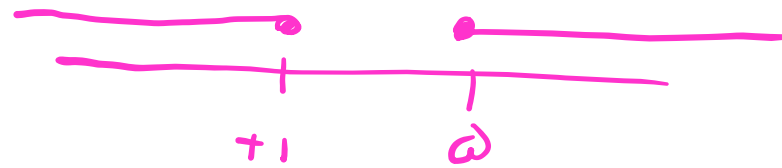
$$\underline{\underline{[c, d)}}$$



$$(c, d]$$



$$(-\infty, 1) \cup [a, +\infty)$$



$$\mathbb{R} \ominus \underline{\underline{[c, d)}} = (-\infty, c) \cup \underline{\underline{[d, +\infty)}}$$



اجتماع، اشتراک و تفاضل بازه ها



سایت خانه ریاضی علی هاشمی

Alihashemi-math.com

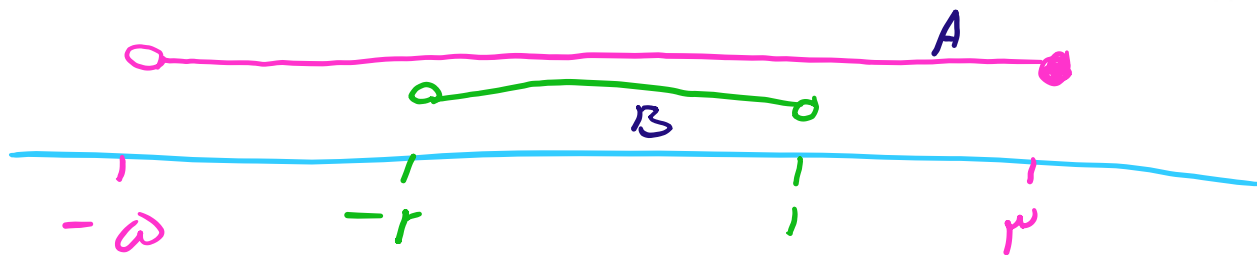
باتوجه به دو بازه $A = (-5, 3]$ و $B = (-2, 1)$ حاصل عبارت‌های زیر را بدست آورید و به صورت بازه بنویسید.

الف) $A \cap B$

ب) $A \cup B$

ج) $A - B$

د) $B - A$



الف) $A \cap B = (-2, 1)$

ج) $(-5, -2] \cup [1, 3]$

ب) $A \cup B = (-5, 3]$

د) \emptyset



مفهوم مجموعه متناهی و نامتناهی



سایت خانه ریاضی علی هاشمی

Alihashemi-math.com

متناهی یا نامتناهی بودن هر یک از مجموعه‌های زیر را مشخص کنید:

۱، ۲، ۳، ۴، ۵

الف) $A = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x \leq 5\}$

متناهی

مجموعه کتاب‌های کمک آموزشی (ب)

متناهی

نامتناهی

پ) $\underline{\underline{\mathbb{Z} - \mathbb{W}}}$

۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶

مجموعه اعداد طبیعی کوچکتر از ۷ (ت)

متناهی

مجموعه مداد‌های جهان (ث)

متناهی

ج) $\left[-3, \frac{1}{2} \right)$

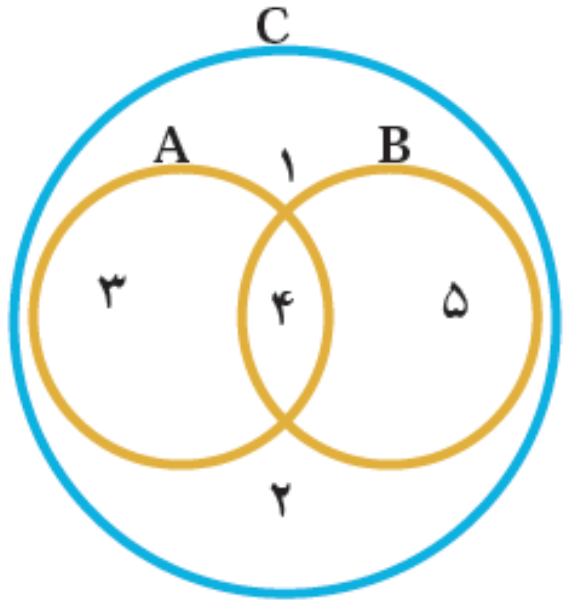
نامتناهی

مجموعه مورچه‌های هر شهر (چ)

متناهی

(۱، ۵)





$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$A' = \{1, 5\}$$

$$A \cap B = \{4\}$$

$$B' = \{1, 2\}$$

$$A - B = \{2\}$$

$$C = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$B - A = \{3\}$$

$$C' = \emptyset$$



فرض کنید $u = \{a, b, c, d, e\}$ مجموعه مرجع باشد و $A = \{a, e\}$ و $B = \{b, c\}$ ؛ حاصل عبارتهای زیر را بدست آورید.

الف) A' ب) B' پ) $A \cap B'$ ت) $A' \cup B$ ث) $A - B'$

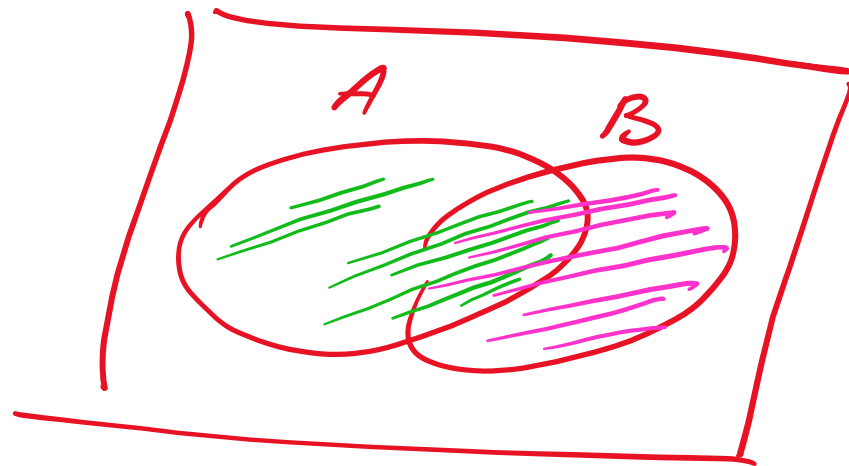
$$\text{الف) } A' = \{b, c, d\} \quad \text{ب) } B' = \{a, d, e\}$$

$$\text{د) } A \cap B' = \{a, e\} \quad \text{و) } A' \cup B = \{b, c, d\}$$

$$\text{ز) } A - B' = \{a, e\} - \{a, d, e\} = \emptyset$$



$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$



$$n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$



اگر $n(A) = 10$ و $n(A \cap B) = 3$ و $n(A \cup B) = 14$ باشد، آنگاه $n(B)$ را بدست آورید؟

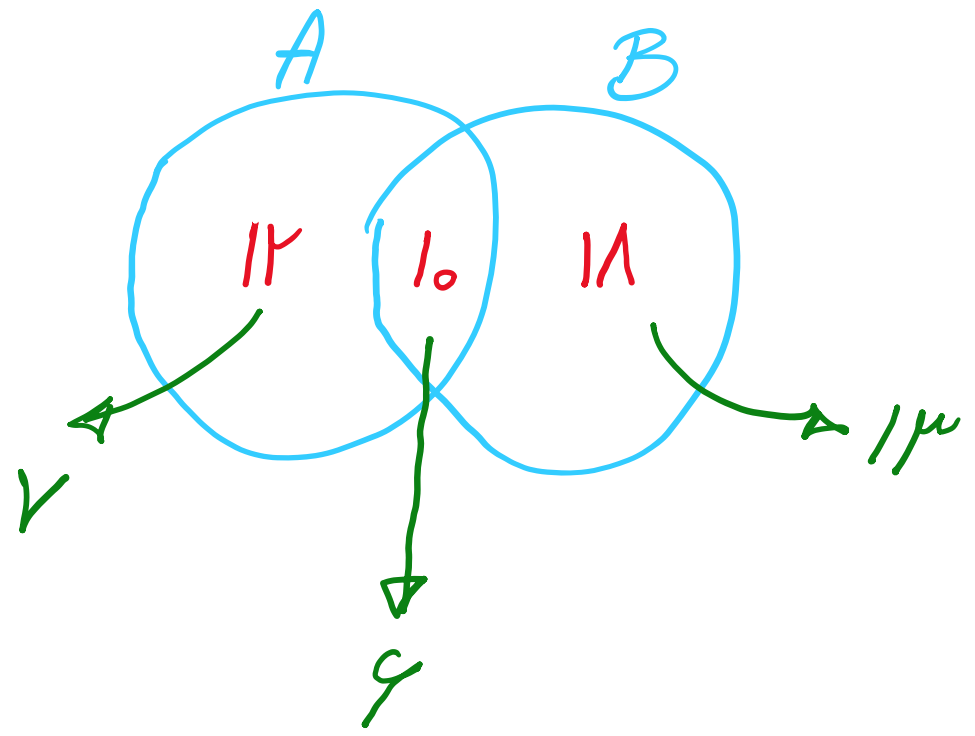
$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$14 = 10 + n(B) - 3$$

$$\rightarrow n(B) = 14 - 10 + 3 = 7$$



اجتماع دو مجموعه A و B دارای ۴۰ عضو است. مجموعه‌های $(A - B)$ و $(B - A)$ به ترتیب ۱۲ و ۱۸ عضو دارند. اگر از هر یک از مجموعه‌های A و B ، ۹ عضو برداشته شود، از مجموعه‌ی اشتراک آن‌ها ۴ عضو کم می‌شود. تعداد عضوهای اجتماع دو مجموعه‌ی جدید، کدام است؟



$$n(A \cup B) = 7 + 9 + 13 = 29$$

۲ اگر A مجموعه‌ی اعداد اول و B مجموعه‌ی اعداد طبیعی فرد باشند. کدام یک از مجموعه‌های زیر متناهی است؟

$A - B$ ۴

$B - A$ ۳

$A \cap B$ ۲

$A \cup B$ ۱

$$A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, \dots\}$$

$$B = \{1, 3, 5, 7, 9, \dots\}$$

$$A - B = \{2\}$$



۳ اگر مجموعه‌های $A = \left\{ \frac{1}{x} \mid x \in \mathbb{N} \right\}$ و $B = \left\{ \frac{x}{\lambda} \mid x \in \mathbb{N} \right\}$ مفروض باشند، کدام یک از مجموعه‌های زیر متناهی است؟

$A \cup B$ ۴

$A \cap B$ ۳

$B - A$ ۲

$A - B$ ۱

$$A = \left\{ 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots \right\}$$

$$B = \left\{ \frac{1}{1}, \frac{2}{1}, \frac{3}{1}, \dots \right\}$$

$$\rightarrow A \cap B = \left\{ \frac{1}{1}, \frac{1}{4}, \frac{1}{9}, 1 \right\}$$



۴ اگر $A \cap B = \emptyset$ و $A \cap C = \emptyset$ ، آن گاه کدام نتیجه گیری درست است؟

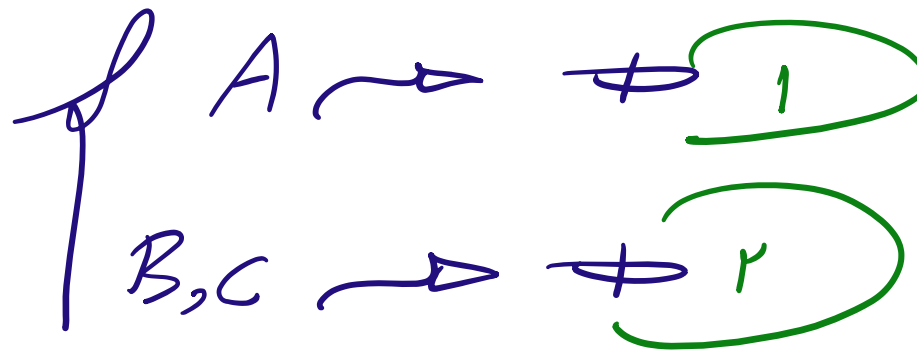
$A \cap (B - C) \neq \emptyset$ ۴

$A \cap (B \cup C) = \emptyset$ ✓

$B \cap C \neq \emptyset$ ۲

$B \cap C = \emptyset$ ۱

$A \cap B = \emptyset$

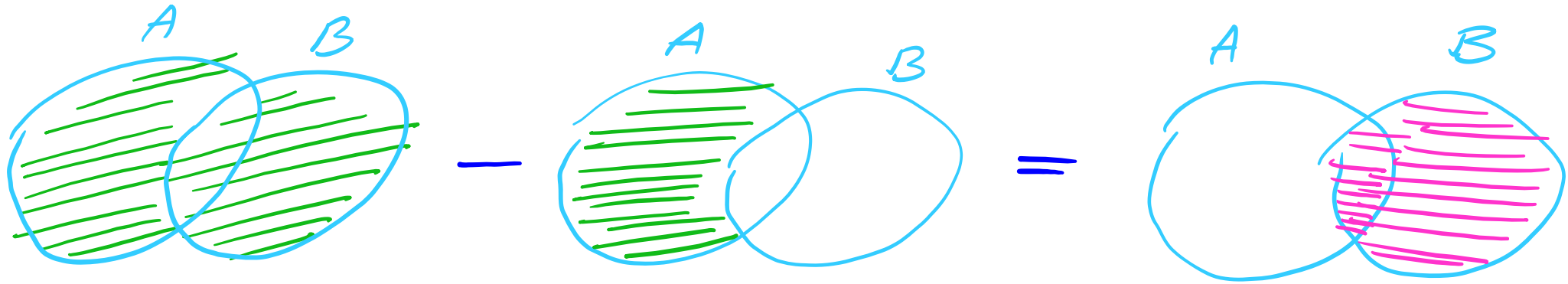


$A \cap C = \emptyset$

A \cap $(B \cup C)$ = \emptyset

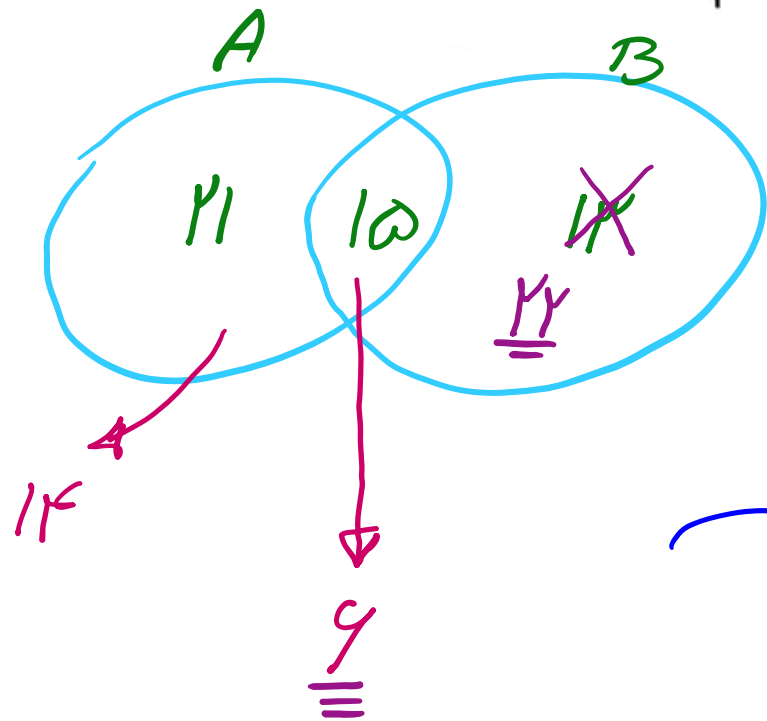


۵ اگر $A = \{۲, ۳, ۶, ۷, ۸\}$ و $B = \{۲, ۴, ۵, ۶\}$ باشند، مجموعه‌ی $(A \cup B) - [A - (A \cap B)]$ چند عضو دارد؟



$\rightarrow B = \{۲, ۴, ۵, ۶\}$

۶ مجموعه‌ی A دارای ۳۶ عضو و مجموعه‌ی B دارای ۲۸ عضو است. اشتراک آن‌ها ۱۵ عضو دارد. اگر ۱۶ عضو از مجموعه‌ی A حذف شود، از اشتراک آن‌ها ۹ عضو حذف می‌شود، تعداد عضوهای اجتماع مجموعه‌ی جدید با مجموعه‌ی B ، کدام است؟



$$\rightarrow n(A \cup B) = 14 + 9 + 12 = 35$$



۷ اگر A مجموعه ای نامتناهی و B مجموعه ای متناهی باشد، کدام مجموعه نامتناهی است؟

$(A - B) - A$ ۴

$A - B$ ۳

$B - A$ ۲

$A \cap B$ ۱



۸ اگر A مجموعه‌ی اعداد طبیعی فرد و B مجموعه‌ی اعداد اول باشند، کدام مجموعه متناهی و غیرتهی است؟

$A - (A \cup B)$ ۴

$A \cap B$ ۳

$B - A$ ۲

$A - B$ ۱

$A = \{1, 3, 5, 7, \dots\}$

$B = \{2, 3, 5, 7, 11\}$

$B - A = \{2\}$

اگر A مجموعه‌ی اعداد طبیعی که بر ۶ بخش پذیرند، B مجموعه‌ی اعداد طبیعی دو رقمی کمتر از ۴۰ که بخش پذیر بر ۳ باشند. مجموعه‌ی $B - A$ چند عضو دارد؟

$$A = \{ 6, 12, 18, 24, 30, 36, \dots \}$$

$$B = \{ 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39 \}$$

$$B - A = \{ 15, 21, 27, 33, 39 \}$$

۵ عضو



۱۰ اگر $U = \{1, 2, 3, \dots, 50\}$ مجموعه مرجع، $A = \{3, 6, 9, \dots, 48\}$ و $B = \{1, 2, \dots, 10\}$ باشد، $n(A' - B)$ کدام است؟

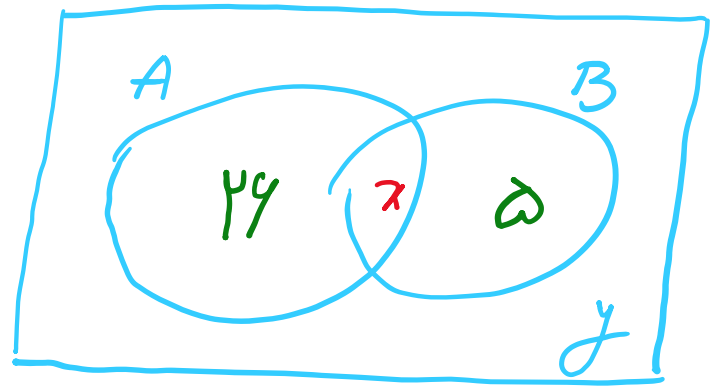
$$A' = 50 \text{ عضو} - 14 \text{ عضو} = 36$$

$$n(A' - B) = 36 - 7 = 29$$

$$n(A' \cap B) = \{1, 2, 4, 5, 7, 8, 10\} \rightarrow 7$$



در کلاسی با ۵۰ دانش آموز، ۲۶ نفر فقط عضو تیم والیبال و ۵ نفر فقط عضو تیم بسکتبال هستند. اگر تعداد عضوهای تیم والیبال ۴ برابر عضوهای تیم بسکتبال باشد، آنگاه چه تعداد از دانش آموزان عضو هیچ یک از دو تیم نیستند؟



$$n(U) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \rightarrow 24 + x = 50 - (x + 5)$$

$$\rightarrow 24 + x = 45 - x - 5 \rightarrow 24 + x = 40 - x$$

$$\rightarrow 2x = 16 \rightarrow x = 8$$

$$24 + x + 5 + y = 50$$

$$\rightarrow 24 + 8 + 5 + y = 50$$

$$\rightarrow y = 13$$

$A = \{x | x \in W, x^2 < 100\}$ و $B = \{3x | x \in Z, -10 \leq 3x - 1 < 11\}$ باشند؛ آن گاه مجموعه‌ی

$(A - B) \cup (B - A)$ چند عضو دارد؟

$$A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

$$-10 \leq 3x - 1 < 11 \xrightarrow{+1} -9 \leq 3x < 12 \xrightarrow{:3} -3 \leq x < 4$$

-۳، -۲، -۱، ۰، ۱، ۲، ۳

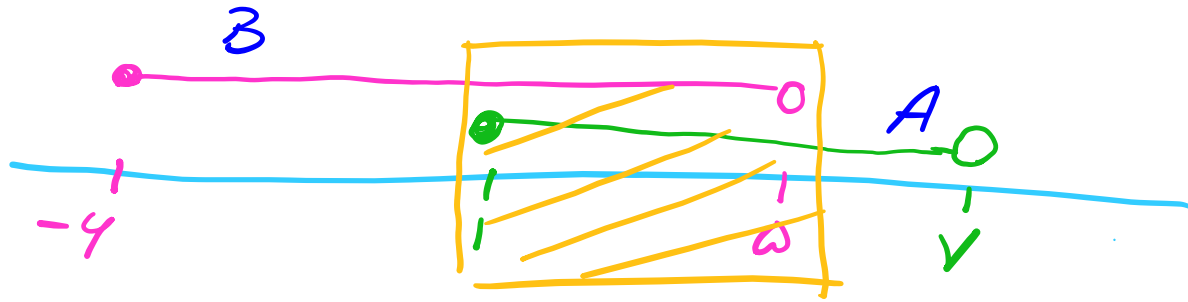
$$B = \{-9, -6, -3, 0, 3, 6, 9\}$$

$$A - B = \{1, 2, 4, 5, 7, 8\}$$

$$B - A = \{-9, -6, -3\}$$

اعمال \rightarrow ۹ عضو

۱۳ اگر $A = [1, 7)$ و $B = [-6, 5)$ باشد، حاصل $(B - A) \cup (A - B)$ کدام است؟



$$B - A = [-6, 1)$$

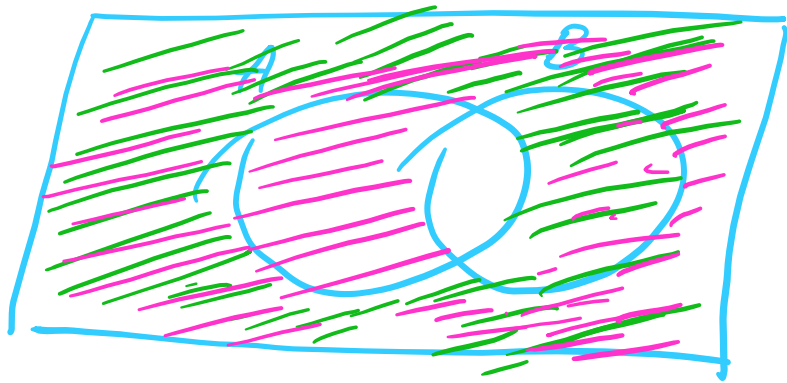
$$A - B = [5, 7)$$



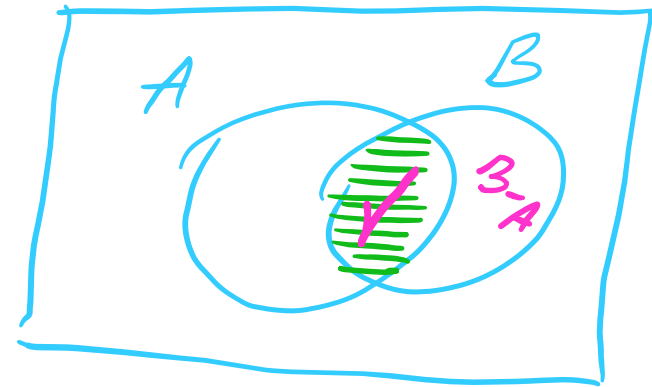
$$[-6, 1) \cup [5, 7)$$



۱۴) متهم مجموعه‌ی $(A' \cup B') \cup [B - (B - A)]$ کدام است؟ (U مجموعه‌ی مرجع و A و B ناتهی است.)



\cup



=



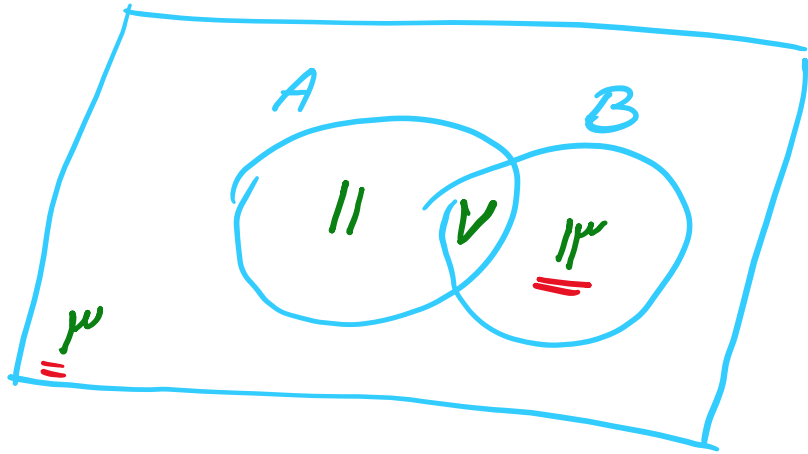
$$(A' \cup B') \cup [B - (B \cap A')] = (A' \cup B') [B \cap \underline{\underline{(B \cap A)'}}]$$

$$(A' \cup B') [B \cap (B' \cup A)] = (A' \cup B') [(\cancel{B \cap B'}) \cup (B \cap A)] = (A' \cup B') \cup (A \cap B)$$

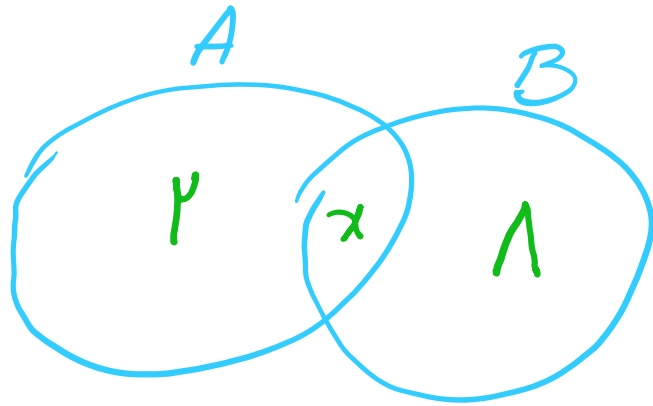
$$(A \cap B)' \cup (A \cap B) = U \quad \text{متهم} \quad \emptyset$$

۱۵) در کلاسی ۱۸ نفر عضو تیم فوتبال، ۲۰ نفر عضو تیم والیبال و ۷ نفر عضو هر دو تیم هستند. اگر ۳ نفر از دانش‌آموزان این کلاس عضو هیچ تیمی نباشند، کدام نادرست است؟

- ۱) ۱۱ نفر فقط عضو تیم فوتبال اند. ۲) ۲۴ نفر فقط عضو یک تیم هستند. ۳) ~~۱۳ نفر عضو تیم فوتبال نیستند.~~ ۴) ۲۷ نفر حداکثر عضو یک تیم هستند.



۱۶ اگر $n(A - B) = ۲$ ، $n(B - A) = ۸$ و $n(B) = ۳n(A)$ باشد، $n(A \cup B)$ کدام است؟



$$n(B) = ۳n(A)$$

$$\rightarrow x + ۸ = ۳(x + ۲)$$

$$\rightarrow x + ۸ = ۳x + ۶ \rightarrow ۲x = ۲ \rightarrow x = ۱$$

$$n(A \cup B) = ۲ + x + ۸ = ۲ + ۱ + ۸ = ۱۱$$



۱۷) در مجموعه‌ی مرجع R ، اگر مجموعه‌ی A متناهی و مجموعه‌ی B نامتناهی باشد، کدام یک از مجموعه‌های زیر حتماً متناهی است؟

$$A \cap B \quad (۴)$$

متناهی

$$A' - B \quad (۳)$$

نامتناهی

$$(A - B) \cup (B - A) \quad (۲)$$

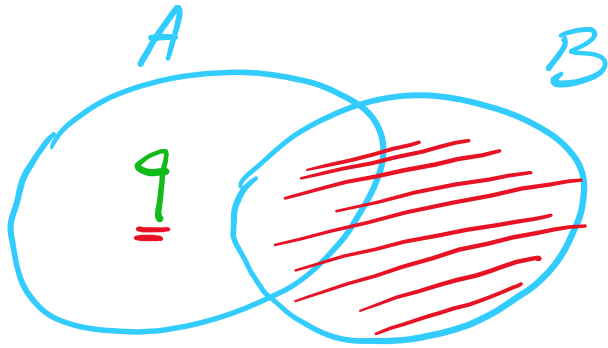
نامتناهی

$$B' \quad (۱)$$

متناهی
نامتناهی



۱۸ اگر $n(A \cup B) = ۳۲$ و $n(A - B) = ۹$ ، $n(B)$ کدام است؟

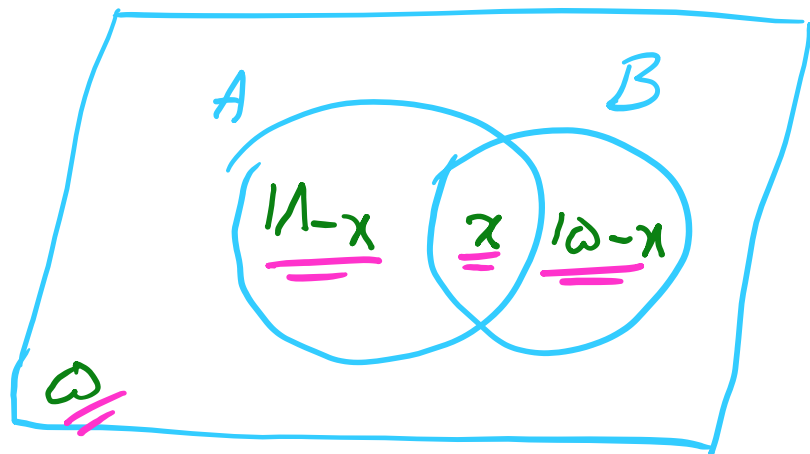


$$n(A \cup B) = n(A - B) + n(B)$$

$$۳۲ = ۹ + n(B) \rightarrow n(B) = ۲۳$$



در یک کلاس ۳۲ نفری، ۱۸ نفر به درس ریاضی و ۱۵ نفر به درس فیزیک علاقه‌مند هستند. اگر ۵ نفر به هیچ‌یک از دو درس علاقه نداشته باشند، چند نفر به هر دو درس علاقه دارند؟

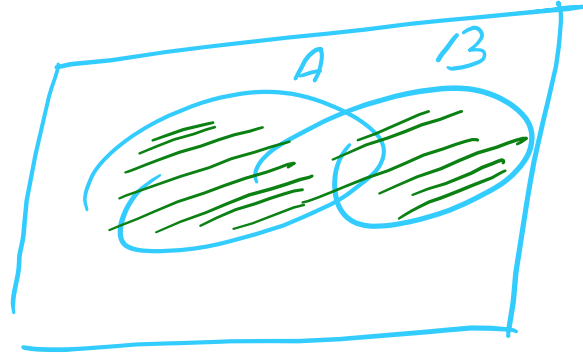


$$11 - x + x + 15 - x + 5 = 32$$

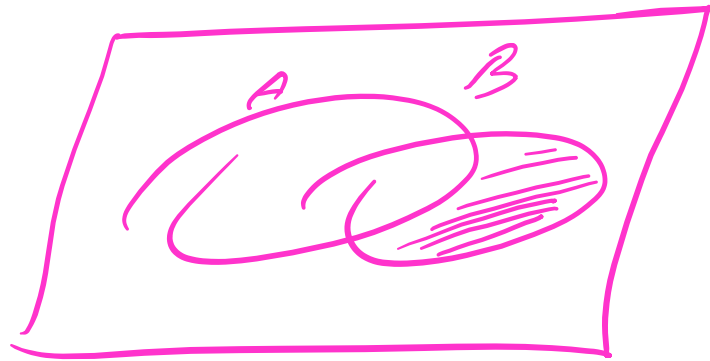
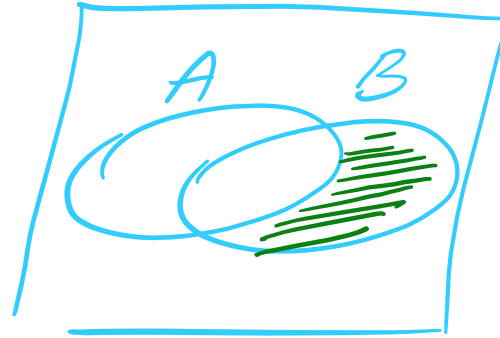
$$x = 9$$



۲۰ اگر A و B دو مجموعه‌ی غیرتهی باشند، حاصل $(A \cup B) \cap (B - A)$ کدام است؟



انتخاب



$B - A$



خانه ریاضی علی هاشمی

Alihashemi-math.com



Freemath



Alihashemi_math