

آموزش ریاضی دوازدهم انسانی

ریشه n ام و توان گویا

(فصل سوم – درس دوم)

علی جبرا | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹ – ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به سایت **Aligebra.com** است و هرگونه استفاده از این اثر و انتشار آن در پایگاه های مجازی بدون کسب مجوز ممنوع است و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار می گیرند.

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$a^m \cdot b^m = (ab)^m$$

$$\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$$

$$x^2 \times x^3 = x^5$$

$$\frac{x^5}{x^3} = x^2 = 9$$

$$5^2 \cdot 2^2 = 10^2 = 100$$

$$\frac{100^5}{10^5} = 10^5$$

فرمول های ضرب و تقسیم

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

$$(x^2)^5 = x^{10}$$

$$x^2 \cdot x^5 = x^7$$

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

توان منفی

$$a^{-m} = \frac{1}{a^m}$$

$$r^{-5} = \frac{1}{r^5} = \frac{1}{r^5}$$

$$\left(\frac{r}{r}\right)^{-3} = \left(\frac{r}{r}\right)^{+3} = \frac{1}{r^3}$$

$$\frac{r}{r^{-4}} = r^1 \times r^4 = r^5 = r^5$$

توان کسری

$$\textcircled{1} a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} \quad \mu^{\frac{5}{2}} = \sqrt[2]{\mu^5}$$

$$\sqrt[2]{x^5} \times \sqrt[3]{x^1} = x^{\frac{5}{2}} \cdot x^{\frac{1}{3}} = x^{\frac{15+2}{6}} = x^{\frac{17}{6}} = \sqrt[6]{x^{17}}$$

$$1^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{1^{\frac{2}{3}}} = \frac{1}{\sqrt[3]{1^2}} = \frac{1}{1^2} = \frac{1}{1} = 1$$

$$\textcircled{2} a \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a^n \cdot b}$$

$$\textcircled{3} \sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$$

$$\sqrt[2]{\sqrt[3]{a}} = \sqrt[2]{\sqrt[3]{a^3}} = \sqrt[6]{a^3} \quad \sqrt[3]{\sqrt[5]{x}} = \sqrt[15]{x}$$

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

گویا کردن مخرج کسر

$$\frac{5}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{2} \quad \checkmark$$

$$\frac{5}{\sqrt{2}-1} \times \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}+1} = \frac{5(\sqrt{2}+1)}{2-1} = 5(\sqrt{2}+1) \quad \checkmark$$

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

محاسبه رادیکال با قدر مطلق

$$\sqrt{(-3)^2} = \underline{3}$$

$$\sqrt{a^2} = x$$

$$\sqrt{x^2} = |x|$$

$$\sqrt{(-3)^2} = |-3| = +3 \checkmark$$

$$\sqrt{(-5)^2} = |-5| = 5 \checkmark$$

$$\sqrt{(\sqrt{2}-1)^2} = |\sqrt{2}-1| = \sqrt{2}-1 \checkmark$$

$$\sqrt{(1-\sqrt{3})^2} = |1-\sqrt{3}| = -1+\sqrt{3} \checkmark$$

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۱ حاصل کسر $\frac{1}{-\sqrt[3]{8} - \sqrt{50} + \sqrt{3}}$ کدام است؟

$$\frac{1}{4\sqrt{2} - 5\sqrt{2} + \sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{3 - 2} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$$

d

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

ریشه بیست و سوم عبارت $\frac{24^{\frac{2}{3}} \times 4^{\frac{7}{2}}}{32^2 \times 27^{-\frac{1}{3}} \times 48^{-\frac{1}{4}}}$ کدام است؟

$$24^{\frac{2}{3}} = (2 \times 3)^{\frac{2}{3}} = 2^{\frac{2}{3}} \times 3^{\frac{2}{3}}$$

$$4^{\frac{7}{2}} = (2^2)^{\frac{7}{2}} = 2^7$$

$$32^{-2} = (2^5)^{-2} = 2^{-10}$$

$$27^{-\frac{1}{3}} = (3^3)^{-\frac{1}{3}} = 3^{-1}$$

$$48^{-\frac{1}{4}} = (2^4 \times 3)^{-\frac{1}{4}} = 2^{-1} \times 3^{-\frac{1}{4}}$$

$$32^2 = (2^5)^2 = 2^{10}$$

$$(27)^{-\frac{1}{3}} = (3^3)^{-\frac{1}{3}} = 3^{-1}$$

$$\rightarrow A = \frac{2^{\frac{2}{3}} \times 3^{\frac{2}{3}} \times 2^7}{2^{10} \times 3^{-1} \times 2^{-1} \times 3^{-\frac{1}{4}}} = \frac{2^9 \times 3^{\frac{2}{3}}}{2^9 \times 3^{-\frac{9}{4}}} = 3^{\frac{2}{3} + \frac{9}{4}} = 3^{\frac{22}{12}}$$

$$\sqrt[22]{A} = A^{\frac{1}{22}} = \left(3^{\frac{22}{12}}\right)^{\frac{1}{22}} = 3^{\frac{1}{12}} = \sqrt[12]{3}$$

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۳ حاصل عبارت $A = \frac{2}{2 + \sqrt{3}} + \sqrt{13 + 4\sqrt{3}}$ کدام است؟

$$\frac{2}{2 + \sqrt{3}} \times \frac{2 - \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}} = \frac{4 - 2\sqrt{3}}{4 - 3} = 4 - 2\sqrt{3}$$

$$\sqrt{13 + 4\sqrt{3}} = \sqrt{1 + 2(2\sqrt{3}) + 12} = \sqrt{(1 + 2\sqrt{3})^2} = 1 + 2\sqrt{3}$$

$a^2 + 2(ab) + b^2$

$$\rightarrow 4 - 2\sqrt{3} + 1 + 2\sqrt{3} = 5$$

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۴ حاصل $\sqrt[5]{(\sqrt{2}+1)^4} \times \sqrt[5]{(3-2\sqrt{2})^2}$ کدام است؟

$$\sqrt[5]{((\sqrt{2}+1)^2)^2} = \sqrt[5]{(2+1+2\sqrt{2})^2} = \sqrt[5]{(3+2\sqrt{2})^2}$$

$$\rightarrow (3+2\sqrt{2})^{\frac{2}{5}} \times (3-2\sqrt{2})^{\frac{2}{5}} = (9-1)^{\frac{2}{5}} = 1$$

$$\sqrt[5]{(\sqrt{2}+1)^4} \times \sqrt[5]{(\sqrt{2}-1)^4} = 1$$

۵

ساده شده‌ی عبارت $\left(\sqrt[3]{5 + \left(-\frac{1}{\sqrt{3}} \right)^4 + (-\sqrt{2})^2} \right)^{-\frac{3}{2}} + \left(\sqrt[3]{\frac{2}{4}} \right)^3$ کدام است؟

$$\left(\sqrt[3]{5 + \frac{1}{9} + 2} \right)^{-\frac{3}{2}} = \left(\sqrt[3]{\frac{44}{9}} \right)^{-\frac{3}{2}} = \left(\left(\frac{2^2}{3^2} \right)^{\frac{1}{3}} \right)^{-\frac{3}{2}} = \frac{2^{-3}}{3^{-1}}$$

$$\left(\sqrt{\frac{9}{4}} \right)^{\frac{3}{2}} = \left(\frac{\frac{3}{2}}{1} \right)^{\frac{3}{2}} = \frac{2\sqrt{3}}{1}$$

$$\frac{\frac{3}{2}}{1} + \frac{2\sqrt{3}}{1} = \frac{\frac{3}{2}}{1} = \frac{3}{2} \sqrt{3}$$

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

حاصل $\frac{2}{\sqrt{5}-1} \div \left(\frac{2\sqrt{5}-2}{4} \right)^2$ کدام است؟

$$\frac{2}{\sqrt{5}-1} \times \frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}+1} = \frac{2(\sqrt{5}+1)}{5-1} = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$$

$$\left(\frac{2(\sqrt{5}-1)}{4} \right)^2 = \frac{5+1-2\sqrt{5}}{4} = \frac{4-2\sqrt{5}}{4} = \frac{2-\sqrt{5}}{2}$$

$$\frac{\sqrt{5}+1}{2} \times \frac{2}{2-\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}+1}{2-\sqrt{5}}$$

$$\frac{\sqrt{5}+1}{2} + \frac{2-\sqrt{5}}{2} = 2$$

۷ حاصل عبارت $\frac{1-\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}} - \frac{4\sqrt{6}}{\sqrt{12}}$ کدام است؟

$$\frac{1-\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}} \times \frac{1-\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}} = \frac{(1-\sqrt{2})^2}{1-2} = - \left(\frac{1+2-2\sqrt{2}}{1} \right) = -1^3 + 2\sqrt{2}$$

$$\frac{4\sqrt{6}}{\sqrt{12}} = \frac{4}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$$

$$\rightarrow -1^3 + \cancel{2\sqrt{2}} - \cancel{2\sqrt{2}} = -1$$

۸ اگر $A = ۲\sqrt{\frac{۵۰}{۲ \times ۲۵}} + ۴\sqrt{\frac{۷۵}{۳ \times ۲۵}} - ۵\sqrt{\frac{۴۸}{۱۶ \times ۳}} - ۳\sqrt{\frac{۸}{۴ \times ۲}}$ باشد، $A^۲$ برابر کدام است؟

$$A = ۱۰\sqrt{۲} + ۲\sqrt{۳} - ۲\sqrt{۳} - ۴\sqrt{۲}$$

$$A = ۴\sqrt{۲}$$

$$\rightarrow A^۲ = ۱۶ \times ۲ = ۳۲$$

۹ حاصل عبارت $\sqrt[3]{\frac{24}{1 \times 3}} \times \sqrt[3]{9} + \frac{2 - \sqrt{5}}{2 + \sqrt{5}} - \sqrt{80}$ کدام است؟

$$\sqrt[3]{2} \sqrt[3]{3} \times \sqrt[3]{9} = \sqrt[3]{2 \times 3 \times 9} = \sqrt[3]{54} = 3$$

$$\frac{2 - \sqrt{5}}{2 + \sqrt{5}} \times \frac{2 - \sqrt{5}}{2 - \sqrt{5}} = \frac{(2 - \sqrt{5})^2}{4 - 5} = - (4 + 5 - 4\sqrt{5}) = -9 + 4\sqrt{5}$$

$$\sqrt{16 \times 5} = 4\sqrt{5}$$

$$3 - 9 + 4\sqrt{5} - 4\sqrt{5} = -6$$

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۱۰ حاصل عبارت $\sqrt[3]{25} \times \sqrt[3]{40} + \frac{\sqrt{2}}{3+2\sqrt{2}} - \frac{1}{2}\sqrt{72}$ کدام است؟

$$\sqrt[3]{5^2} \times \sqrt[3]{2^3 \times 5} = \sqrt[3]{2^3 \times 5^3} = 2 \times 5 = 10 \quad \checkmark$$

$$\frac{\sqrt{2}}{3+2\sqrt{2}} \times \frac{3-2\sqrt{2}}{3-2\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}-4}{9-1} = 3\sqrt{2}-4 \quad \checkmark$$

$$\frac{1}{2}\sqrt{72} = \frac{1}{2}\sqrt{4 \times 2 \times 9} = \sqrt{2} \quad \checkmark$$

$$\rightarrow 10 + \cancel{3\sqrt{2}-4} - \cancel{\sqrt{2}} = 9 \quad \checkmark$$

۱۱) حاصل $\frac{۲}{۲ + \sqrt{۵}} - \sqrt{۲۰} + \sqrt{۴۸} \times \frac{\sqrt{۳}}{۳}$ ، کدام است؟

$$\frac{۲}{۲ + \sqrt{۵}} \times \frac{۲ - \sqrt{۵}}{۲ - \sqrt{۵}} = \frac{۴ - ۲\sqrt{۵}}{۴ - ۵} = -۴ + ۲\sqrt{۵}$$

$$\sqrt{۲۰} = \sqrt{۴ \times ۵} = ۲\sqrt{۵}$$

$$\sqrt{۴۸} \times \frac{\sqrt{۳}}{۳} = \sqrt{۱۶ \times ۳} \times \frac{\sqrt{۳}}{۳} = ۴ \times ۱ = ۴$$

$$\rightarrow -۴ + ۲\sqrt{۵} - ۲\sqrt{۵} + ۴ = ۰$$

۱۲ اگر $A = \frac{1}{2}\sqrt[3]{125} + \sqrt[3]{56}$ باشد، حاصل $A^3 - 3A^2 + 3A$ کدام است؟

$$A^3 - 3A^2 + 3A - 1 + 1 = (A-1)^3 + 1$$

$$A = \frac{1}{2}\sqrt[3]{5^3} + \sqrt[3]{2 \times 2 \times 2 \times 7} = 1 + \sqrt[3]{28}$$

$$\rightarrow (1 + \sqrt[3]{28} - 1)^3 + 1 = 0 + 1 = 1$$

۱۳) حاصل عبارت $(\sqrt[3]{2})(\sqrt[3]{2-\sqrt{3}})$ کدام است؟ $(\sqrt{3}+1)^{\frac{2}{3}}$

$$\sqrt[3]{(\sqrt{3}+1)^2} \cdot \sqrt[3]{(\sqrt{3}-1)^2}$$

$$= \sqrt[3]{(\sqrt{3}-1)^2} = \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{2^2} = 2^{\frac{2}{3}}$$

$$\sqrt[3]{2-2\sqrt{3}} = \sqrt[3]{\sqrt{3}+1-2\sqrt{3}} = \sqrt[3]{(\sqrt{3}-1)^2} \neq$$

۱۴ اگر $x = 5 + \sqrt{17}$ باشد، حاصل عبارت $\sqrt{\frac{x-1}{16} + \frac{1}{2x}}$ ، کدام است؟

$$\sqrt{\frac{x^2 - x + 1}{16x}} = \frac{1}{4} \sqrt{x - 1 + \frac{1}{x}} = \frac{1}{4} \sqrt{5 + \sqrt{17} - 1 + \frac{1}{5 + \sqrt{17}}}$$

$$= \frac{1}{4} \sqrt{5 + \sqrt{17} - 1 + 5 - \sqrt{17}} = \frac{1}{4} \sqrt{9} = \frac{3}{4} = 0.75$$

$$\frac{1}{5 + \sqrt{17}} \times \frac{5 - \sqrt{17}}{5 - \sqrt{17}} = \frac{1(5 - \sqrt{17})}{25 - 17} = 5 - \sqrt{17}$$

۱۵ اگر $A = \frac{2}{3}\sqrt{18} + 2\sqrt{27} - \sqrt{108} + 0.3\sqrt{200}$ باشد، A^2 برابر کدام است؟

$$\frac{2}{3}\sqrt{9 \times 2} = 2\sqrt{2}$$

$$2\sqrt{9 \times 3} = 6\sqrt{3}$$

$$\sqrt{108} = \sqrt{9 \times 3 \times 4} = 6\sqrt{3}$$

$$0.3\sqrt{100 \times 2} = 3\sqrt{2}$$

$$\rightarrow 2\sqrt{2} + 6\sqrt{3} - 6\sqrt{3} + 3\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$$

$$A^2 = (5\sqrt{2})^2 = 25 \times 2 = 50$$

۱۶) حاصل $\frac{2}{2 + \sqrt{6}} + (2\sqrt{3} - 3\sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2})$ کدام است؟

$$\frac{2}{2 + \sqrt{4}} \times \frac{2 - \sqrt{4}}{2 - \sqrt{4}} = \frac{2(2 - \sqrt{4})}{4 - 4} = -2 + \sqrt{4}$$

$$\rightarrow 4 + 2\sqrt{4} - 3\sqrt{4} - 4 = -\sqrt{4}$$

$$\rightarrow -2 + \sqrt{4} - \sqrt{4} = -2$$

$$\begin{aligned} \frac{2}{\sqrt{6}} + \sqrt{6} &= 4 \\ -\frac{2}{\sqrt{6}} + \sqrt{6} &= -4 \\ \frac{2}{\sqrt{6}} + \sqrt{6} &= 2 \end{aligned}$$

۱۷) اگر $A = \sqrt[3]{\frac{x-1}{36} - \frac{1}{x} + \frac{\sqrt{2}}{36}}$ باشد، با فرض $x = 1 - \sqrt{2}$ حاصل A^3 کدام است؟

$$A^3 = \frac{x-1}{36} - \frac{1}{x} + \frac{\sqrt{2}}{36} = \frac{-\sqrt{2}}{36} - \frac{1}{1-\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2}}{36}$$

$$= 1 + \sqrt{2}$$

$$\frac{1}{1-\sqrt{2}} \times \frac{1+\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}} = \frac{1+\sqrt{2}}{1-2} = -(1+\sqrt{2})$$

مقدار $\sqrt{7-4\sqrt{3}} - 2\sqrt{7+4\sqrt{3}} + \sqrt{27}$ کدام است؟

9×3

$$\sqrt{4+3-4\sqrt{3}} = \sqrt{(2-\sqrt{3})^2} = |2-\sqrt{3}| = 2-\sqrt{3}$$

$$\sqrt{4+3+4\sqrt{3}} = \sqrt{(2+\sqrt{3})^2} = |2+\sqrt{3}| = 2+\sqrt{3}$$

$$\rightarrow \underline{2-\sqrt{3}} - \underline{4-2\sqrt{3}} + \underline{3\sqrt{3}} = -2$$

۱۹ حاصل عبارت $\frac{\sqrt{8} + \sqrt{6}}{\sqrt{2}} - \frac{1 - \sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}}$ کدام است؟

$$\frac{\sqrt{1} + \sqrt{4}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} + \sqrt{3} = \underline{2 + \sqrt{3}}$$

$$\frac{1 - \sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}} \times \frac{1 - \sqrt{3}}{1 - \sqrt{3}} = \frac{(1 - \sqrt{3})^2}{1 - 3} = \frac{1 + 3 - 2\sqrt{3}}{-2} = \frac{4 - 2\sqrt{3}}{-2}$$

$$\rightarrow \frac{4}{-2} - \frac{2\sqrt{3}}{-2} = \underline{-2 + \sqrt{3}}$$

$$\rightarrow 2 + \sqrt{3} + (-2 + \sqrt{3}) = 2\sqrt{3}$$

خلاصه شده‌ی عبارت $\sqrt[3]{\frac{3}{8}} \times (18)^{-2} \times (1,5)^4 \times (\frac{1}{4})^{-3}$ کدام است؟

$$\sqrt[3]{\frac{3}{8}} = \sqrt[3]{\frac{27}{8}} = \frac{3}{2}$$

$$(\frac{3}{2})^4$$

$$(\frac{1}{4})^{-3} = 4^3 = 2^6$$

$$(18)^{-2} = \frac{1}{(3^2 \times 2)^2} = \frac{1}{3^4 \times 2^2}$$

$$\rightarrow \frac{3 \times 3^4 \times 2^6}{2 \times 3^4 \times 2^2 \times 2^2} = \frac{3^5 \times 2^6}{3^4 \times 2^4} = \frac{3}{2} = 1,5$$

۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹ – ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱

علی جبرا | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به سایت **Aligebra.com** است و هرگونه استفاده از این اثر و انتشار آن در پایگاه های مجازی بدون کسب مجوز ممنوع است و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار می گیرند.