

آموزش ریاضی

توان و جذر

علی هاشمی

$$\mu \times \mu \times \mu \times \mu = \mu^4$$

$$\omega^2 = \omega \times \omega$$

$$\kappa^1 = \kappa$$

$$\kappa^0 = 1$$

$$\omega^2 + \mu^3 = 2\omega + 1 = \mu^3$$

مفهوم توان

$$\mu^4 - \mu^3 = 16 - 9 = 7$$



$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$\omega^r \cdot \omega^q = \omega^{r+q} = \omega^{11} \quad \checkmark$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$\frac{\kappa^r}{\kappa^r} = \kappa^{r-r} = \kappa^0 \quad \checkmark$$

$$a^m \cdot b^m = (a \cdot b)^m$$

$$\omega^r \cdot \mu^r = (\omega \times \mu)^r = 1\omega^r \quad \checkmark$$

$$\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$$

$$\frac{1\omega^r}{\mu^r} = \left(\frac{1\omega}{\mu}\right)^r = \omega^r \quad \checkmark$$



به توان رساندن توان

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

$$(x^r)^s = x^{r \cdot s} = x^q$$

$$(x^r)^s = x^{r \cdot s} = x^q$$

$$x^r \cdot x^s = x^{r+s} = x^q$$
$$(x^r)^s = x^{r \cdot s} = x^q$$



توان منفی

$$a^{-m} = \frac{1}{a^{+m}}$$

$$\left(\frac{3}{5}\right)^{-2} = \left(\frac{5}{3}\right)^{+2} = \frac{25}{9}$$

$$a^{-r} = \frac{1}{a^{+r}} = \frac{1}{r^5}$$

$$\left(\frac{2}{5}\right)^{-1} = \left(\frac{5}{2}\right)^{+1} = \frac{5}{2}$$

$$\frac{1}{r^{-2}} = r^{+2} = 19$$



حاصل هر یک از عبارات‌های زیر را به صورت عددی توان‌دار بنویسید.

$$\left[\left(-\frac{1}{\sqrt{}} \right)^{\frac{1}{2}} \right]^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{-1}{\sqrt{}} \right)^{\frac{1}{4}} = \left(\frac{1}{\sqrt{}} \right)^{\frac{1}{4}}$$

زوج
 $(-1)^{\text{زوج}} = +1$
فرد
 $(-1)^{\text{فرد}} = -1$

$$(x^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}} = x^{\frac{1}{4}} = x^{\frac{1}{4}}$$

حاصل هر یک از عبارتهای زیر را به صورت عددی توان دار بنویسید.

$$\underline{2}^{40} \times \underline{2}^{40} \times \underline{2}^{40} = 2^{120}$$

$$(x^2)^5 \cdot (y^3)^2 \cdot x^3 y^4 = x^{10} \cdot y^6 \cdot x^3 y^4 = x^{13} y^{10}$$

حاصل هر یک از عبارات‌های زیر را به صورت عددی توان‌دار بنویسید.

$$\left(-\frac{4}{5}\right)^5 \div \left(-\frac{4}{5}\right)^2 = \left(-\frac{4}{5}\right)^{5-2} = \left(-\frac{4}{5}\right)^3 = -\left(\frac{4}{5}\right)^3$$

$$\left(\frac{4}{5}\right)^6 \div \left(\frac{4}{5}\right)^3 = \left(\frac{4}{5}\right)^{6-3} = \left(\frac{4}{5}\right)^3$$



حاصل هر عبارت را به صورت عددی توان دار بنویسید.

$$\frac{5^6 \times 6^3}{5^4 \times 6^5} = \frac{5^2}{6^2} = \left(\frac{5}{6}\right)^2$$

$$\frac{x^7 \times y^4}{x^5 \times y^2} = \frac{x^2 \cdot y^2}{1} = x^2 y^2$$



$$(3^5 + 3^5 + 3^5)(3^{11} + 3^{11} + 3^{11})$$

$$\underline{\mu}^1 \times \underline{\mu}^{\omega} \times \underline{\mu}^{\parallel} = \mu \times \mu = \mu^{1+\omega+\parallel}$$

$$\mu \times \mu = \mu^{14} \times \mu$$



۱ - معادله توانی زیر را حل کنید.

$$3^x + 3^{x+1} = 36$$

$$1 \times 3^x + 3^x \cdot 3^1 = 36 \rightarrow 3^x (1 + 3) = 36$$

$$\rightarrow 4 \times 3^x = 36 \xrightarrow{\div 4} 3^x = 9 \rightarrow \underline{3^x} = \underline{3^2}$$

$$\rightarrow x = 2$$



$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$$

$$\sqrt{r \times \omega} = \sqrt{r} \times \sqrt{\omega} = \sqrt{r\omega}$$

$$\sqrt{1} = 1$$

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

$$\frac{\sqrt{r}}{\sqrt{\omega}} = \sqrt{\frac{r}{\omega}} = \sqrt{r/\omega}$$

$$\sqrt{0} = 0$$

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$$

$$\sqrt[r]{\sqrt[\omega]{r}} = \sqrt[r\omega]{r}$$

$$\sqrt{4} = 2$$

$$\sqrt{9} = 3$$

$$a \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a^n \cdot b}$$

$$\sqrt[r]{\sqrt[\omega]{r}} = \sqrt[r\omega]{r} = \sqrt[r\omega]{r\omega}$$

$$\sqrt{16} = 4$$

$$\sqrt{r\omega} = \omega$$



۲- اگر $A = ۲\sqrt{۵۰} + ۴\sqrt{۷۵} - ۵\sqrt{۴۸} - ۳\sqrt{۸}$ باشد، $A^۲$ برابر کدام است؟

$$A = ۲\sqrt{\underline{۲۵} \times ۲} + ۴\sqrt{\underline{۲۵} \times ۳} - ۵\sqrt{\underline{۱۶} \times ۳} - ۳\sqrt{\underline{۴} \times ۲}$$

$$A = \underline{۱۰}\sqrt{۲} + \cancel{۲۰}\sqrt{۳} - \cancel{۲۰}\sqrt{۳} - \underline{۶}\sqrt{۲} = ۴\sqrt{۲}$$

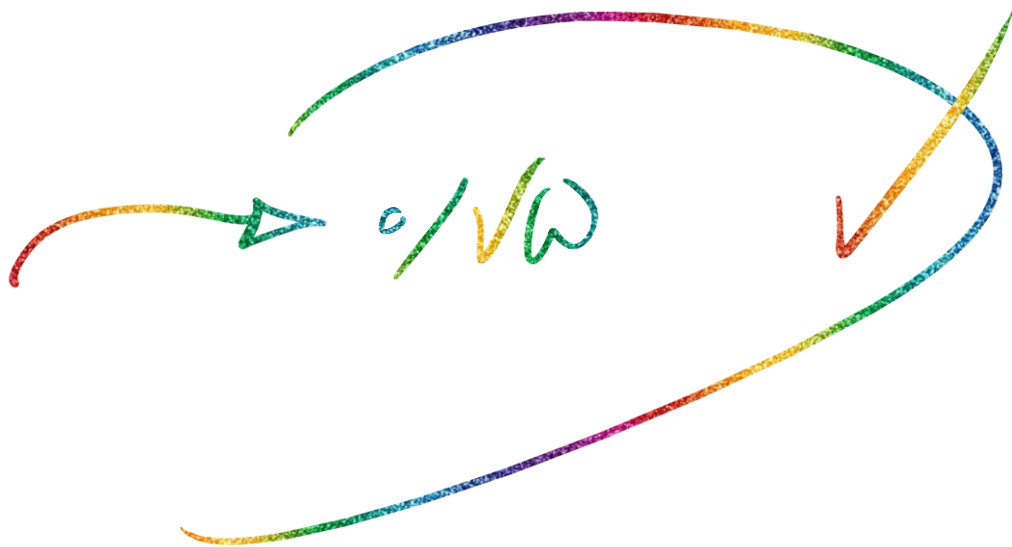
$$A^۲ = (\underline{۴}\sqrt{۲})^۲ = ۱۶ \times ۲ = \underline{۳۲} \quad \checkmark$$

$$(\sqrt[۲]{۲})^۲ = ۲ \quad / \quad (\sqrt[۳]{۵})^۳ = ۵ \quad / \quad (\sqrt[۱۰]{۲})^{۱۰} = ۲$$



$$\frac{\sqrt{4} - \sqrt{\frac{25}{100}}}{\sqrt{25} - \sqrt{9}} = \frac{2 - \frac{5}{10}}{5 - 3} = \frac{2 - 0,5}{2} = \frac{1,5}{2}$$

۳- حاصل کسر $\frac{\sqrt{\sqrt{16}} - \sqrt{0,25}}{\sqrt{9+16} - \sqrt{10-1}}$ کدام است؟



۴- حاصل کسر مقابل کدام است؟

$$\frac{11^{17} + 11^{16} + 11^{15}}{11^{13} + 11^{12} + 11^{11}}$$

$$= \frac{11^{15} (11^2 + 11 + 1)}{11^{11} (11^2 + 11 + 1)}$$

$$\rightarrow \frac{11^{15}}{11^{11}} = 11^{15-11} = 11^4$$



برابر است با: $\sqrt{96}$ - 5

$$\sqrt{32 \times 3} = \sqrt{16 \times 2 \times 3} = 4\sqrt{2 \times 3}$$



$$4\sqrt{6}$$



سایت خانه ریاضی علی هاشمی

Alihashemi-math.com

۶- حاصل $\frac{2^{11} + 2^{10} - 2^9 + 2^8}{2^8 + 2^7 - 2^6 + 2^5}$ کدام است؟

$$\frac{2^8 (2^3 + 2^2 - 2^1 + 1)}{2^5 (2^3 + 2^2 - 2^1 + 1)}$$

$$= \frac{2^8}{2^5} = 2^{8-5} = 2^3 = 8$$



۷- حاصل $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots$ کدام است؟

$$A = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots$$

$\times 2 \rightarrow$

$$2A = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots$$

A

$$2A = 1 + A$$

$$A = 1$$

۱- حاصل $۲\sqrt{۱۲} - \sqrt{۲۷} + \sqrt{۸} + ۵\sqrt{۳} + ۳ - ۴\sqrt{۲}$

$$\underline{۲}\sqrt{\underline{۴}\times\underline{۳}} - \sqrt{\underline{۹}\times\underline{۳}} + \sqrt{\underline{۴}\times\underline{۲}} + ۵\sqrt{\underline{۳}} + ۳ - ۴\sqrt{\underline{۲}}$$

$$\underline{۴}\sqrt{\underline{۳}} - \underline{۳}\sqrt{\underline{۳}} + \underline{۲}\sqrt{\underline{۲}} + ۵\sqrt{\underline{۳}} + ۳ - \underline{۴}\sqrt{\underline{۲}}$$

$$\rightarrow ۴\sqrt{۳} - ۳\sqrt{۳} + ۳$$



۹- عبارت روبه‌رو برابر است با:

$$\sqrt{1+2\sqrt{1+3\sqrt{1+4\sqrt{1+5\sqrt{1+6\sqrt{1+7^2}}}}}}$$

۱) $\sqrt{1+2\sqrt{1+3\sqrt{1+4\sqrt{1+5\sqrt{1+6\sqrt{1+7^2}}}}}}$

۲) $\sqrt{1+2\sqrt{1+3\sqrt{1+4\sqrt{1+5\sqrt{1+6\sqrt{1+7^2}}}}}}$

۳) $\sqrt{1+2\sqrt{1+3\sqrt{1+4\sqrt{1+5\sqrt{1+6\sqrt{1+7^2}}}}}}$

۴) $\sqrt{1+2 \times 4}$

۵) $\sqrt{1+1} = 1$



۱۰- اگر $2^a = 5$ و $5^b = 3$ و $3^c = 4$ باشد حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$(3^{abc} - 3)^{abc}$$

$$2^a = 5 \rightarrow (2^a)^b = 5^b \rightarrow 2^{ab} = 5^b = 3 \rightarrow 2^{ab} = 3$$

$$\rightarrow (2^{ab})^c = 3^c \rightarrow 2^{abc} = 4 = 2^2 \rightarrow abc = 2 \quad \checkmark$$

$$(3^{abc} - 3)^{abc} = (3^2 - 3)^2 = 9^2 = 81$$

۱۱- ساده ترین صورت کسر $\frac{۲^{۶a+۱} \times ۶^{۲a+۱}}{۴^{۳a} \times ۳۶^a}$ کدام است؟

$$\frac{\cancel{۲^a} \cdot ۲^1 \cdot \cancel{۲^a} \cdot ۲^1}{\cancel{۲^{۲a}} \cdot \cancel{۲^{۲a}}} = ۲ \times ۲ = ۴$$

$$\begin{aligned} ۲^{۲a} &= (۲۲)^a = ۲^{۲a} \\ ۳۶^a &= (۲۲)^a = ۲^{۲a} \end{aligned}$$

۱۲- ساده شده‌ی عبارت مقابل کدام است؟

$$\frac{\left(\frac{x}{y}\right)^7 \div \left(\frac{y}{x}\right)^9}{\left(\frac{x^2}{y}\right)^3 \div (y \div x)^5} \div \frac{1}{(y^2 \div x)^4} = \frac{\left(\frac{x}{y}\right)^7 \times \left(\frac{x}{y}\right)^9}{\left(\frac{x^4}{y^3}\right) \times \left(\frac{x}{y}\right)^5} \times \left(\frac{y^2}{x}\right)^4$$

$$\frac{\frac{x^{14}}{y^{14}}}{\frac{x^{11}}{y^8}} \times \frac{y^8}{x^4} = \frac{x^{14} \cdot y^8}{x^{11} \cdot y^{14}} \cdot \frac{y^8}{x^4} = x$$

۱۳- حاصل $\frac{1}{5 \times 3^2} \left[50 \times \left[\frac{1}{5 \times 3^2} \right]^2 \right]^3$ کدوم است؟

$$(3^x)^3 \left[5^2 \times \left(\frac{5^{-1} \times 3^{-2}}{5 \times 3^2} \right)^2 \right]^3 = 3^{12} \left[5^2 \times 5^{-2} \times 3^{-4} \times 3^{-4} \right]^3$$

$$= \cancel{3^{12}} \times \cancel{5^2} \times 5^2 \times \cancel{5^{-2}} \times \cancel{3^{-4}} \times \cancel{3^{-4}} = 3^0 = 1$$

۱۴ - حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$2^3 + 2^4 + 2^5 + \dots + 2^{17}$$

$$A = 2^3 + 2^4 + 2^5 + \dots + 2^{16} + 2^{17}$$

$$\times 2 \rightarrow 2A = \underbrace{2^4 + 2^5 + 2^6 + \dots + 2^{17}}_{A - 2^3} + 2^{18}$$

$$\rightarrow 2A = A - 2^3 + 2^{18} \rightarrow A = 2^{18} - 2^3$$



۱۵- حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$\underbrace{5^4 + 5^4 + 5^4 + \dots + 5^4}_{\text{تا } ۲۵} + \underbrace{5^6 + 5^6 + \dots + 5^6}_{\text{تا } ۱۲۴} + \underbrace{5^9 + 5^9 + \dots + 5^9}_{\text{تا } ۴}$$

$$\overset{۲}{5} \times \overset{۴}{5} + 124 \times \overset{۶}{5} + 4 \times \overset{۹}{5}$$

$$\rightarrow \underline{\overset{۴}{5} + 124 \times \overset{۶}{5} + 4 \times \overset{۹}{5}} = \overset{۳}{5} \times \overset{۶}{5} + 4 \times \overset{۹}{5}$$

$$\rightarrow \overset{۹}{5} + 4 \times \overset{۹}{5} = \overset{۹}{5} \times \overset{۹}{5} = \overset{10}{5}$$



۱۶- اگر بدانیم $\sqrt[2]{\left(\frac{3}{2}\right)^{4x+1}}$ حاصل $8x - 16$ چیست؟

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{-4x+1} = \left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{1}{2}} \rightarrow -4x+1 = \frac{1}{2} \rightarrow -4x = -\frac{1}{2}$$

$$\rightarrow x = \frac{1}{8} \quad \checkmark$$

$$8x - 16 = 8\left(\frac{1}{8}\right) - 16 = 1 - 16$$

$$= -15$$

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} \quad \sqrt[n]{x^m} = x^{\frac{m}{n}} \quad \sqrt[n]{x^m} = x^{\frac{m}{n}}$$



۱۷- حاصل کسر $\left(\frac{x^{-\frac{1}{12}} \times x^{\frac{7}{3}}}{x^{\frac{5}{36}}} \right)^{-\frac{5}{76}}$

$$x^{-\frac{1}{12} + \frac{7}{3}} = x^{\frac{-1+28}{12}} = x^{\frac{27}{12}}$$

$$\frac{x^{\frac{27}{12}}}{x^{\frac{5}{36}}} = x^{\frac{27}{12} - \frac{5}{36}} = x^{\frac{11-5}{4}} = x^{\frac{6}{4}}$$

$$\left(x^{\frac{6}{4}} \right)^{-\frac{5}{76}} = x^{-\frac{6}{4} \times \frac{5}{76}} = x^{-\frac{5}{76}}$$



$$\sqrt[2]{\sqrt[2]{10^4 \times 6^3 \times \underline{2^4}^2}} \quad \text{۱۸- حاصل}$$

$\underline{2^4} = 2^2 \times 2^2$

$$= \sqrt[2]{10^4 \times \underline{2^2} \times 2^2 \times 2^2 \times 2^2 \times \underline{2^2}}$$

$$= \sqrt[2]{10^4 \times 2^2 \times 2^2 \times 2^2 \times 2^2} = 10 \times 2^2 \times 2^2 \times \sqrt[2]{2^2 \times 2^2}$$

$$= 110 \sqrt[2]{4}$$

$$2^4 = (2^2 \times 2^2)^2 = 2^2 \times 2^2$$

۱۹- حاصل کسر $\frac{r^{52} - r^{51} + r^{50}}{r^{50} + r^{50} + r^{50}}$ کدام است؟

$$\frac{r^{50} \left(\frac{r^2 - r + 1}{r - r + 1} \right)}{\cancel{r} \times r^{50}} = \frac{r^{50}}{(r^2)^{50}} = \frac{r^{50}}{r^{100}}$$

$$\rightarrow r^{50-100} = r^{-50} = \frac{1}{r^{50}}$$

۲۰- در هر یک از تساوی‌های زیر مقدار x و y را بیابید.


$$\underline{3^4} = 3^1 \times 3^x = \underline{3^{x+1}} \rightarrow x+1=4 \rightarrow x=3$$

$$\underline{9^5} = 3^2 \times 11^y \rightarrow (3^2)^5 = 3^2 \times (11^y) \rightarrow 3^{10} = 3^2 \times 11^y$$
$$\rightarrow 3^{10} = 3^{2+ky} \rightarrow 10 = 2+ky \rightarrow ky = 8 \rightarrow y=2$$

۲۱- حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$\frac{2^3 + 2^4 + 2^5 + \dots + 2^{20}}{1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{17}} = \frac{2^3 (1 + \cancel{2} + \cancel{2^2} + \dots + 2^{17})}{1 + \cancel{2} + \cancel{2^2} + \dots + 2^{17}}$$

$\rightarrow 2^{\mu} = 1$





۲۲- حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$\frac{(0,15)^3 + (0,06)^3 + (0,03)^3}{(0,03)^3}$$

$$\frac{\cancel{(0,03)^3} \left(5^3 + 2^3 + 1 \right)}{\cancel{(0,03)^3}} = 125 + 8 + 1 = 134$$

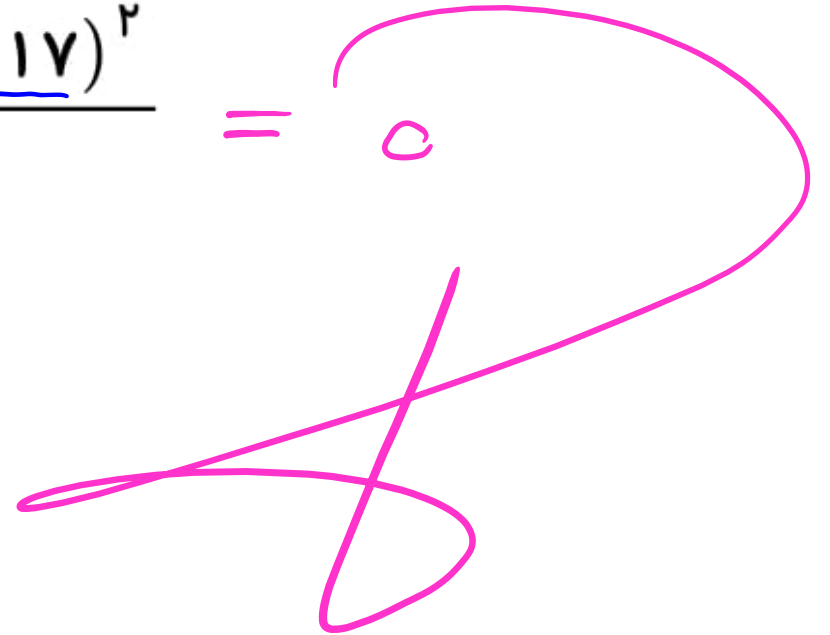


۲۳- ساده شده‌ی عبارت زیر کدام است؟

$$\frac{(1396 - 1)^2 (1396 - 2)^2 (1396 - 3)^2 \cdots (1396 - 2017)^2}{1396^2}$$

= 0

$$(1399 - 1399)^2 = 0$$



سایت خانه ریاضی علی هاشمی

Alihashemi-math.com

۲۴- حاصل $(1 - 2)^2 (2 - 3)^3 (3 - 4)^4 \dots (1395 - 1396)^{1396}$ کدام است؟

$$\underbrace{(-1)}^2 \underbrace{(-1)}^3 \underbrace{(-1)}^4 \underbrace{(-1)}^5 \dots \underbrace{(-1)}^{1396}$$

→ $(-1)^{\text{فرد}} = -1$



۲۵- حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$\sqrt[2]{\sqrt[2]{65 + \sqrt[2]{\sqrt[2]{2^{30} + 2^{30} + 2^{31}}}}}$$

$$= \sqrt[2]{65 + \sqrt[2]{2 \times 2^{30}}} = \sqrt[2]{65 + \sqrt[2]{2^{32}}}$$

$$= \sqrt[2]{65 + 2^8} = \sqrt[2]{65 + 16} = \sqrt[2]{81} = \sqrt[2]{3^4} = 3$$

$$2^{30} (1 + 1 + 2) = 2^8 \times 2^{30} = 2^8 \times 2^{30} = 2^{38}$$

۲۶- عبارت روبه‌رو برابر است با:

$$\sqrt{۳۲} - ۲\sqrt{۱۸} + ۳\sqrt{۷۲} - \sqrt{۲}$$

$$\sqrt{۱۶ \times ۲} - ۲\sqrt{۹ \times ۲} + ۳\sqrt{\underline{۹} \times \underline{۲} \times ۲} - \sqrt{۲}$$

$$= ۴\sqrt{۲} - ۶\sqrt{۲} + ۱۸\sqrt{۲} - \sqrt{۲}$$

$$= ۱۵\sqrt{۲}$$



۲۷- مقدار عبارت $(x-1)(x-2)(x-3)\cdots(x-10)$ به ازای $\sqrt{x} = 3$

$\rightarrow \sqrt{x} = 3 \rightarrow x = 9$

$(x-9) = (9-9) = 0$



۲۸- حاصل $a\sqrt{a^5} \times \sqrt{a^3} \times \sqrt[2]{a^{14}}$ کدام است؟

$$a\sqrt{a^5} \cdot \sqrt[2]{a^3} \cdot a^{\frac{14}{2}}$$

$$= a\sqrt{a^5 \cdot a^5} = a\sqrt[2]{a^{10}} = a \cdot a^5$$

$$= a^6$$



کدام است؟

$$\frac{\sqrt[4]{\sqrt[4]{\sqrt[4]{\sqrt[4]{16}}}}}{4}$$

۲۹- مقدار عبارت

$$\sqrt[4]{\sqrt[4]{\sqrt[4]{\sqrt[4]{16}}}} = \sqrt[4]{4 \times \sqrt[4]{4 \times 4}} = \sqrt[4]{4 \times 4} = 4$$

→ $\frac{4}{4} = 1$



سایت خانه ریاضی علی هاشمی

Alihashemi-math.com

$$\sqrt{-\sqrt{61 - \sqrt{4^2}} + 3 \times 6 + 2\sqrt{11} - 2^2\sqrt{5^2 - 4^2}} \quad \text{۳۰- مقدار دقیق}$$

$$= \sqrt{-\sqrt{61 - 4} + 18 + 11 - 4 \times 3}$$

$$= \sqrt{-1 + 18 - 12} = \sqrt{19} = 4$$



خانه ریاضی علی هاشمی

Alihashemi-math.com



Freemath



Alihashemi_math