

آموزش ریاضی

آمار و احتمال

علی هاشمی

~~۱۶۴~~ ~~۱۶۸~~ ~~۱۷۴~~ ~~۱۸۵~~ ~~۱۵۴~~ ~~۱۷۴~~ ~~۱۷۸~~ ~~۱۹۲~~ ~~۱۵۰~~ ~~۱۷۵~~ ~~۱۶۷~~ ~~۱۸۴~~ ~~۱۶۷~~ ~~۱۸۲~~
~~۱۵۲~~ ~~۱۶۲~~ ~~۱۶۷~~ ~~۱۷۴~~ ~~۱۶۲~~ ~~۱۶۴~~ ~~۱۳۸~~ ~~۱۶۵~~ ~~۱۳۷~~ ~~۱۷۱~~ ~~۱۹۴~~ ~~۱۶۸~~ ~~۱۷۰~~ ~~۱۳۰~~
~~۱۶۵~~ ~~۱۸۳~~ ~~۱۵۲~~ ~~۱۷۱~~ ~~۱۷۶~~ ~~۱۵۹~~ ~~۱۷۰~~ ~~۲۰۵~~ ~~۱۵۸~~ ~~۱۷۳~~ ~~۱۹۰~~ ~~۱۶۴~~

حدود دسته‌ها	چوب خط	فراوانی
$۱۳۰ \leq x < ۱۴۵$		۵
$۱۴۵ \leq x < ۱۶۰$		۷
$۱۶۰ \leq x < ۱۷۵$		۱۶
$۱۷۵ \leq x < ۱۹۰$		۷
$۱۹۰ \leq x \leq ۲۰۵$		۴

$$\bar{x} = \frac{S}{n} = \frac{\text{مجموع داده‌ها}}{\text{تعداد داده‌ها}}$$

۱- جدول زیر را کامل و میانگین را حساب کنید.

دسته‌ها	خط نشان	فراوانی	مرکز دسته	<u>مرکز</u> × <u>فراوانی</u>
<u>۰</u> ≤ x < <u>۴</u>	//// /	<u>۶</u>	$\frac{۰+۴}{۲} = ۲$	۱۲
<u>۴</u> ≤ x < <u>۸</u>	////	<u>۴</u>	۶	۲۴
۸ ≤ x < ۱۲	###	<u>۸</u>	۱۰	۸۰
<u>۱۲</u> ≤ x < <u>۱۶</u>	### ### ###	<u>۱۷</u>	۱۴	۲۳۸
۱۶ ≤ x < ۲۰	//// ////	<u>۹</u>	۱۸	۱۶۲
جمع		<u>۴۴</u>		۵۱۶

$$\bar{x} = \frac{۵۱۶}{۴۴} = ۱۱,۷۲$$

$$\bar{x} = \frac{\text{مؤثر} \times \text{فراوانی}}{\text{فراوانی}}$$



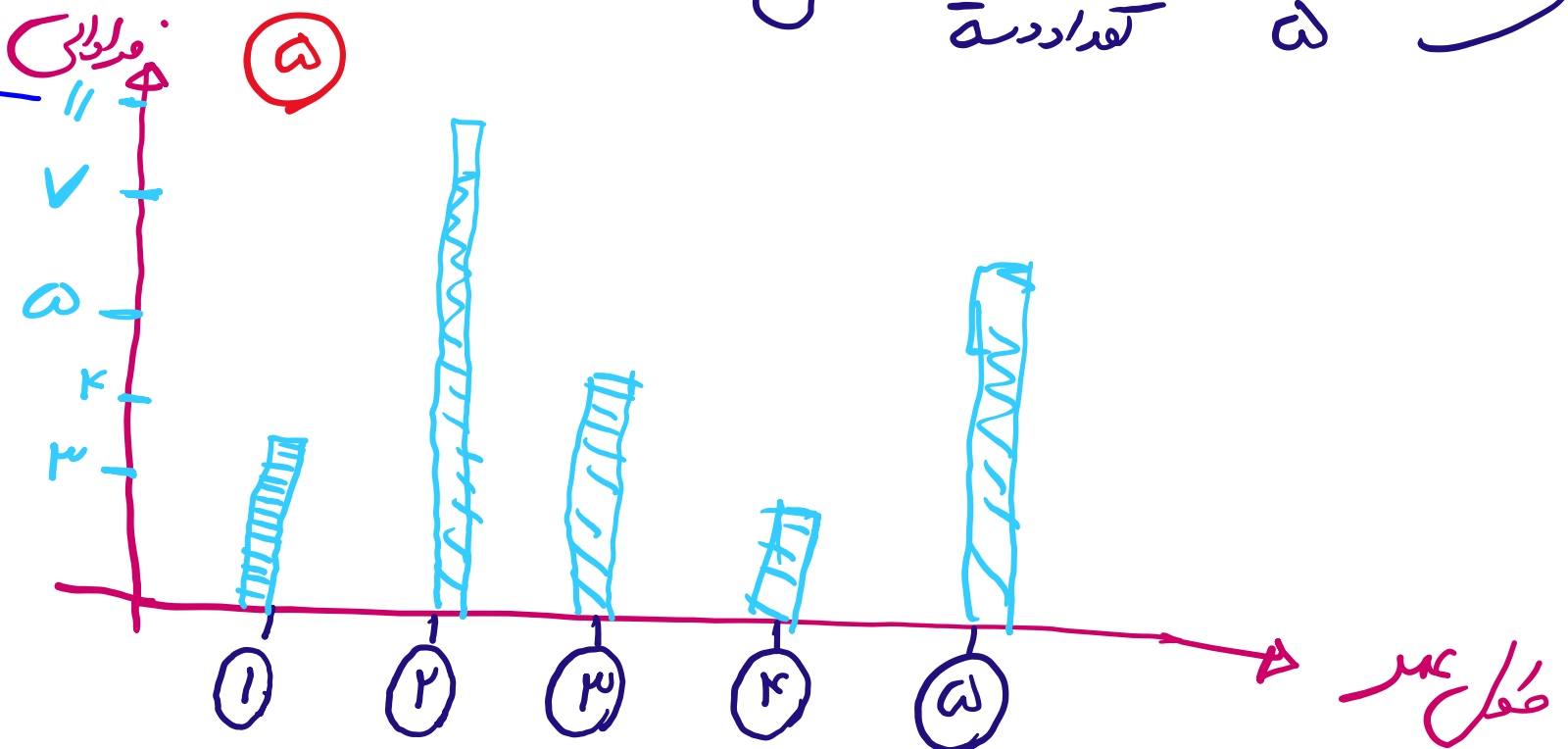
۲- در یک کارگاه تولید لامپ، ۳۰ لامپ به صورت تصادفی انتخاب و طول عمر آن‌ها بر حسب ساعت اندازه گیری شده است. داده‌ها را به ۵ دسته تقسیم و جدول فراوانی و نمودار میله‌ای آن را رسم کنید.

۱۵۶	۱۵۹	۱۶۳	۱۶۵	۱۷۱	۱۶۱	۱۵۷	۱۶۱	۱۵۴	۱۵۷	۱۶۸	۱۷۲	۱۶۳	۱۵۸	۱۵۷
۱۶۳	۱۶۸	۱۶۷	۱۵۹	۱۵۲	۱۵۳	۱۵۸	۱۵۷	۱۶۹	۱۷۰	۱۵۳	۱۶۹	۱۵۸	۱۶۵	۱۵۶

۱) دامنه تغییرات = $\max - \min = 172 - 152 = 20$ → ۲) طول دسته = $\frac{\text{دامنه}}{\text{تعداد دسته}} = \frac{20}{5} = 4$ ✓

۳)

فراوانی	فراوانی نسبی
$152 \leq x < 156$	۴
$156 \leq x < 160$	۱۱
$160 \leq x < 164$	۵
$164 \leq x < 168$	۳
$168 \leq x < 172$	۷

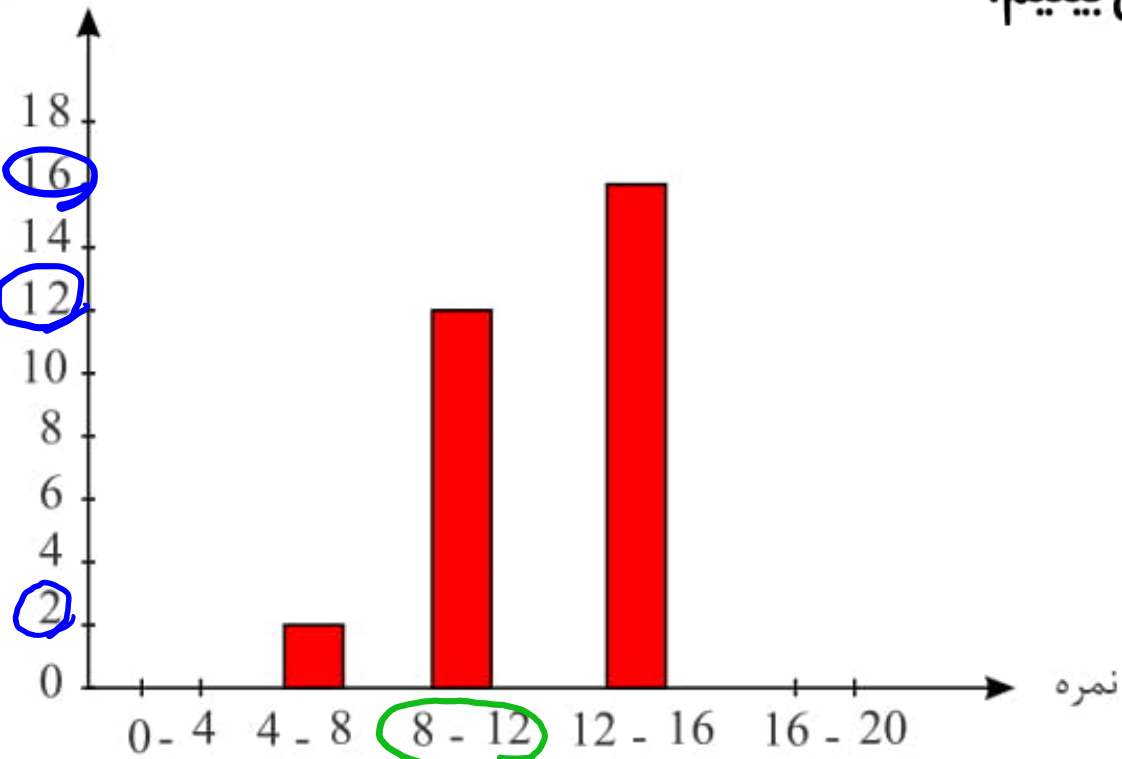


۳- در اینجا نمودار نمره‌های دانش‌آموزان یک کلاس را می‌بینیم.

این کلاس چند دانش‌آموز دارد؟

– آیا این دسته‌بندی مناسب است؟ چرا؟

– آیا این کلاس وضعیت خوبی دارد؟ چرا؟



$$۲ + ۱۲ + ۱۶ = ۳۰ \text{ نفر} \quad \text{الف)}$$



$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

صطلو

مجموعه

احتمال هر یک از پیشامدهای زیر را با توجه به چرخنده زیر به دست آورید

$$P(A) = \frac{12}{12}$$

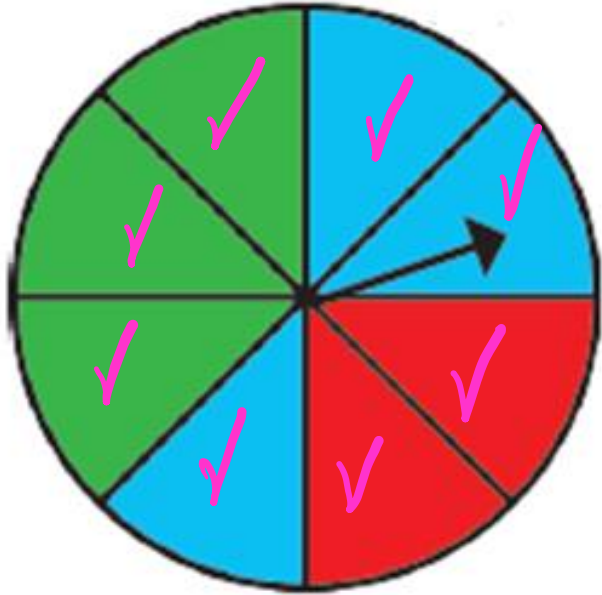
الف) عقربه چرخنده روی سبز بایستد.

$$P(B) = \frac{12}{12}$$

ب) عقربه چرخنده روی آبی بایستد.

$$P(C) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

ج) عقربه چرخنده روی قرمز بایستد.



۴- سی مهره با شماره‌های ۱ تا ۳۰ را در گردونه‌ای ریخته‌ایم. مهره‌ای را به‌طور تصادفی از گردونه خارج می‌کنیم.

$$n(S) = \underline{\underline{30}}$$

$$\text{الف) } P(A) = \frac{15}{30} = \frac{1}{2}$$

$$\text{ب) } P(B) = \frac{6}{30} = \frac{1}{5}$$

$$\text{ج) } P(C) = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}$$

احتمال هر یک از حالت‌های زیر را به‌دست آورید:

الف) فرد بودن عدد روی مهره

ب) مضرب ۵ بودن عدد روی مهره

ج) اول بودن عدد روی مهره

۲، ۳، ۵، ۷، ۱۱، ۱۳، ۱۷، ۱۹، ۲۳، ۲۹
۵، ۱۰، ۱۵، ۲۰، ۲۵، ۳۰



۵- در یک کیسه تعدادی مهره رنگی وجود دارد. می‌خواهیم مهره‌ای را به‌طور تصادفی از آن بیرون بیاوریم. می‌دانیم

احتمال سبز بودن مهره $\frac{3}{8}$ است. احتمال سبز نبودن مهره را حساب کنید. می‌توانید تعداد مهره‌های درون پاکت را پیدا کنید؟

$$P(\text{سبز}) + P(\text{غیرسبز}) = \underline{\underline{1}}$$

$$\frac{3}{8} + \frac{5}{8} = \underline{\underline{1}}$$

$$\rightarrow P(\text{غیرسبز}) = \frac{5}{8}$$



۶- دو تاس را می‌اندازیم: الف) با رسم جدول مناسب، همه ۳۶ حالت ممکن را پیدا کنید.

ب) احتمال اینکه یکی از تاس‌ها ۳ و تاس دیگر ۵ بیاید، چقدر است؟

(۱,۱) (۱,۲) (۱,۳) (۱,۴) (۱,۵) (۱,۶)

(۲,۱) (۲,۲) (۲,۳) (۲,۴) (۲,۵) (۲,۶)

(۳,۱) (۳,۲) (۳,۳) (۳,۴) (۳,۵) (۳,۶)

(۴,۱) (۴,۲) (۴,۳) (۴,۴) (۴,۵) (۴,۶)

(۵,۱) (۵,۲) (۵,۳) (۵,۴) (۵,۵) (۵,۶)

(۶,۱) (۶,۲) (۶,۳) (۶,۴) (۶,۵) (۶,۶)

$$P(A) = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}$$

۷- جدول زیر را با استفاده از داده‌ها کامل کنید و میانگین را به صورت تقریبی محاسبه کنید.

۲, ۷, ۸, ۵, ۳, ۵, ۴, ۹, ۱, ۶, ۳, ۳, ۷, ۵

دسته‌ها	فراوانی	مرکز دسته	فراوانی × مرکز دسته
$\underline{1} \leq x < \underline{5}$	۶	۲,۵	۱۵
$5 \leq x \leq 10$	۸	۷,۵	۶۰
مجموع	۱۴		۷۵

$$\bar{x} = \frac{75}{14} \approx 5.357$$

۸- میانگین چهار درس سارا ۱۹ شده است، اگر یک نمره ۱۷ را به نمرات چهار درس اضافه کنیم، میانگین جدید را به دست آورید.

$$\bar{x} = 19 \rightarrow \bar{x} = \frac{\sum}{n} \rightarrow \frac{19}{1} = \frac{\sum}{4} \rightarrow \sum = 19 \times 4 = \underline{\underline{76}}$$

$$\rightarrow \sum_{\text{جدید}} = 76 + 17 = \underline{\underline{93}}$$

$$\rightarrow \bar{x}_{\text{جدید}} = \frac{\sum_{\text{جدید}}}{5} = \frac{93}{5} = 18,6$$



۹- میانگین هشت نمره رضا ۱۵ است. اگر نمره ۸ را از بین نمرات برداریم، میانگین جدید را به دست آورید.

$$\bar{x} = 15 \rightarrow \bar{x} = \frac{\sum f}{n} \rightarrow 15 = \frac{\sum f}{1} \rightarrow \sum f = 1 \times 15 = \underline{\underline{15}}$$

$$\rightarrow \text{نمره جدید} = 15 - 1 = 14$$

$$\rightarrow \bar{x}_{\text{جدید}} = \frac{\sum f_{\text{جدید}}}{n} = \frac{14}{1} = 14$$



۱۰- اگر میانگین داده‌های $a_1, a_2, a_3, \dots, a_5$ برابر ۱۲ باشد، میانگین

$3a_1 + 3, 3a_2 + 3, 3a_3 + 3, 3a_4 + 3, 3a_5 + 3$ چه عددی می‌شود؟ چرا؟

$$\bar{x} = \frac{\sum}{n} \rightarrow 12 = \frac{\sum}{5} \rightarrow \sum = 12 \times 5 = 60$$

$$\rightarrow a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = \underline{\underline{60}}$$

$$\text{جدید } \bar{x} = \frac{3(60) + 15}{5} = \frac{180 + 15}{5} = 39 \quad \checkmark$$

$$\bar{x} = 12$$

$$\text{جدید } \bar{x} = 3 \times 12 + 3 = 36 + 3 = 39 \quad \checkmark$$



۱۱- در کیسه‌ای ۴ مهره مشکی و ۶ مهره سفید وجود دارد. احتمال اینکه یک مهره به تصادف بیرون آوریم و
الف) مهره مشکی باشد چقدر است؟ ب) مهره سفید باشد چقدر است؟

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$



۱۲- عقربه چرخنده مقابل را ۱۲۰ بار می چرخانیم: الف) انتظار داریم چند بار روی رنگ قرمز بایستد؟
 ب) انتظار داریم چند بار روی رنگ سفید یا آبی بایستد؟



$$\text{الف) } P = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

$$\rightarrow 120 \times \frac{1}{4} = 30 \quad \checkmark$$

$$\text{ب) } P = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

$$\rightarrow 120 \times \frac{1}{2} = 60 \quad \checkmark$$

۱۳- سه سکه را باهم پرتاب می کنیم:

(الف) احتمال اینکه دو سکه رو و دیگری پشت بیاید چقدر است؟

(ب) احتمال اینکه هر سه سکه پشت بیاید چقدر است؟

P, P, P ✓✓

P, P, R

P, R, P

R, P, P

R, R, P ✓

R, P, R ✓

P, R, R ✓

R, R, R

$$(الف) P = \frac{3}{1}$$

$$(ب) P = \frac{1}{1}$$



$$n(S) = 9 \times 9 = 81$$

۱۴- دو تاس را پرتاب می کنیم احتمال اینکه:

الف) تاس اول فرد باشد و تاس دوم عدد اول باشد.

ب) حاصل ضرب اعداد رو شده ۱۲ باشد.

$$P = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$P = \frac{1}{9}$$



RRR, PPP

RPR, RRR, PRR

۱۵- سه سکه را هم زمان روی زمین می اندازیم.

الف) احتمال اینکه یک سکه پشت و دو سکه رو بیاید چقدر است؟

ب) هر سه سکه رو یا هر سه سکه پشت بیایند چقدر است؟

$$\text{الف) } P(A) = \frac{3}{1}$$

$$\text{ب) } P(B) = \frac{1}{1} = \frac{1}{1}$$



۱۶- درست و نادرست بودن عبارتهای زیر را مشخص کنید.

$${}^3C_1 \rightarrow P = \frac{1}{9} = \frac{1}{3}$$

در پرتاب یک تاس احتمال آمدن عدد مضرب ۳ برابر $\frac{1}{4}$ است. \times

احتمال وقوع هر پیشامد، عددی بین صفر و یک یا مساوی صفر و یک است.

#



سایت خانه ریاضی علی هاشمی

Alihashemi-math.com

۱۷- میانگین ۴۷ داده ۱۲ می باشد. اگر دو داده ۵ و ۷ را به آن اضافه کنیم، میانگین جدید را به دست آورید.

$$\bar{x} = \frac{\sum}{n} \rightarrow 12 = \frac{\sum}{47} \rightarrow \sum = 12 \times 47 = 564$$

$$\rightarrow \underline{\underline{\sum}} = 564 + 5 + 7 = 576$$

$$\rightarrow \underline{\underline{\bar{x}}} = \frac{\underline{\underline{\sum}}}{n} = \frac{576}{49} = 11,7$$



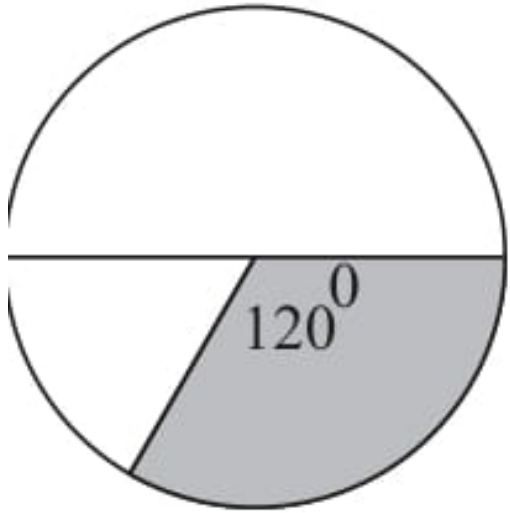
۱۸- جدول را کامل کنید و میانگین را به دست آورید:

دسته	فراوانی	مرکز دسته	مرکز \times فراوانی
$\underline{0} \leq x < \underline{10}$	۷۰	۵	۳۵
$10 \leq x \leq 20$	۱۸	۱۵	۲۷۰
جمع	۲۵	—	۳۰۵

$$\bar{x} = \frac{305}{25} = 12,2 \quad \checkmark$$



۱۹- نمودار دایره‌ای روبرو میزان علاقه دانش‌آموزان به ورزش شنا، سوارکاری و تیراندازی در یک مدرسه را نشان می‌دهد. اگر قسمت رنگی علاقه‌مندان به سوارکاری و ۵۰ نفر باشند، کل دانش‌آموزان مدرسه چند نفر هستند.



$$\frac{\cancel{120}^\circ}{\cancel{360}^\circ} = \frac{50}{x}$$

$$\rightarrow x = 50 \times 3 = 150 \quad \checkmark$$



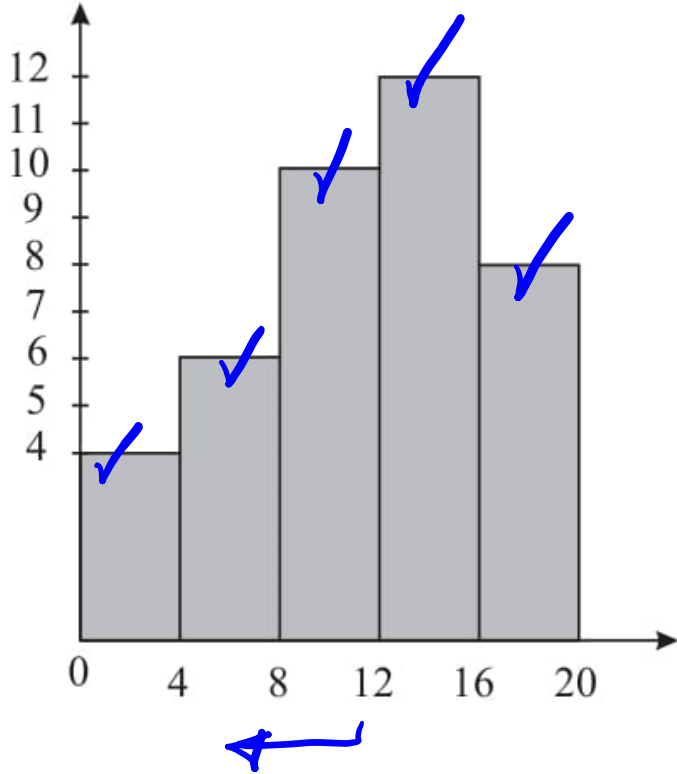
۲۰- تعداد دانش آموزان کلاس هشتم به ترتیب ۲۰، ۲۵، ۲۵، ۳۰ دانش آموز است. در نمودار دایره‌ای این داده‌ها زاویه مربوط به کلاس ۳۰ نفری چند درجه است؟ $۵۰ + ۵۰$

$$\frac{۳}{۱۰۰} = \frac{x}{۳\%}$$

$$\rightarrow ۳\% \times ۳ = ۱۰x \rightarrow x = \frac{۳\% \times ۳}{۱۰} = ۱۰۱$$



۲۱- نمودار روبرو نمایش نمرات درس علوم یک کلاس است. چند درصد از دانش آموزان نمره‌ی کمتر از ۱۲ گرفته‌اند؟



$$\frac{4 + 6 + 10}{4 + 6 + 10 + 12 + 8} \times 100$$

$$\rightarrow \frac{20}{40} \times 100 = 50\%$$



۲۲- دامنه تغییرات تعدادی داده ۱۴ و بزرگترین داده‌ی ما ۱۰ است. او ۳- و ۶- را به این داده‌ها اضافه کنیم، دامنه

تغییرات چقدر می‌شود؟

$$\text{دامنه} = \max - \min \rightarrow 14 = 10 - \min \rightarrow \min = -4 \checkmark$$

$$\max = \underline{\underline{10}}$$

$$\min = \underline{\underline{-4}}$$

$$\text{دامنه} = 10 - (-4) = 14$$



۲۳- در کدام یک از گزینه‌های زیر تعداد داده‌های بالاتر از میانگین با تعداد داده‌های پایین‌تر از میانگین برابر است؟

۱۵, ۱۶, ۱۷, ۱۹, ۵, ۲۰ (۴) ۱۱, ۵, ۱۳, ۱۳, ۱۴, ۱۵, ۱۵, ۵, ۱۶ (۳) ✓

۱۶, ۵, ۱۹, ۲۰ (۲) ✗

۱۶, ۱۶, ۱۸, ۱۹, ۱۹, ۲۰ (۵) ✗

$$۱) \bar{x} = \frac{\sum}{n} = \frac{۱۰۸}{۹} = ۱۲$$

$$۲) \bar{x} = \frac{\sum}{n} = ۱۱,۵$$

$$۳) \bar{x} = \frac{\sum}{n} = ۱۴$$



۲۴- میانگین ۵ عدد $-۲۴, a, ۴۳, b, ۲۱$ برابر با ۲۰ است. حاصل $a + b$

$$\bar{x} = \frac{\sum}{n} \rightarrow \% = \frac{\sum}{\omega} \rightarrow \sum = \% \times \omega = 100 \quad \checkmark$$

$$\rightarrow \underline{۲۱} + b + \underline{۴۳} + a - ۲۴ = 100$$

$$\rightarrow a + b + \% = 100$$

$$\rightarrow a + b = \% \quad \checkmark$$



۲۵- در کیسه‌ای ۳ مهره زرد، ۴ مهره قرمز و ۲ مهره آبی وجود دارد و یک مهره به تصادف بیرون می‌آوریم.

(۱) احتمال زرد بودن مهره از قرمز بودن آن بیش تر است.

(۱) با احتمال بیش از $\frac{1}{3}$ مهره قرمز می‌باشد.

(۲) به احتمال ۴۰ درصد مهره آبی است.

(۲) احتمال آبی یا زرد بودن مهره یکسان است.

$$۱) P = \frac{۴}{۹} > \frac{۱}{۳}$$

$$۳) \frac{۲}{۹} \neq \frac{۳}{۹}$$

$$۲) \frac{۳}{۹} < \frac{۴}{۹}$$

$$۴) P = \frac{۲}{۹}$$



۲۶- در یک کیسه، ۳۶ مهره رنگی و هم اندازه وجود دارد اگر مهره‌ها به رنگ‌های آبی، سبز، زرد و قرمز باشند و یک

مهره به تصادف خارج کنیم، احتمال اینکه مهره خارج شده آبی باشد $\frac{4}{9}$ است. تعداد مهره‌های آبی چندتاست؟

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} \rightarrow \frac{4}{9} = \frac{n(A)}{36}^x$$

$$\rightarrow 9x = 4 \times 36 \rightarrow x = \frac{4 \times 36}{9} = 16$$



۲۷- اندازه‌ی قد دانش‌آموزان یک کلاس ۲۸ نفره در جدول زیر به صورت جبری نشان داده شده است. فراوانی دسته

آخر چقدر است؟

حدود	فراوانی
$135 \leq x < 140$	<u>$x + 1$</u>
$140 \leq x < 145$	<u>$2x$</u>
$145 \leq x < 150$	<u>$3x - 2$</u>
$150 \leq x < 155$	<u>$x + 5$</u>
$155 \leq x < 160$	<u>x</u>

$x = 3$

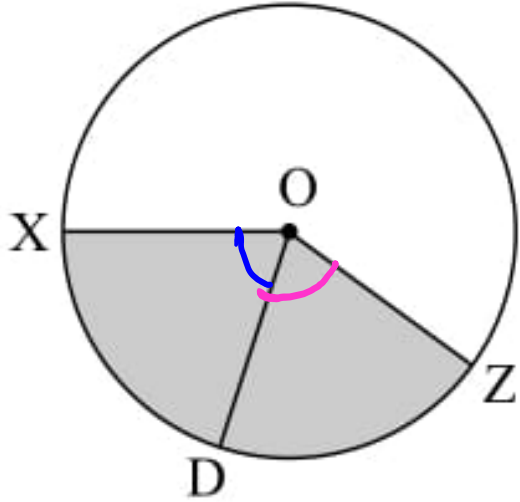
$$\underline{x+1} + \underline{2x} + \underline{3x-2} + \underline{x+5} + \underline{x} = 28 \rightarrow 1x + 1 = 28$$

$$\rightarrow 1x = 27 \rightarrow x = 3 \checkmark$$



۲۸- در نمودار دایره‌ای مقابل، OD نیمساز \hat{xOz} می‌باشد. اگر قسمت هاشوری ۴۰ درصد کل داده‌های آماری می‌باشد

زاویه \hat{xOD} چقدر است؟



$$\frac{40}{100} = \frac{x}{360}$$

$$\rightarrow x = 40 \times 360 = 144^\circ$$

$$\rightarrow \hat{xOD} = \frac{144^\circ}{2} = 72^\circ$$

۲۹- جدول داده‌های آماری به صورت زیر می‌باشد. در نمودار دایره‌ای، چند درجه ۸ شب می‌باشد؟

ساعت	۸ صبح	۱۲ ظهر	۴ صبح	۸ شب
دمای شهر	۱۵	۲۰	۵	۳۰

$$\frac{30}{360} = \frac{x}{360} \rightarrow \sqrt{x} = 30 \times 1\%$$

$$\rightarrow x = \frac{360 \times 30}{360} = 154^\circ$$



۳۰- با توجه به جدول داده‌های زیر، اگر تعداد افرادی که والیبال شرکت کردند x باشد و زاویه آن در نمودار دایره‌ای y باشد و کل ورزشکاران ۶۰ باشد. x و y به ترتیب کدام است؟

ورزش	والیبال	فوتبال	بدمینتون	بسکتبال
تعداد	x	۱۰	۱۱	۱۲

$$12 + 11 + 10 + x = 60 \rightarrow x = 27$$

$$\frac{27}{60} = \frac{y}{360} \rightarrow y = 27 \times \frac{360}{60} = 162^\circ$$

خانه ریاضی علی هاشمی

Alihashemi-math.com



Freemath



Alihashemi_math