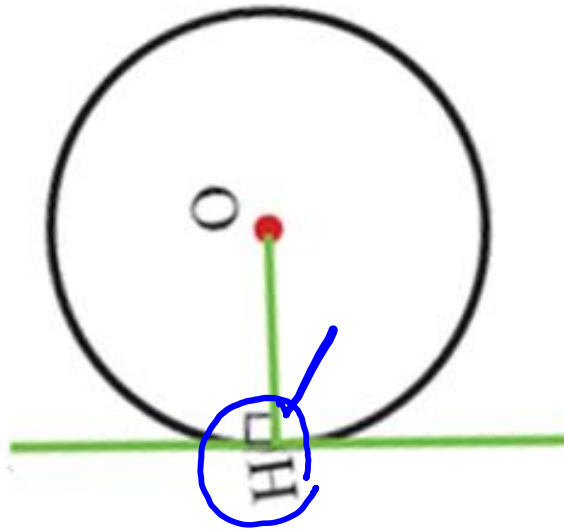


آموزش ریاضی

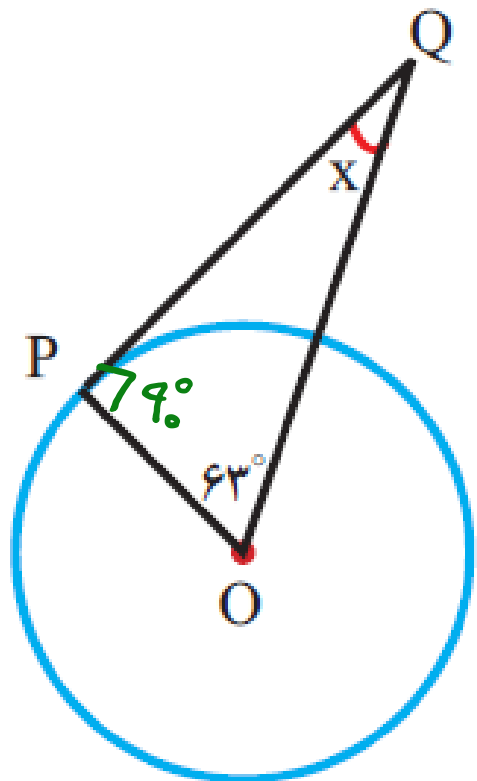
دایره ها

علی هاشمی

شعاع دایره در نقطهٔ تماس بر خط مماس عمود است.

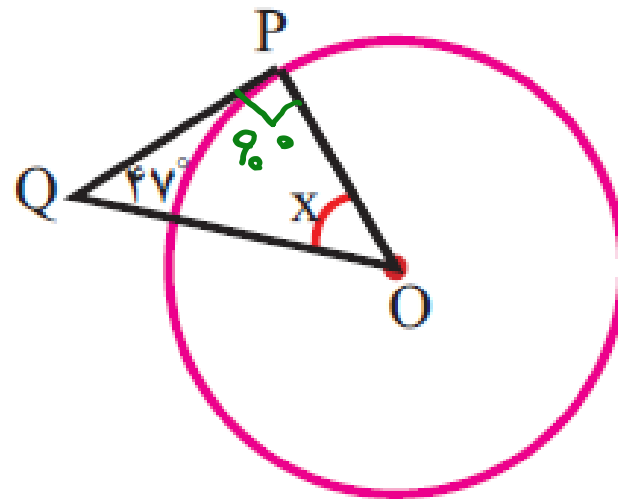


در هر شکل، بر دایره مماس است. اندازه زاویه خواسته شده را پیدا کنید.



$$\underbrace{79^\circ + 90^\circ}_{169} + x = 110^\circ$$

$$\rightarrow x = 110^\circ - 169^\circ = 21^\circ$$

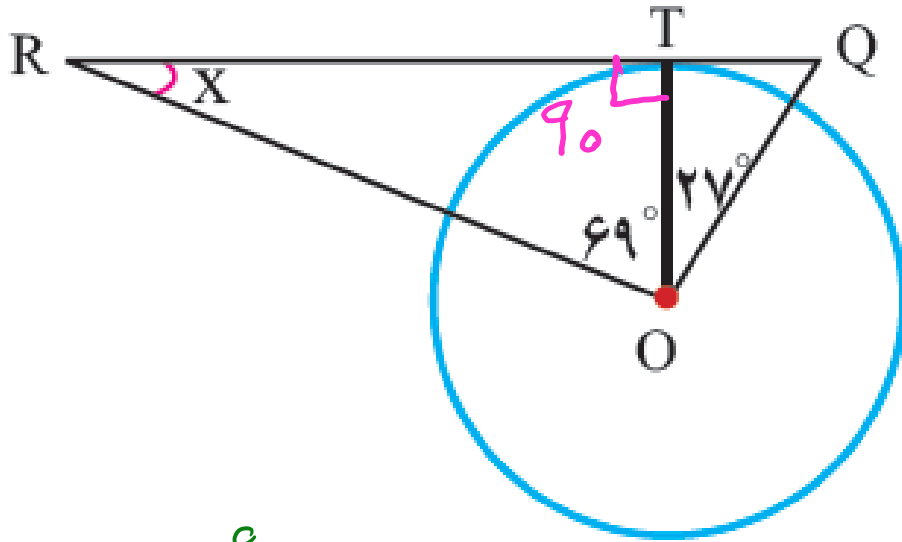


$$\underbrace{47^\circ + 90^\circ}_{137} + x = 110^\circ$$

$$\rightarrow x = 110^\circ - 137^\circ = 23^\circ$$



در هر شکل، RQ بر دایره مماس است. اندازه زاویه مجهول را پیدا کنید.

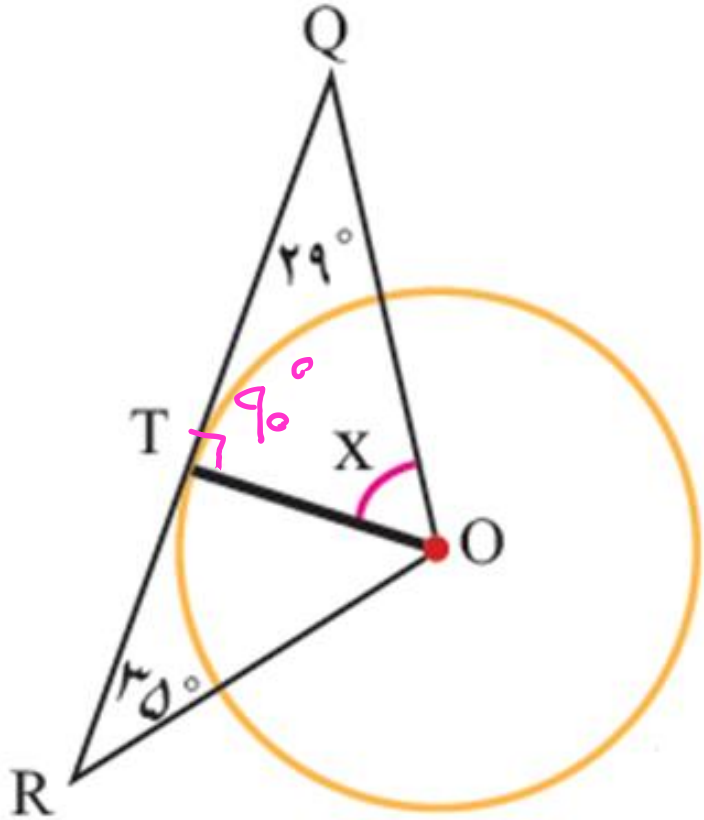


$$\underbrace{90^\circ + 69^\circ}_{159} + x = 180^\circ$$

$$\rightarrow x = 180 - 159 = 21^\circ$$



در هر شکل، RQ بر دایره مماس است. اندازه زاویه مجهول را پیدا کنید.

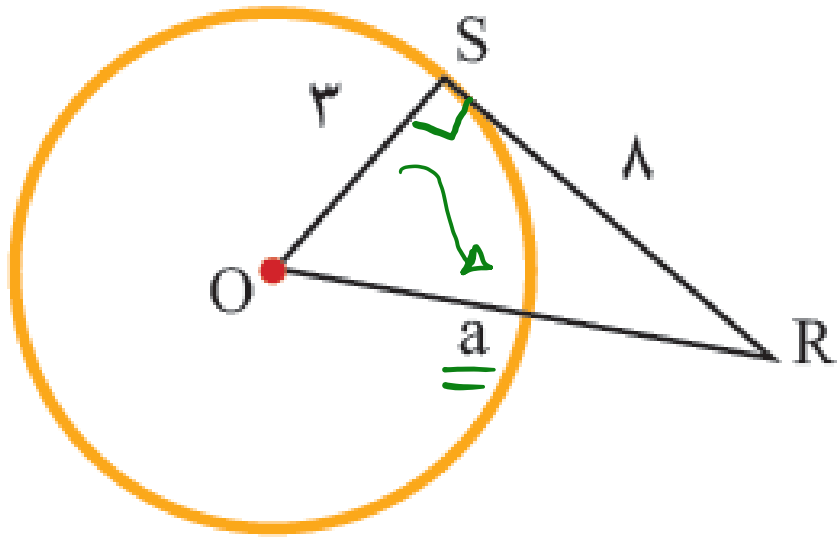


$$\underbrace{90^\circ + 29^\circ}_{119} + x = 180^\circ$$

$$\rightarrow x = 180^\circ - 119^\circ = 61^\circ$$



در هر شکل، SR بر دایره مماس است. مقدار a را به دست آورید.



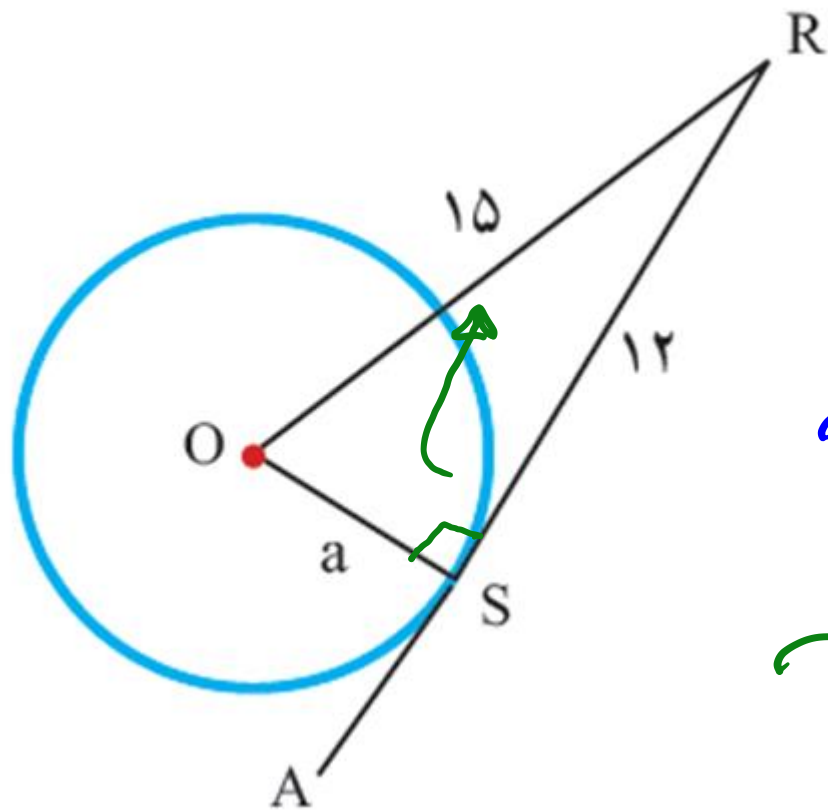
$$a^2 = r^2 + l^2$$

$$\rightarrow a^2 = 9 + 9^2 = 10^2$$

$$\rightarrow a = 10$$



در هر شکل، SR بر دایره مماس است. مقدار a را به دست آورید.



$$R\omega = a + R\psi$$

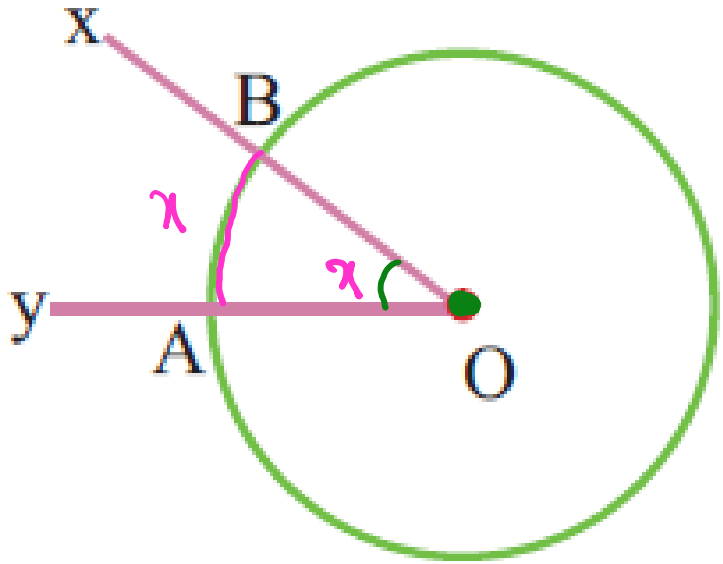
$$\rightarrow R\omega = a + R\psi$$

$$\rightarrow R\omega - R\psi = a$$

$$\rightarrow a = 11 \rightarrow a = \sqrt{11} = 9$$



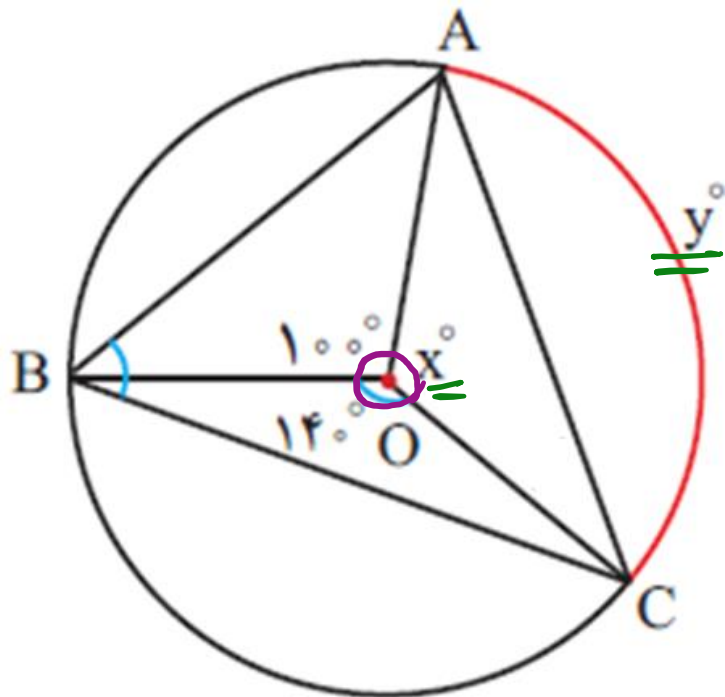
اندازه کمان زاویه مرکزی



$$\widehat{AOB} = \widehat{AB}$$



اندازه کمان و زاویه های مجهول را پیدا کنید.



$$\underbrace{110^\circ + 100^\circ}_{210^\circ} + x = 360^\circ$$

$$\rightarrow x = 360^\circ - 210^\circ = 150^\circ$$

$$x = y$$

$$y = 150^\circ$$



اندازه کمان و زاویه های مجهول را پیدا کنید.

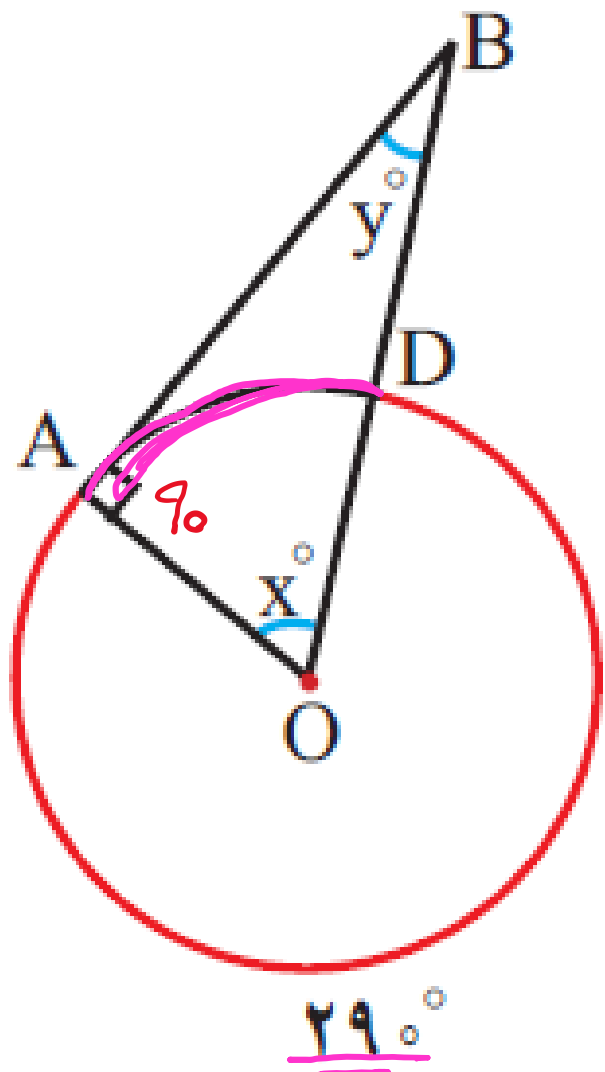
$$\widehat{AD} = 34^\circ - 29^\circ = 5^\circ$$

$$\widehat{AD} = x^\circ \rightarrow x = 5^\circ$$

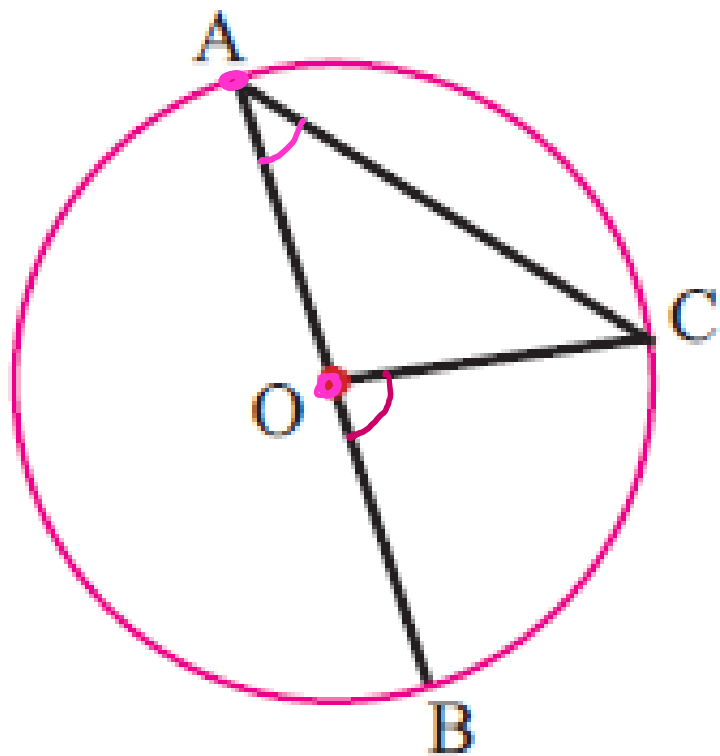
$$9^\circ + 5^\circ + y = 110^\circ$$

14

$$y = 110 - 14 = 96^\circ$$



اندازه کمان زاویه محاطی

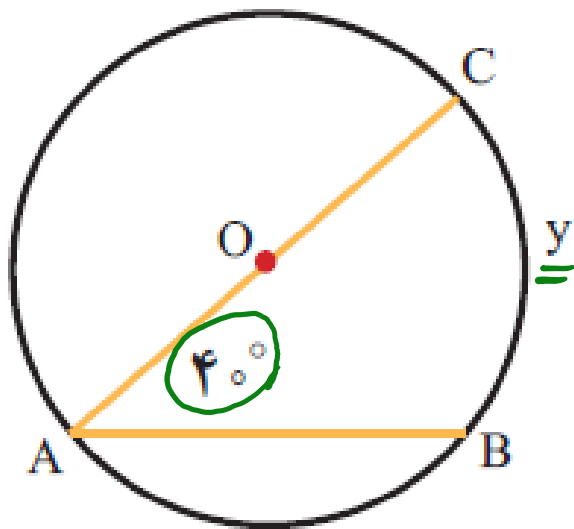


$$\hat{O} = \widehat{BC}$$

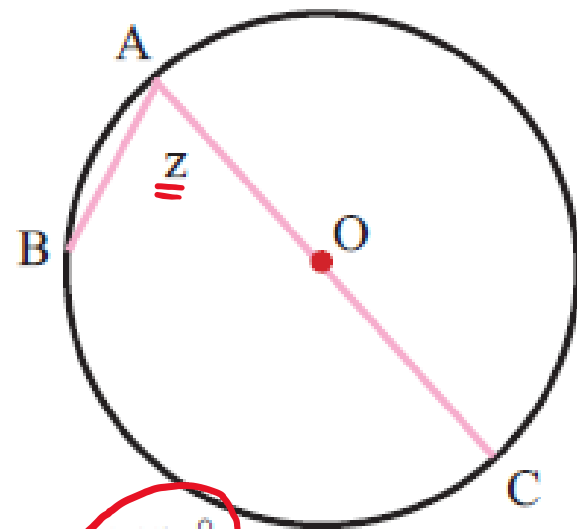
$$\hat{A} = \frac{\widehat{BC}}{2}$$



اندازه زاویه‌ها و کمان‌های خواسته شده را پیدا کنید.

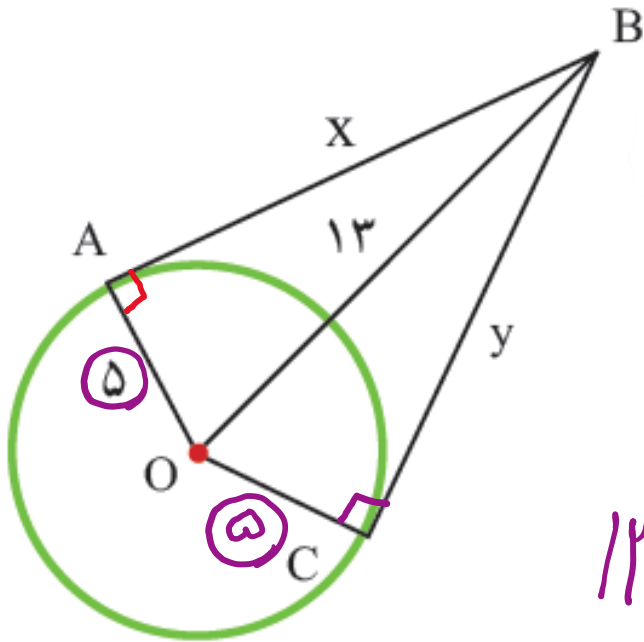


$$y = \frac{1}{2} \times 40^\circ = 20^\circ$$



$$z = \frac{120^\circ}{2} = 60^\circ$$

۱- نقطه B در فاصله ۱۳ سانتی متری مرکز دایره ای به شعاع ۵ سانتی متر قرار دارد. از این نقطه دو مماس بر دایره رسم کرده ایم. فاصله B از هر یک از نقاط تماس را به دست آورید.



$$13^2 = x^2 + 5^2 \rightarrow 169 = x^2 + 25$$

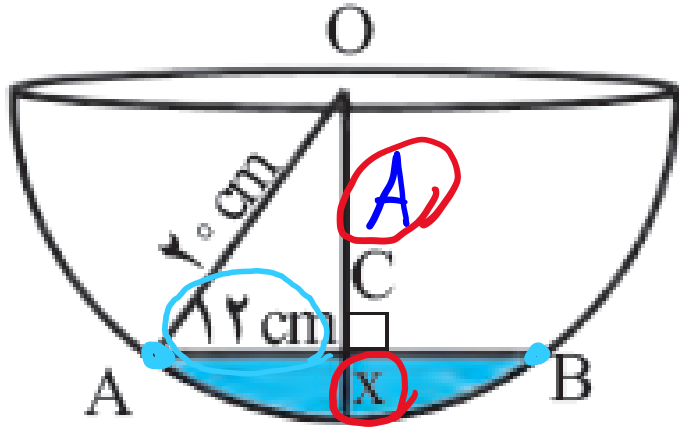
$$169 - 25 = x^2 \rightarrow x^2 = 144 \rightarrow x = 12 \quad \checkmark$$

$$13^2 = 5^2 + y^2 \rightarrow 169 = 25 + y^2$$

$$\rightarrow 169 - 25 = y^2 \rightarrow y^2 = 144 \rightarrow y = 12 \quad \checkmark$$



۲- در کاسه‌ی کره‌ی روبه‌رو مقداری آب ریخته‌ایم، \overline{AB} برابر ۲۴ سانتی‌متر شده است. حداکثر عمق آب چقدر است؟



$$r_o^r = r^r + A^r \rightsquigarrow r_\infty^r = r^r + A^r$$

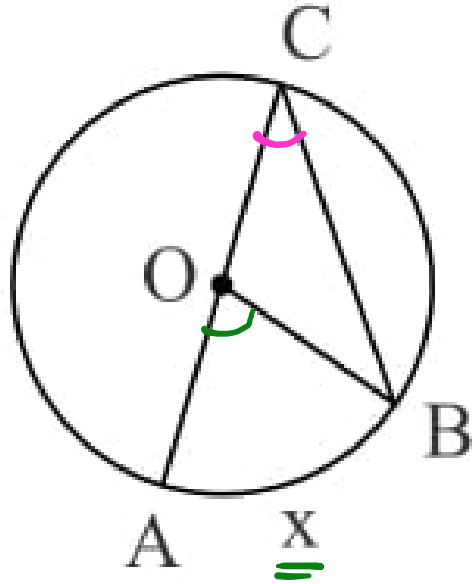
$$\rightsquigarrow A^r = r_\infty^r - r^r = 209$$

$$\rightsquigarrow A^r = 209 \rightsquigarrow A = \sqrt{209} = 19 \quad \checkmark$$

$$R = \underline{\underline{r_o}} = \underline{\underline{A}} + x \rightsquigarrow x = r$$

۳- کمان AB برابر x درجه است. اندازه زاویه AOB را بر حسب x به دست آورید.

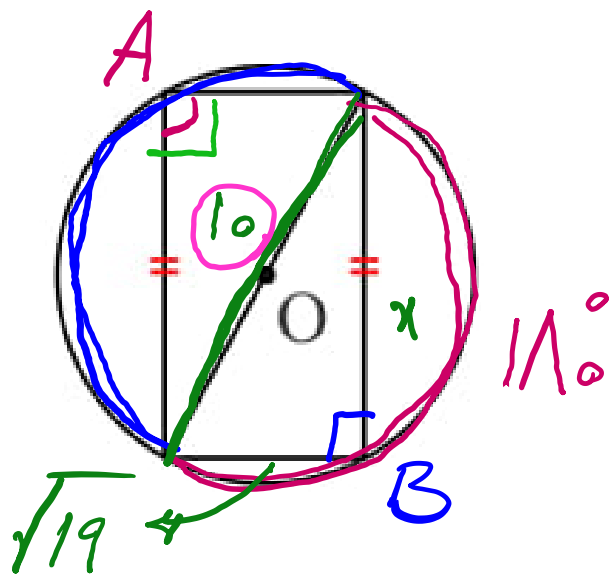
اندازه زاویه ACB را بر حسب x به دست آورید.



$$\hat{AOB} = x$$

$$\hat{ACB} = \frac{x}{2}$$

۴-الف) در شکل زیر، ضلع‌های روبه‌رو به هم در چهارضلعی باهم برابرند. چرا چهارضلعی مستطیل است؟
 ب) شعاع دایره برابر ۵ و عرض مستطیل برابر $\sqrt{19}$ سانتی‌متر است. طول مستطیل را به دست آورید.



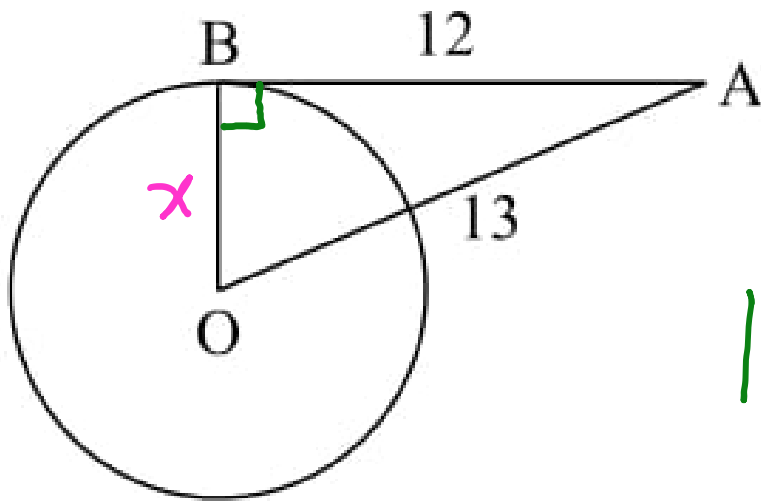
$$\begin{cases} A = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ \\ B = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ \end{cases}$$

مستطیل ✓

$$10^2 = \sqrt{19}^2 + x^2 \rightarrow 100 = 19 + x^2$$

$$\rightarrow x^2 = 100 - 19 = 81 \rightarrow x = \sqrt{81} = 9$$

۵- در شکل زیر AB بر دایره مماس است. اندازه شعاع دایره را بیابید.



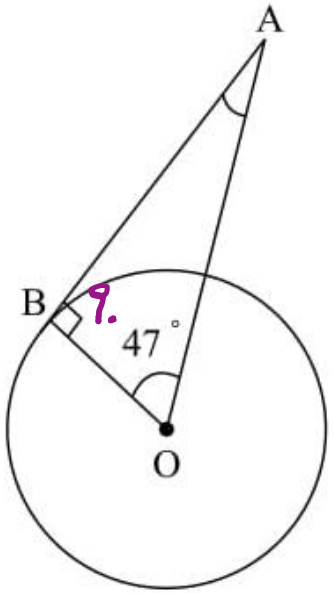
$$13^2 = 12^2 + x^2$$

$$169 = 144 + x^2 \rightarrow x^2 = 169 - 144$$

$$\rightarrow x^2 = 25 \rightarrow x = \sqrt{25} = 5$$

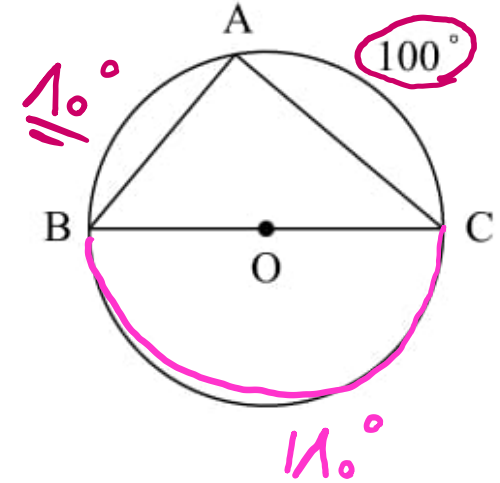
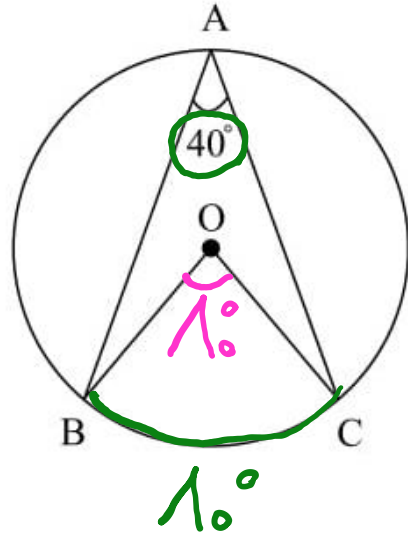


۷- اندازه زاویه‌ها و کمان‌ها را بنویسید. (O مرکز دایره است).



$$9^\circ + 47^\circ + A = 110^\circ$$

$$\rightarrow A = 54^\circ$$

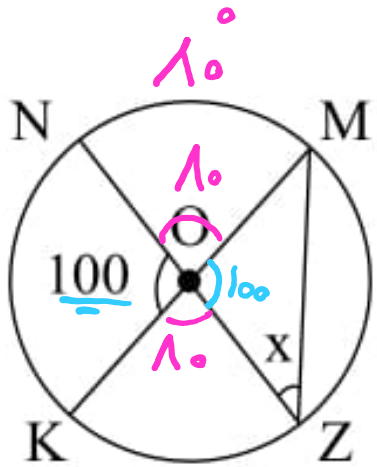


$$\hat{A} = \frac{110^\circ}{2} = 55^\circ$$

$$\hat{B} = \frac{100^\circ}{2} = 50^\circ$$

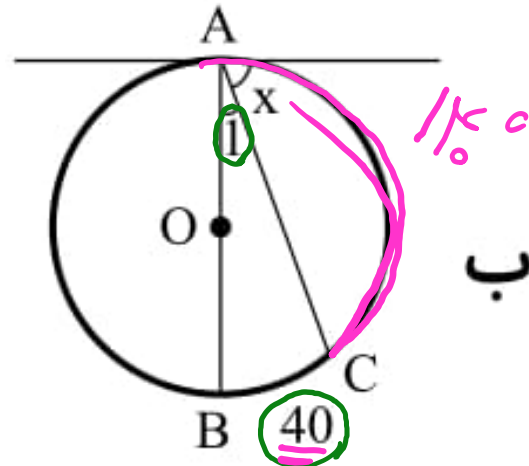
$$\hat{C} = \frac{10^\circ}{2} = 5^\circ$$

۸- در شکل‌های زیر O مرکز دایره است. زوایای \hat{x} و \hat{y} را به دست آورید.



الف

$$\hat{x} = \frac{100}{2} = 50^\circ$$



ب

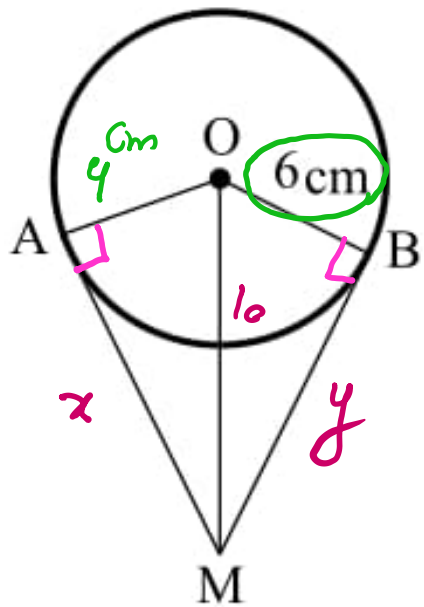
$$\hat{y} = \frac{140}{2} = 70^\circ$$

$$\hat{x} = \frac{140}{2} = 70^\circ$$



دست آورید.

۹- در شکل مقابل MA و MB بر دایره مماس هستند و طول OM برابر با 10 cm است. اندازه‌ی AM و BM را به



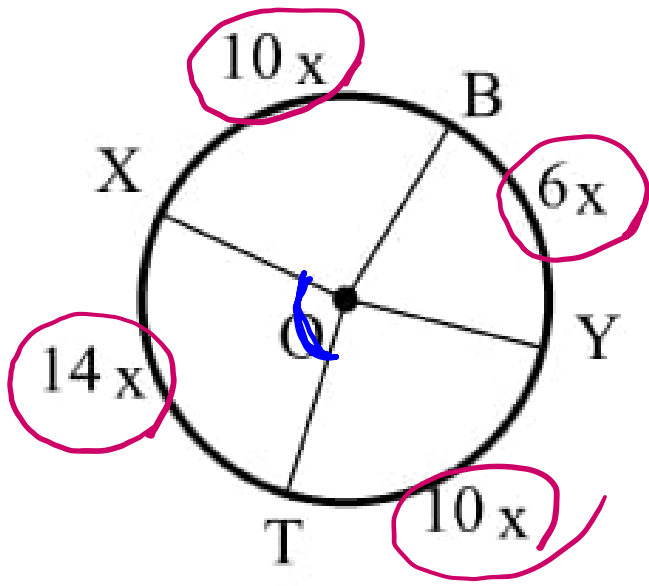
$$10^2 = x^2 + 6^2 \rightarrow 100 = x^2 + 36$$

$$\rightarrow x^2 = 100 - 36 = 64 \rightarrow x = 8$$

$$10^2 = y^2 + 6^2 \rightarrow 100 = y^2 + 36$$

$$\rightarrow y^2 = 100 - 36 = 64 \rightarrow y = 8$$

۱۰- زاویه $X\hat{O}T$ را بیابید.



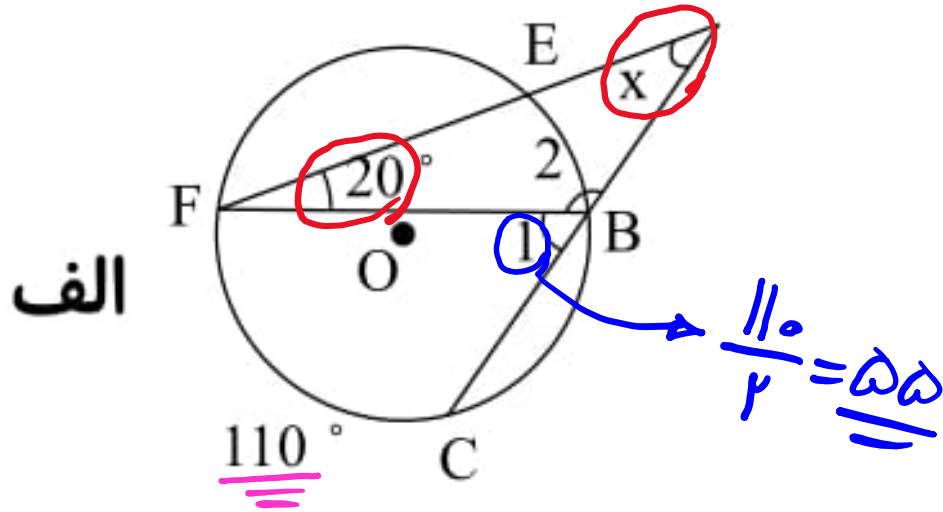
$$14x + 10x + 6x + 10x = 360^\circ$$

$$\rightarrow 40x = 360^\circ \rightarrow x = \frac{360^\circ}{40} = 9 \quad \checkmark$$

$$\hat{O} = 14x = 14 \times 9 = 126$$

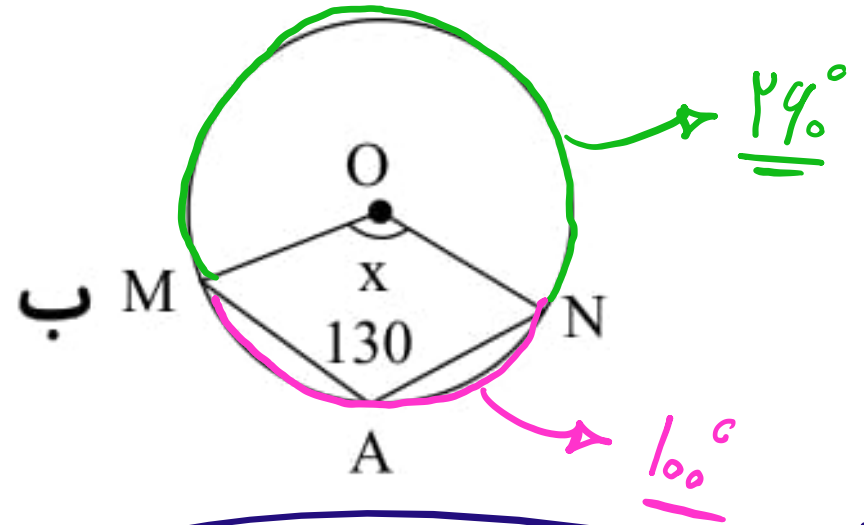


۱۱- اندازه‌ی زاویه‌های مجهول را بیابید.



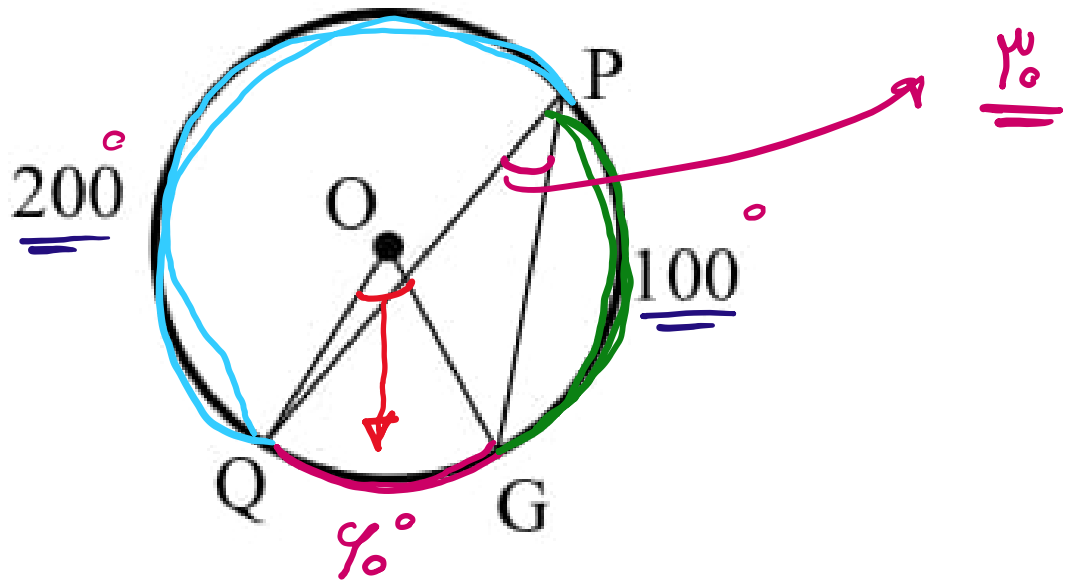
$$10^\circ + x = 110^\circ$$

$$\rightarrow x = 110^\circ - 10^\circ = 100^\circ$$



$$\bar{x} = 100^\circ$$

۱۲- مقادیر خواسته شده را به دست آورید.



$$\widehat{QG} = 40^\circ$$

$$\widehat{P} = 30^\circ$$

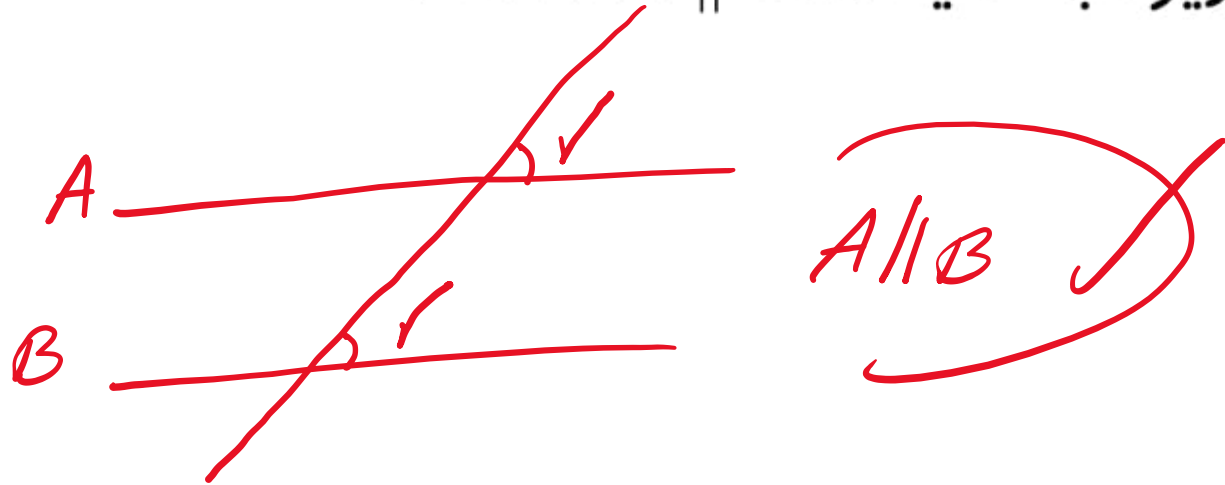
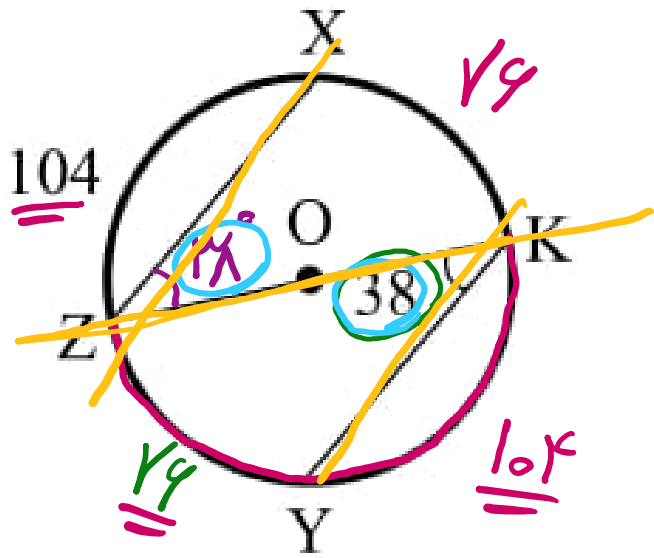
$$\widehat{O} = 40^\circ$$



سایت خانه ریاضی علی هاشمی

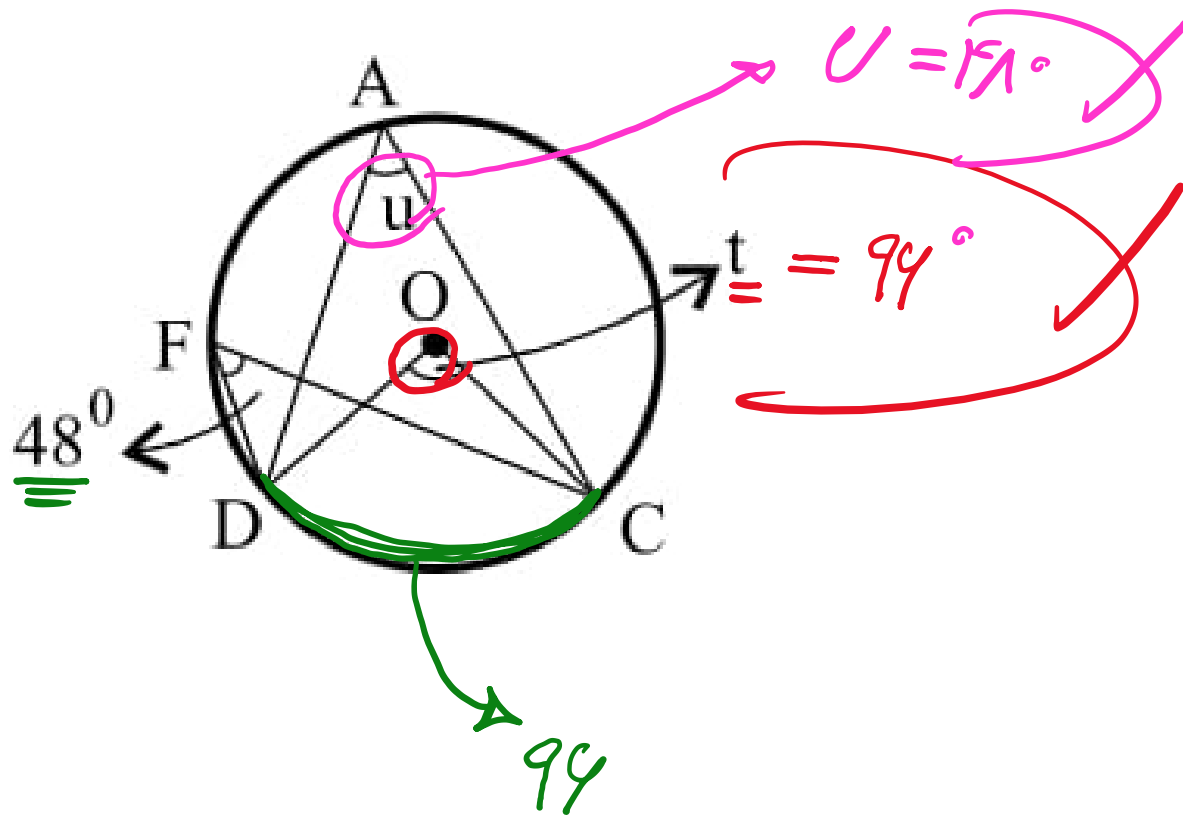
Alihashemi-math.com

۱۴- در شکل زیر ثابت کنید $XZ \parallel YK$ است.



→ $XZ \parallel YK$

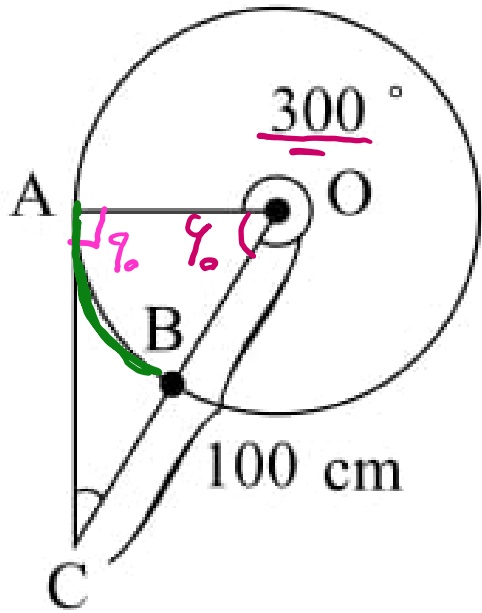
۱۵- در شکل زیر اندازه‌ی u و t را به دست آورید.



سایت خانه ریاضی علی هاشمی

Alihashemi-math.com

۱۶- با توجه به شکل مقادیر خواسته شده را به دست آورید.

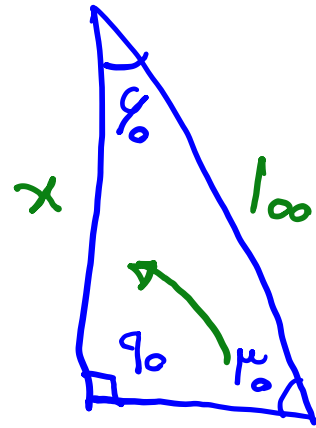


$$90^\circ + 90^\circ + C = 180^\circ \rightarrow C = 0^\circ$$

$$\begin{aligned} \angle O &= ? \quad 90^\circ \\ \widehat{AB} &= ? \quad 90^\circ \end{aligned}$$

$$\widehat{C} = ? \quad 90^\circ$$

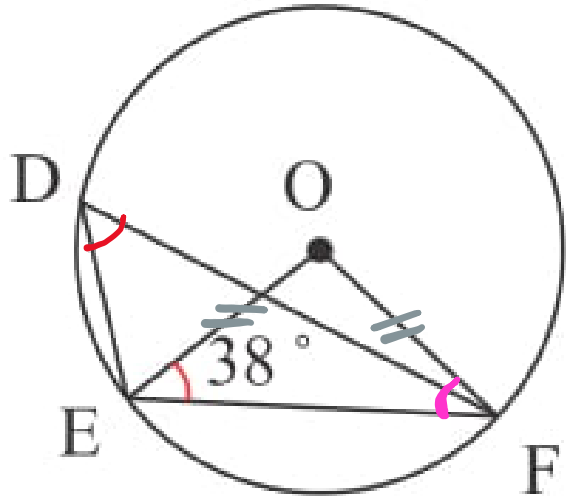
$$\overline{OA} = ? \quad 50$$



$$x = 100 \times \frac{1}{2} = 50$$

* درست تمام الزامه اندازه صلح و سرب
 زاویه 90 درجه نصف وتر است

۱۷- با توجه به شکل مقابل، اندازه زاویه‌ها و کمان‌های خواسته شده را به دست آورید (و O مرکز دایره است).



$$\underline{OE} = R = \underline{OF} \rightarrow \hat{E} = \hat{F}$$

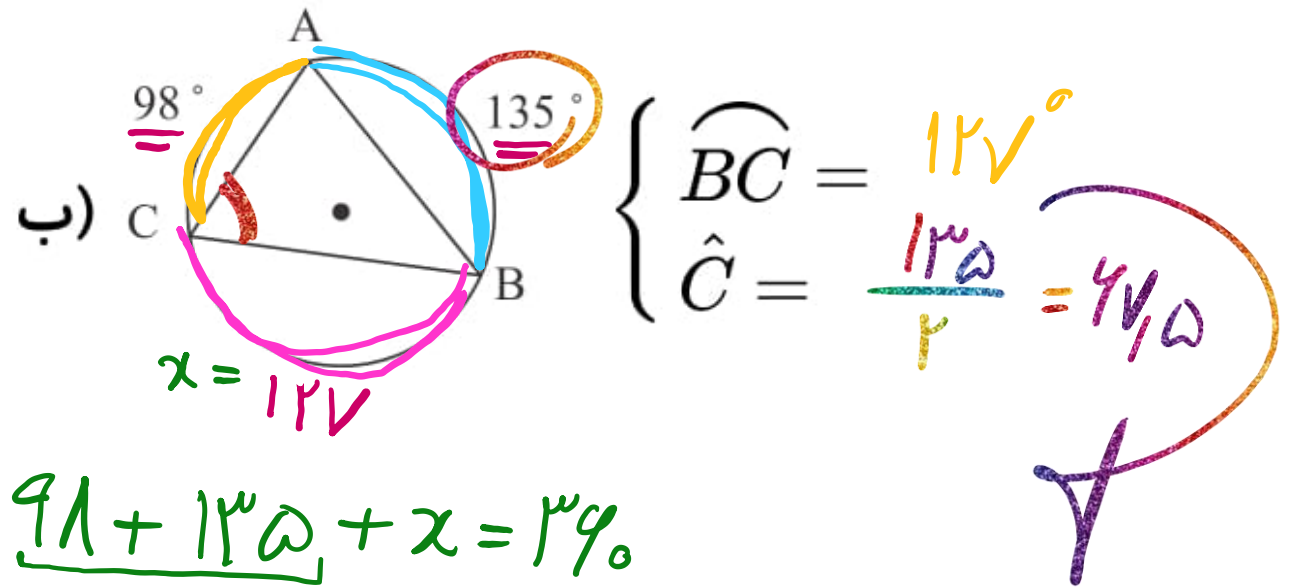
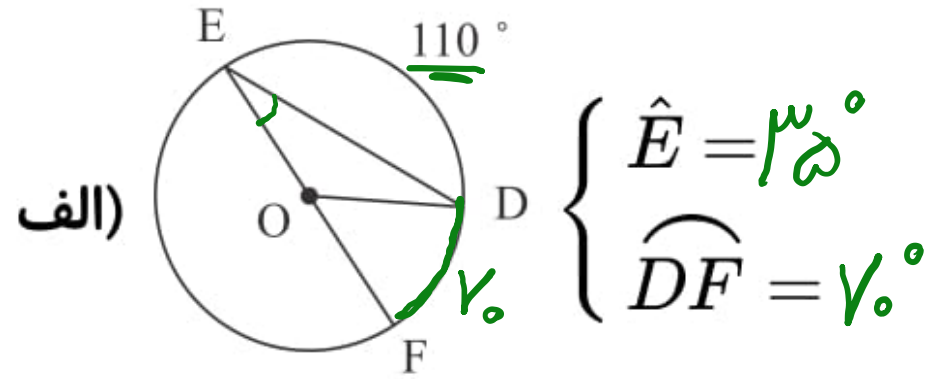
$$\rightarrow \hat{O} = 110 - (11 + 11) = 104$$

$$\widehat{EF} = 104$$

$$\hat{EOF} = 104$$

$$\hat{D} = \frac{104}{2} = 52$$

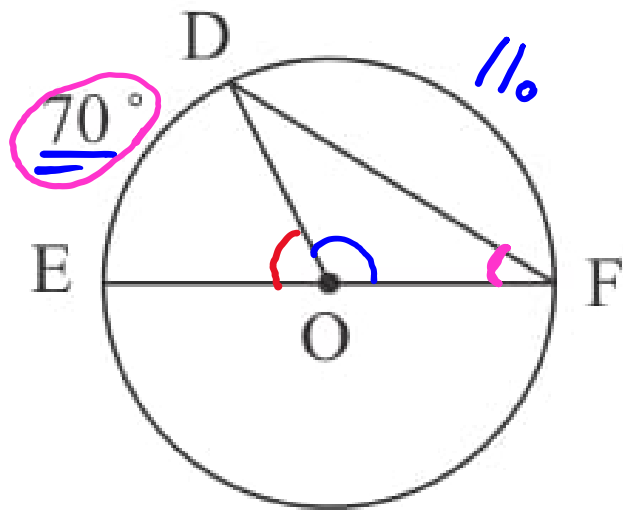
۱۸- با توجه به شکل‌های زیر اندازه کمان‌ها و زاویه‌های خواسته شده را به دست آورید.



$$91 + 135 + x = 360$$

$$\rightarrow x = 360 - 226 = 134$$

۱۹- با توجه به شکل اندازه‌های خواسته شده را به دست آورید.



$$\hat{D\hat{O}F} = 110^\circ$$

$$\hat{D\hat{O}E} = 70^\circ$$

$$\hat{F} = 35^\circ$$

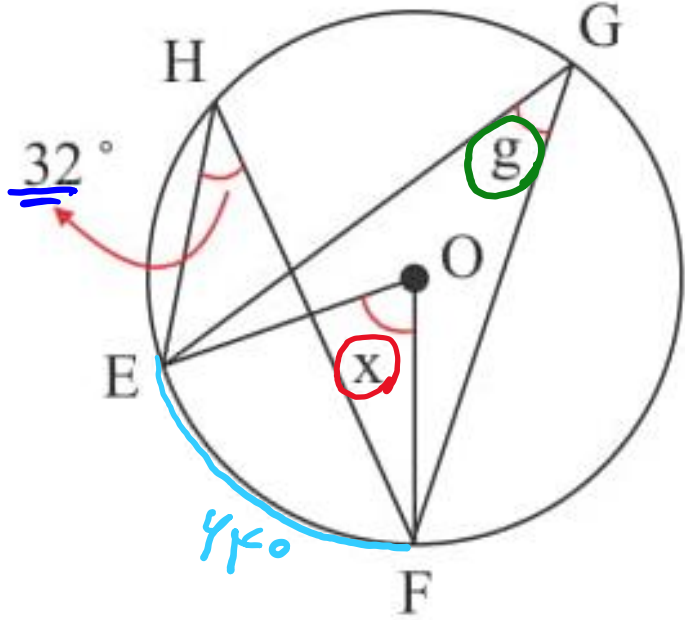
$$\widehat{DF} = 110^\circ$$



سایت خانه ریاضی علی هاشمی

Alihashemi-math.com

۲۱- در شکل زیر اندازه‌های مجهول را حساب کنید. ($H = 32^\circ$)



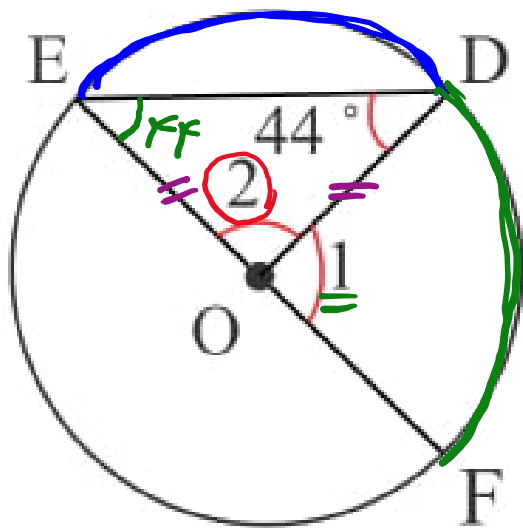
$$g = 112^\circ$$

$$x = 44^\circ$$

$$\widehat{EF} = 44^\circ$$



۲۲- با توجه به شکل اگر $\hat{D} = 44^\circ$ اندازه زاویه‌ها و کمان‌های خواسته شده را به دست آورید (O مرکز دایره است)



$$\underline{\underline{\varphi_2}} = 110^\circ - (44^\circ + 44^\circ) = 92^\circ$$

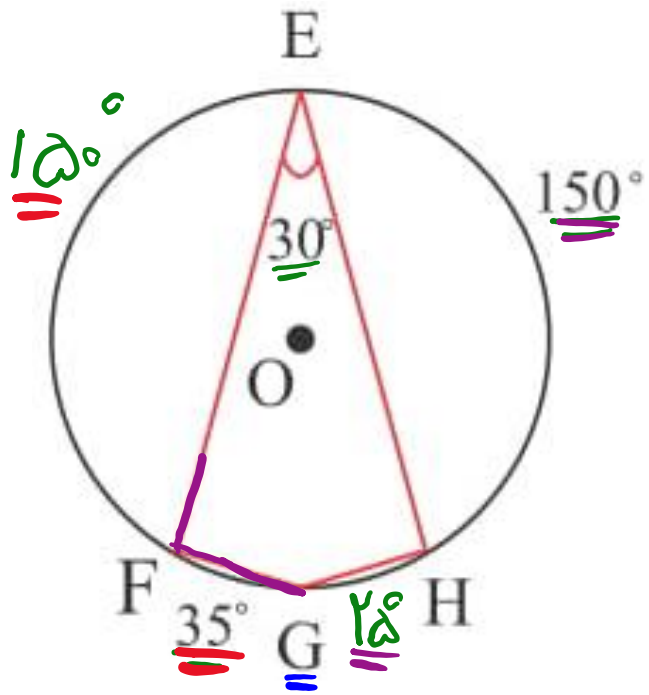
$$\varphi_1 = E + D = 44^\circ + 44^\circ = 88^\circ$$

$$\hat{O}_1 = 110^\circ \quad \hat{E} = 44^\circ$$

$$\widehat{ED} = 92^\circ \quad \widehat{DF} = 88^\circ$$



۲۳- در شکل زیر O مرکز دایره است. با توجه به شکل اندازه زاویه‌ها. کمان‌های زیر را به دست آورید.



$$\hat{G} = \frac{150^\circ + 150^\circ}{2} = 150^\circ$$

$$\hat{H} = \frac{150^\circ + 35^\circ}{2} = \frac{185}{2} = 92,5$$

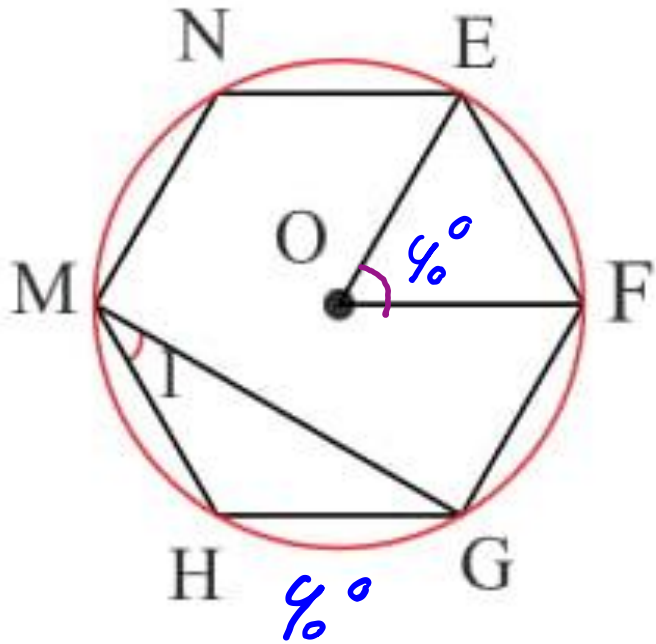
$$\hat{F} = \frac{150^\circ + 25^\circ}{2} = \frac{175}{2} = 87,5$$

$$\widehat{GH} = 25^\circ \quad \hat{F} =$$

$$\hat{G} = 150^\circ \quad \hat{H} =$$



۲۴- در دایره زیر یک شش ضلعی منتظم محاط شده است. زاویه های خواسته شده را بنویسید.

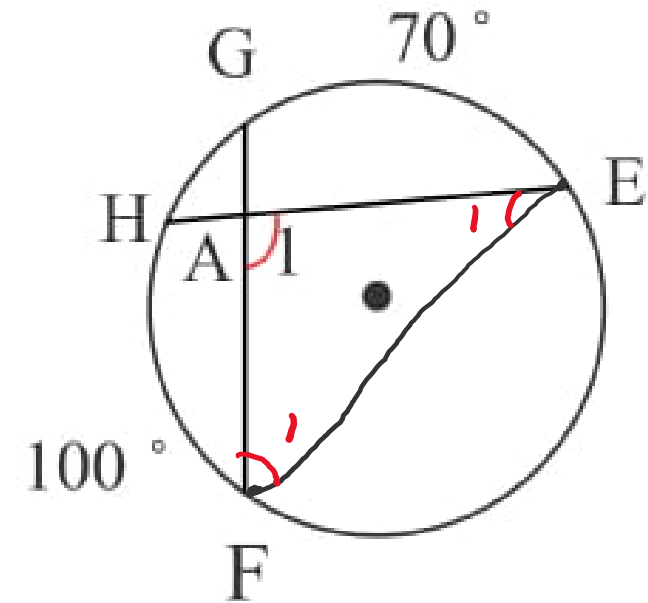


$$\angle O = \frac{360^\circ}{6} = 60^\circ \quad \checkmark$$

$$\angle M_1 = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ \quad \checkmark$$



۲۵- در شکل مقابل اندازه زاویه A_1 را پیدا کنید (EH و FG قطر نیست).



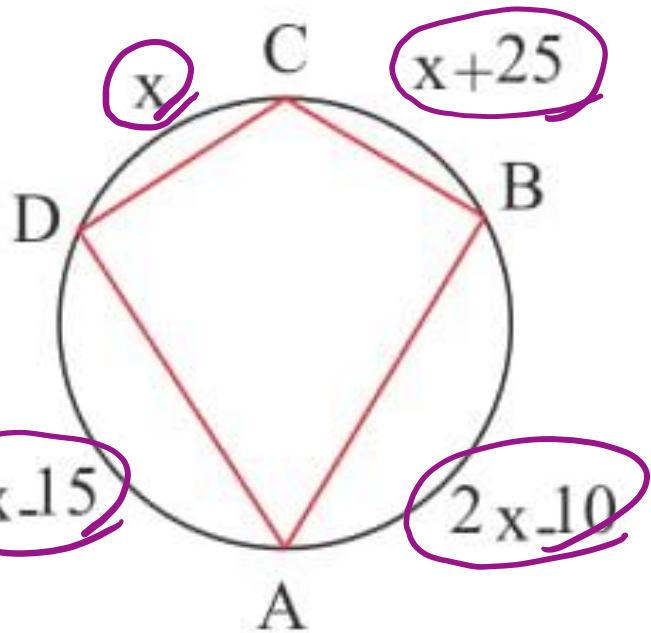
$$F_1 = \frac{70^\circ}{2} = 35^\circ$$

$$E_1 = \frac{100}{2} = 50^\circ$$

$$A_1 + \underbrace{E_1}_{50^\circ} + \underbrace{F_1}_{35^\circ} = 110^\circ \rightarrow 110 + A_1 = 110$$

$$\rightarrow A_1 = 90^\circ$$

۲۶- در شکل زیر اندازه کمان AB کدام است؟



$$x + x + 25 + 2x - 10 + 4x - 15 = 360^\circ$$

$$\rightarrow 1x = 360^\circ \rightarrow x = 45^\circ$$

$$\widehat{AB} = 2x - 10 = 2(45) - 10 = 80^\circ$$



۲۷- جملات درست را با \checkmark و جملات نادرست را با \times مشخص کنید.

الف

بزرگترین وتر دایره، شعاع است.

\times ~~صحر~~

90°



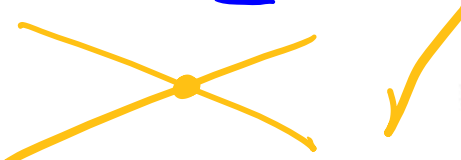
ب

شعاع دایره در نقطه‌ی تماس با خط مماس زاویه‌ی 45° درجه ایجاد می‌کند.

\times

پ

دو خط متقاطع فقط یک نقطه مشترک دارند.



ت

همه‌ی نقاطی از صفحه که فاصله‌ی آن‌ها از یک نقطه یک سانتی‌متر باشد، روی یک دایره قرار دارند.



ث

پاره‌خطی که مرکز دایره را به وسط وتری از آن دایره وصل می‌کند، عمودمنصف آن است.

\checkmark

ج

اگر نقطه‌ای داخل دایره قرار داشته باشد فاصله‌ی آن از مرکز دایره از شعاع دایره بیش تر است.

\times

چ

زمانی که خط دایره غیر متقاطع باشند هیچ نقطه‌ی مشترکی ندارند.

\times



ح

خط تقارن هر وتر دایره (عمودمنصف هر وتر دایره) از مرکز آن می‌گذرد.



۲۸- جملات درست را با \checkmark و جملات نادرست را با \times مشخص کنید.

\times الف اندازه‌ی کمان مقابل قطر دایره برابر 90° است. 180°

\times ب زاویه‌ی مرکزی برابر است با دو برابر ~~برابر~~ کمان مقابلش.

پ اگر دایره را به ۳ قسمت مساوی تقسیم کنیم اندازه‌ی هر کمان ایجاد شده 120° است.

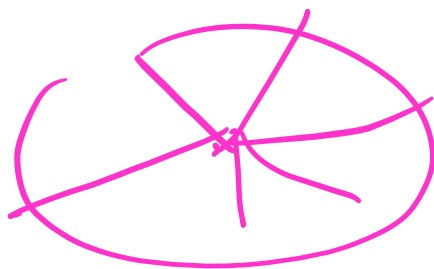
$$\frac{360^\circ}{3} = 120^\circ \quad \checkmark$$



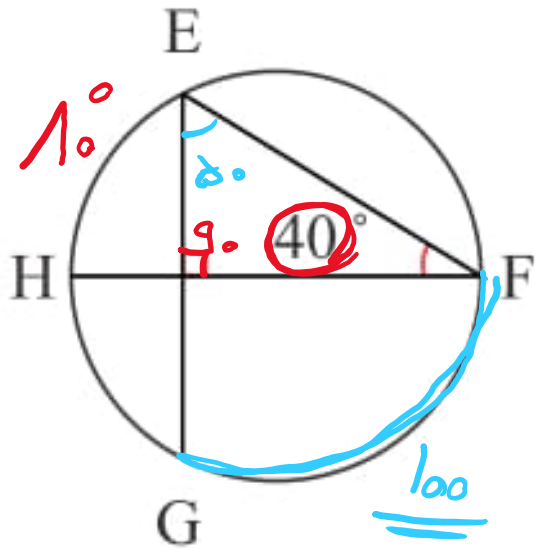
۲۹- جملات درست را با \checkmark و جملات نادرست را با \times مشخص کنید.

- الف رأس زاویه‌ی محاطی در مرکز دایره قرار دارد. \times
- ب زاویه‌ی محاطی مقابل قطر 90° درجه است. \checkmark
- پ به زاویه‌ای که دو ضلع آن وترهای دایره باشند و رأس آن روی محیط دایره باشد زاویه‌ی محاطی می‌گوییم. \checkmark
- ت در هر دایره می‌توان بی‌شمار زاویه‌ی محاطی روبروی یک کمان مشخص کرد. \checkmark
- ث در یک دایره اندازه‌ی زاویه‌ی محاطی دو برابر کمان مقابلش است. \times
- ج اگر هر دایره را به ۶ قسمت مساوی کنیم اندازه‌ی زاویه‌ی محاطی روبرو به هر کمان برابر 30° خواهد بود.

$$\frac{360}{6} = 60^\circ$$



۳۰- در شکل مقابل وترهای EG و FH برهم عمودند و $F = 40^\circ$ درجه است.



الف) کمان FG چند درجه است؟

ب) حاصل عبارت زیر چند درجه است؟

$$\underbrace{\widehat{EF} + \widehat{GH}}_x$$

$$x + 100 + 100 = 340 \rightarrow x = 140$$



خانه ریاضی علی هاشمی

Alihashemi-math.com



Freemath



Alihashemi_math