

آموزش ریاضی

جبر و معادله

علی هاشمی

$$y = \underline{\underline{x}} - 3$$

x	y
1	2
0	3
2	1
-1	4

$$y = \underline{\underline{x}}^2$$

x	y
2	4
-2	4
0	0
-1	1



$$x(a-b) = ax - bx$$

$$(x+2)(x+1) = x^2 + x + 2x + 2 = x^2 + 3x + 2$$



$$(a-b)(a+b) = a^r - b^r$$

$$(x-\omega)(x+\omega) = x^r - \omega^r$$

$$(x+3)(x-3) = x^r - 9$$

$$(a+b)(a+b) = a^r + b^r + 2ab$$

$$(x+3)(x+3) = x^r + 9 + 6x$$

$$(x-4)(x-4) = x^r + 16 - 8x$$



$$\frac{a^2b - ab^2}{a^3b^2 - a^2b^3} = \frac{ab(a-b)}{a^2b^2(a-b)} = \frac{a \cdot b}{a \cdot a \cdot b \cdot b} = \frac{1}{ab}$$

$$\frac{a^2 - a}{ab - b} = \frac{a(a-1)}{b(a-1)} = \frac{a}{b}$$



$$2x - 3 = \underline{2x} - 1 + \underline{0x} \quad \rightarrow \quad \overset{\curvearrowright}{\underset{\curvearrowleft}{2x - \mu}} = \sqrt{2x - 1}$$

$$\rightarrow 2x - \sqrt{2x} = -1 + \mu \quad \rightarrow \quad -\mu x = 1$$

$$\rightarrow x = -\frac{1}{\mu}$$



۱- عبارتهای جبری زیر را ساده کنید.

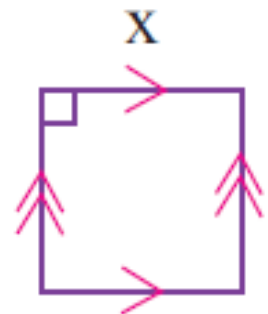
$$۱) (a + ۳)^۲ = (a + ۳)(a + ۳) = a^۲ + ۳a + ۳a + ۹ = a^۲ + ۶a + ۹$$

$$۲) (۲x - ۳y)^۲ = (۲x)^۲ + (-۳y)^۲ + ۲(۲x)(-۳y) = ۴x^۲ + ۹y^۲ - ۱۲xy$$

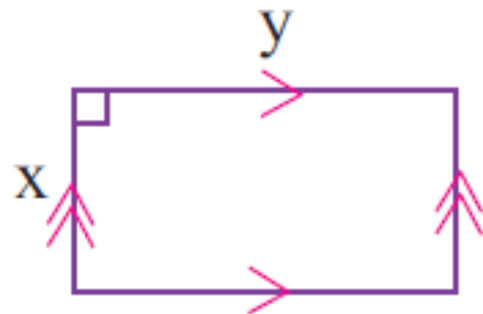
$$۳) (x + ۷)(x - ۷) = x^۲ - ۴۹$$



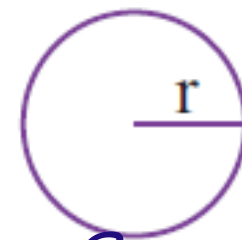
۲- مساحت هر شکل را با یک عبارت جبری بیان کنید.



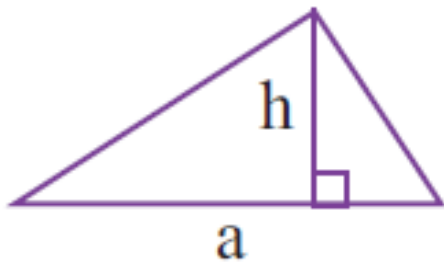
$$S = x^2$$



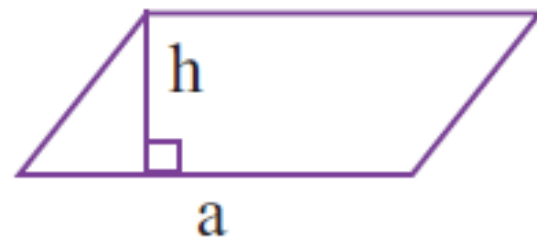
$$S = xy$$



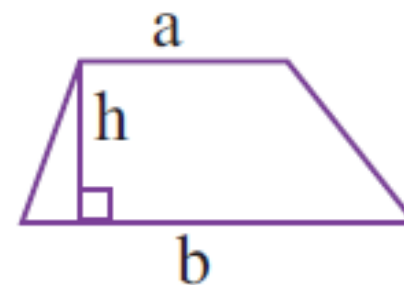
$$S = \pi r^2$$



$$S = \frac{1}{2} ah$$



$$S = ah$$



$$S = \frac{1}{2} (a+b) \cdot h$$



۳- معادله های زیر را حل کنید.

$$\frac{1}{2} - \frac{2x-1}{4} = \frac{3}{4} \xrightarrow{\times 4} 2 - (2x-1) = 3 \rightarrow 2 - 2x + 1 = 3$$

$$\rightarrow 3 - 2x = 3 \rightarrow -2x = 0 \rightarrow x = 0 \quad \checkmark$$

$$1 - \frac{x+1}{2} = \frac{1}{3} \xrightarrow{\times 6} 6 - 3(x+1) = 2 \rightarrow 6 - 3x - 3 = 2$$

$$\rightarrow 3 - 3x = 2 \rightarrow -3x = -1 \rightarrow x = \frac{1}{3} \quad \checkmark$$



۴- هفت برابر عددی به اضافه ۴ مساوی ۵۸ است. آن عدد چند است؟

$$\sqrt{x} + 4 = 58$$

$$\rightarrow \sqrt{x} = 54 \quad \rightarrow x = \frac{54^2}{1}$$

~~۴~~



۵- حاصل جمع سه عدد متوالی طبیعی ۲۷ شده است. کوچک ترین این عددها را پیدا کنید.

$$\underbrace{x} + \underbrace{x+1} + \underbrace{x+2} = 27 \rightarrow 3x + 3 = 27$$

$$\rightarrow 3x = 24 \rightarrow x = \frac{24}{3} = 1 \rightarrow x = 1$$

$$\rightarrow \underline{\underline{1, 2, 3}}$$



۶- از پنج برابر عددی ۳ تا کم کردیم، عدد ۱۷ به دست آمد. آن عدد چند است؟

$$5x - 3 = 17 \rightarrow 5x = 20 \rightarrow x = \frac{20}{5} = 4$$



۷- پدری ۴۵ سال دارد. دو فرزند او ۹ و ۱۴ ساله‌اند. پس از چند سال سن پدر با مجموع سن فرزندان‌اش برابر

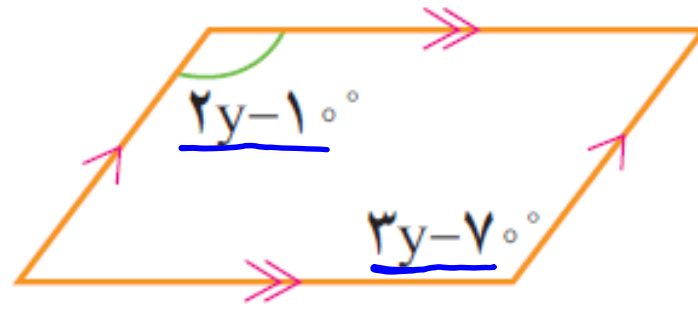
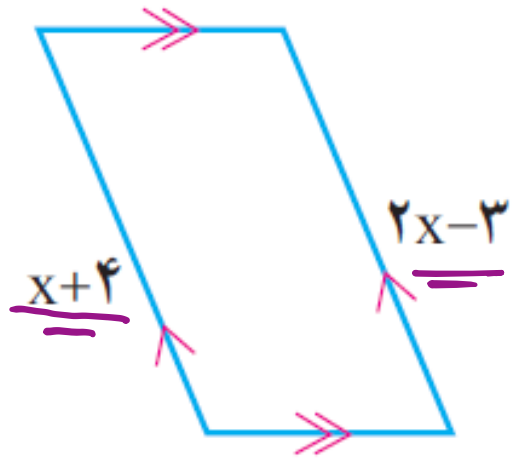
$$45 + x = 14 + x + 9 + x$$

$$\rightarrow 45 + x = 23 + 2x$$

$$\rightarrow 45 - 23 = 2x - x \rightarrow x = 22$$



۸- با توجه به شکل، معادله تشکیل دهید و مقدار مجهول را بیابید.



$$2x-3 = x+4$$

$$\rightarrow 2x - x = 4 + 3$$

$$\rightarrow x = 7$$

$$3y-7 = 2y-1$$

$$\rightarrow 3y - 2y = -1 + 7$$

$$\rightarrow y = 6$$

۹- عبارت جبری زیر را ساده کنید.

$$(a+b)^2 - (a-b)^2 =$$

$$(a+b)^2 = (a+b)(a+b) = a^2 + ab + ba + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = (a-b)(a-b) = a^2 - ab - ba + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$= \cancel{a^2} + 2ab + \cancel{b^2} - \cancel{a^2} - 2ab - \cancel{b^2} = 0$$



۱۰- اگر $2x + 5y = 10$ و $5x + 2y = 11$ آن گاه مقدار عددی $(x + y)^2$ را بیابید.

$$\begin{array}{r} + \left\{ \begin{array}{l} 2x + 5y = 10 \\ 5x + 2y = 11 \end{array} \right. \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \hline \end{array} \quad \begin{array}{l} \div \sqrt{} \\ \hline \end{array} \rightarrow x + y = 2 \quad \checkmark$$

$$(x + y)^2 = (2)^2 = 4$$



۱۱- حاصل عبارت $(a - 3b - 1)^{\infty}$ را اگر $\frac{a}{b} = 3$ بدست آورید.

$$\frac{a}{b} = 3 \rightarrow a = 3b$$

$$(\underline{a} - 3b - 1)^{\infty} = (\cancel{3b} - \cancel{3b} - 1)^{\infty} = (-1)^{\infty} = +1$$

فرد
 $(-1)^{\text{فرد}} = -1$

زوج
 $(-1)^{\text{زوج}} = +1$

زوج
 $(-1)^{\text{زوج}} = +1$



۱۲- جواب معادله‌ی $3x^2 + 5(x - 7) + x(2 - 3x) = 0$ چیست؟

$$\cancel{3x^2} + \underline{5x} - \underline{35} + \underline{2x} - \cancel{3x^2} = 0$$

$$\rightarrow \sqrt{2x - 35} = 0 \rightarrow \sqrt{2x} = \sqrt{35} \rightarrow x = \frac{\sqrt{35}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{35}{2}}$$

$$x = \sqrt{\frac{35}{2}}$$



۱۳- حاصل عبارت زیر را بدست آورید.

$$\frac{2x - 3}{5} = \frac{1 + 3x}{4} \rightarrow 4(2x - 3) = 5(1 + 3x)$$

$$\rightarrow 1x - 12 = 10 + 15x \rightarrow \underline{-12 - 10} = \underline{15x - 1x}$$

$$\rightarrow -22 = 14x \xrightarrow{\div 14} x = \frac{-22}{14}$$



۱۴- خمس ۲ تا کمتر از ۳ برابر عددی منهای ربع ۵ تا بیشتر از ۲- برابر همان عدد با ثلث ۸ تا کمتر از نصف همان عدد مساوی است، ۸ برابر آن عدد کدام است؟

$$\frac{3x-2}{5} - \frac{-2x+5}{8} = \frac{\frac{1}{4}x-1}{3}$$

$$\sqrt[3]{1\left(\frac{-91}{54}\right)} = \frac{-91}{\sqrt[3]{54}}$$

$$\times 12 \rightarrow 12(3x-2) - 15(-2x+5) = 10\left(\frac{1}{4}x-1\right)$$

$$\rightarrow 36x - 24 + 30x - 75 = 10x - 10$$

$$\rightarrow 66x - 99 = 10x - 10 \rightarrow 66x - 10x = -10 + 99$$

$$\rightarrow 56x = 89 \rightarrow x = \frac{89}{56}$$

۱۵- ساده شده‌ی عبارت k را بدست آورید.

$$k = \frac{a^r - b^r}{ab} - \frac{ab - b^r}{ab - a^r} = \frac{a^r - b^r}{ab} - \frac{b(a-b)}{a(b-a)}$$

$$\rightarrow \frac{a^r - b^r}{ab} + \frac{b}{a} = \frac{a^r - b^r + b^r}{ab} = \frac{a^r}{ab}$$

$$\rightarrow \frac{a \cdot a}{a \cdot b} = \frac{a}{b}$$



۱۶- با تبدیل به ضرب، صورت و مخرج کسر را ساده کنید.

$$\text{الف) } \frac{a^3 b^4 - a^4 b^3}{a^2 b^3 - a^3 b^2} = \frac{\cancel{a^3} \cancel{b^4} (b-a)}{\cancel{a^2} \cancel{b^3} (b-a)} = \frac{\cancel{a} \cdot a \cdot \cancel{b} \cdot b}{\cancel{a} \cdot \cancel{b}}$$

$$\text{ب) } \frac{x^2 y + x y^2}{x^3 y^2 - x^2 y^3} = \frac{\cancel{xy} (x+y)}{\cancel{xy} \cancel{y} (x-y)} = \frac{x+y}{y(x-y)}$$



۱۷- اگر $x = \sqrt{12}$ و $y = \sqrt{۲۷}$ باشد. حاصل عبارت $(x - y)^۲$ را بیابید.

$$x - y = \sqrt{12} - \sqrt{۲۷} = \sqrt{۴ \times ۳} - \sqrt{۹ \times ۳} = ۲\sqrt{۳} - ۳\sqrt{۳}$$

$$\rightarrow x - y = ۲\sqrt{۳} - ۳\sqrt{۳} = -\sqrt{۳}$$

$$(x - y)^۲ = (-\sqrt{۳})^۲ = +۳$$



۱۸- جمله n ام دنباله داده شده را بنویسید.

① ② ③ ④ ⑤

الف) ۴, ۸, ۱۲, ۱۶, ۲۰, ...

$$\overline{\text{الگو}} = 4n$$

① ② ③ ④ ⑤

ب) ۱, ۸, ۲۷, ۶۴, ۱۲۵, ...

$$\overline{\text{الگو}} = n^3$$



۱۹- عبارت جبری زیر را ساده کنید.

$$\begin{aligned} \text{الف) } \underline{5x} (3y - x) - 8xy - x^2 &= 15xy - 5x^2 - 8xy - x^2 \\ &= 7xy - 6x^2 \end{aligned}$$

$$\text{ب) } 3(2x + 2y - 2) - 7 - 2(3x - 5y + 2) =$$

$$= \cancel{6x} + \underline{6y} - \underline{6} - 7 - \cancel{6x} + \underline{10y} - \underline{4} = 16y - 17$$



۲۰- عبارت زیر را به ساده ترین صورت ممکن بنویسید.

$$\text{الف) } (3x - 2)(3x + 2) - 9x^2 = \cancel{9x^2} + \cancel{6x} - \cancel{6x} - 4 - \cancel{9x^2} = -4$$

$$\text{ب) } 3x^2 + 8y^2 - 4x(2x - 3) - 7y^2 = \underline{3x^2} + \underline{8y^2} - \underline{8x^2} + \underline{12x} - \underline{7y^2}$$
$$= -5x^2 + 12x + y^2$$



۲۱- عبارت جبری را ساده کنید.

$$3x(2a + 4y) + 1ax = 6ax + 12xy + 1ax$$

$$= 7ax + 12xy$$



۲۲- جدول را کامل کنید.

$$y = -2x + 1$$

x	y
1	-1
0	1
2	-3
-1	3

$$y = -2x + 1$$

$$x = -1$$

$$\rightarrow -2(-1) + 1 = 2 + 1 = 3$$

$$x = 2$$

$$\rightarrow -2(2) + 1 = -4 + 1 = -3$$



۲۳- معادلهٔ مقابل را حل کنید.

$$\frac{x-1}{\textcircled{4}} - \frac{2x}{\textcircled{3}} = \frac{1-x}{\textcircled{2}}$$

$x/2 \rightarrow 3(x-1) - 4(2x) = 2(1-x)$

$\rightarrow 3x - 3 - 8x = 2 - 2x \rightarrow -5x - 3 = 2 - 2x$

$\rightarrow -5x + 2x = 2 + 3 \rightarrow x = -1$

۲۴- عبارت جبری مقابل را ساده کنید.

$$\Delta xy - x(\Delta y + 1) - (3 - x) =$$

$$\cancel{\Delta xy} - \cancel{\Delta xy} - \cancel{x} - 3 + \cancel{x} = -3$$



۲۵- معادلهٔ مقابل را حل کنید.

$$\Delta x^2 + x = 0 \quad a \cdot b = 0 \rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 0 \end{cases}$$

$$\underline{x} (\underline{\Delta x + 1}) = 0$$

$$\begin{array}{l} \swarrow \\ x = 0 \quad \checkmark \end{array}$$

$$\Delta x + 1 = 0 \rightarrow \Delta x = -1 \rightarrow x = -\frac{1}{\Delta} \quad \checkmark$$



۲۶- جمله‌ی چندم الگوی مقابل، ۷۹۹ است؟

① ② ③

۳, ۷, ۱۱, ...

$$\rightarrow \overline{a_n} = n - 1$$

$$n - 1 = \sqrt{99} \rightarrow n = 100 \rightarrow n = \frac{100}{1} = 100$$



۲۷- اگر $\frac{۲}{x} - \frac{۵}{۷x} = \frac{۱}{۱۴}$ مقدار x چند است؟

$x \mid 14x \rightarrow 14(۲) - ۲(۵) = x$

$\rightarrow 28 - 10 = x \rightarrow x = 18$



۲۸- x در معادله $\frac{4x-3}{2} - \frac{x-1}{5} = \frac{2x+5}{14}$ را بدست آورید.

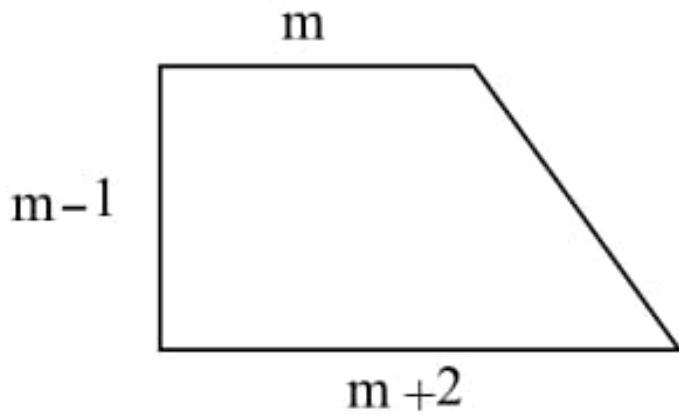
$\times 10 \rightarrow 10(4x-3) - 14(x-1) = 10(2x+5)$

$\rightarrow 40x - 30 - 14x + 14 = 20x + 50$

$\rightarrow 40x - 30 = 20x + 50 + 14x - 14$
 $\rightarrow 40x - 30 = 34x + 36$
 $\rightarrow 40x - 34x = 36 + 30$

$\rightarrow 6x = 66$
 $\rightarrow x = \frac{66}{6} = 11$

۲۹- مساحت ذوزنقهی روبه‌رو کدام گزینه است؟



$m-1$ (۲)

m^2+1 (۴)

$m+1$ (۱)

m^2-1 (۳)

$$S = \frac{1}{2} (m + m + 2) (m - 1) = \frac{1}{2} (2m + 2) (m - 1)$$

$$= \frac{1}{\cancel{2}} \times \cancel{2} (m + 1) (m - 1) = (m - 1) (m + 1) = m^2 - 1$$



۳۰- جمله ی k ام الگوی مقابل کدام گزینه است؟

① ۹, ۹۹, ۹۹۹, ...

$$\rightarrow \overline{\text{الگو}} = 10^n - 1$$

جمله k ام \rightarrow

$$10^k - 1$$



خانه ریاضی علی هاشمی

Alihashemi-math.com



Freemath



Alihashemi_math