

آموزش ریاضی دوازدهم انسانی

نرخ رشد با تابع نمایی

(فصل سوم – درس سوم)

علی جبرا | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹ – ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به سایت **Aligebra.com** است و هرگونه استفاده از این اثر و انتشار آن در پایگاه های مجازی بدون کسب مجوز ممنوع است و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار می گیرند.

$$\underline{\underline{A_t}} = A_0 (1 + \alpha)^t$$

Diagram illustrating the components of the compound interest formula:

- A_t is labeled **مقدار اولی** (Initial Amount).
- A_0 is labeled **نرخ رشد** (Growth Rate).
- t is labeled **زمان** (Time).

۱- جمعیت یک کشور با رشد ثابت پس از گذشت ۴۰ سال ۴ برابر شده است. این جمعیت با همین رشد ثابت با گذشت ۶۰ سال چند برابر خواهد شد؟

$$A_t = A_0 (1 + \alpha)^t \xrightarrow{t=40} 4A_0 = (1 + \alpha)^{40} A_0 \rightarrow \underline{\underline{(1 + \alpha)^{40} = 4}}$$

$A_{40} = 4A_0$

$$\rightarrow \underline{\underline{(1 + \alpha)^{\frac{40}{2}} = 2}}$$

$$A_{60} = A_0 (1 + \alpha)^{60} = A_0 \left(\underline{\underline{(1 + \alpha)^{\frac{40}{2}}}}^2 \right) = 1 A_0 \rightarrow 1$$

علی جبرا | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۲- مبلغ یک میلیون تومان سرمایه گذاری در بانک پس از ۲ سال، بعد از محاسبه سود ۱,۴۴۰,۰۰۰ تومان سرمایه را تشکیل داده است. نرخ سود سالانه چند درصد است؟

$$A_t = A_0 (1 + \alpha)^t \rightarrow 1,440,000 = 1,000,000 (1 + \alpha)^2$$

$$\rightarrow \underline{(1 + \alpha)^2} = \frac{1,440,000}{1,000,000} = \underline{\frac{144}{100}} \rightarrow 1 + \alpha = \frac{12}{10}$$

$$\rightarrow 1 + \alpha = 1.2 \rightarrow \alpha = 0.2 \rightarrow \alpha = 20\%$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۳- قیمت هر بشکه نفت در حال حاضر ۵۰ دلار است. اگر در هر هفته ۱۰ درصد به قیمت هر بشکه نفت اضافه شود، پس از چهار هفته قیمت هر بشکه نفت تقریباً چند دلار است؟

$$A_t = A_0 (1 + \alpha)^t \rightarrow A_4 = 50 (1 + 0.1)^4$$

$$\rightarrow A_4 = 50 (1.1)^4 = 50 \times 1.1^2 \times 1.1^2 = 50 \times \underbrace{1.21 \times 1.21}_{1.46}$$

$$\rightarrow A_4 = 72.7$$

۴- اگر قیمت کالایی پس از دو سال از ۳۰۰۰۰ ریال به ۴۳۲۰۰ ریال رسیده باشد، متوسط نرخ تورم سالانه چند درصد است؟

$$A_t = A_0 (1 + \alpha)^t \rightarrow 43200 = 30000 (1 + \alpha)^2$$

$$\rightarrow (1 + \alpha)^2 = \frac{43200}{30000} = 1.44 \rightarrow 1 + \alpha = 1.2$$

$$\rightarrow \alpha = 0.2 \xrightarrow{\text{درصد}} \alpha = 0.2 \times 100 = 20\%$$

۵- اگر قیمت اولیه کالایی ۱۶ هزار تومان باشد و قیمت این کالا پس از دو سال برابر با ۲۵ هزار تومان گردد، نرخ تورم سالانه چند درصد است؟ (نرخ تورم سالانه ثابت است).

$$A_t = A_0 (1 + \alpha)^t \rightarrow 25 = 16 (1 + \alpha)^2$$

$$\rightarrow (1 + \alpha)^2 = \frac{25}{16} \rightarrow 1 + \alpha = \frac{5}{4} \rightarrow \alpha = \frac{1}{4}$$

$$\rightarrow \alpha = \frac{1}{4} \times 100 = 25 \%$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۶- جمعیت شهری یک میلیون نفر است و رشد جمعیت به صورت نمایی و با ضریب ثابت ۶ درصد در سال است. جمعیت این شهر پس از ده سال به چند نفر می‌رسد؟ $((1,06)^{10} \simeq 1,80)$

$$A_t = A_0 (1 + \alpha)^t \rightarrow A_{10} = 1\,000\,000 (1 + 0,06)^{10}$$

$$\rightarrow A_{10} = 1\,000\,000 (1,06)^{10} = 1\,000\,000 \times 1,8$$

$$\rightarrow A_{10} = 1\,800\,000$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۷- اگر مبلغ ۱۰۰,۰۰۰,۰۰۰ تومان در بانکی سرمایه گذاری کنیم که با نرخ ثابت سالانه ۲۰ درصد به ما سود می دهد، پس از ۳ سال چه مبلغی می توان برداشت کرد؟

$$A_t = A_0 (1 + \alpha)^t \rightarrow A_3 = 100,000,000 (1 + 0.2)^3$$

$$\rightarrow A_3 = 100,000,000 (1.2)^3 = 100,000,000 \times \underline{1.728}$$

$$\rightarrow A_3 = 172,800,000$$

۸- یک کیف در سال ۱۳۹۰ به قیمت ۲۵,۰۰۰ تومان فروخته شده است و در سال ۱۳۹۲ به مبلغ ۶۴,۰۰۰ تومان فروخته شده است. اگر نرخ تورم سالانه را ثابت در نظر بگیریم، آن را به دست آورید.

$$A_t = A_0 (1 + \alpha)^t \rightarrow 44000 = 25000 (1 + \alpha)^2$$

$$\rightarrow (1 + \alpha)^2 = \frac{44000}{25000} = \frac{44}{25} \rightarrow 1 + \alpha = \frac{1}{5}$$

$$\rightarrow \alpha = \frac{1}{5} - 1 = \frac{3}{5} = 0.6 \rightarrow \alpha = 60\%$$

۹- اگر مبلغ ۱۰ میلیون ریال در یک بانک پس انداز داشته باشیم و پس از ۲ سال ۱۲,۱۰۰,۰۰۰ ریال برداشت کنیم، با توجه به اینکه نرخ سود سالیانه بانک ثابت است، عدد آن را به دست آورید.

$$A_t = A_0 (1 + \alpha)^t \rightarrow 12100000 = 10000000 (1 + \alpha)^2$$

$$\rightarrow (1 + \alpha)^2 = \frac{12100000}{10000000} = \frac{121}{100} \rightarrow 1 + \alpha = \frac{11}{10}$$

$$\rightarrow \alpha = \frac{11}{10} - 1 = \frac{1}{10} \rightarrow \alpha = 10\%$$

۱۰- اگر تعداد باکتری‌های قسمتی از بدن ۷ میلیارد باکتری بوده و به‌طور نمایی تکثیر شود و پس از ۳۵ سال ۲ برابر شود، در ۷۰ سال بعد، چند میلیارد خواهد شد؟

$$A_t = A_0 (1 + \alpha)^t \rightarrow 2A_0 = A_0 (1 + \alpha)^{35} \rightarrow (1 + \alpha)^{35} = 2$$

$$A_{70} = A_0 (1 + \alpha)^{70} = A_0 \left(\underbrace{(1 + \alpha)^{35}}_2 \right)^2 = A_0 \times 4 = 4A_0$$

$$\rightarrow A_{70} = 4 \times 7 = 28$$

۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹ – ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱

علی جبرا | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به سایت **Aligebra.com** است و هرگونه استفاده از این اثر و انتشار آن در پایگاه های مجازی بدون کسب مجوز ممنوع است و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار می گیرند.