

آموزش ریاضی دوازدهم انسانی

حل تمرین های فصل دوم

(درس دوم دنباله حسابی)

علی جبرا | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹ – ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به سایت **Aligebra.com** است و هرگونه استفاده از این اثر و انتشار آن در پایگاه های مجازی بدون کسب مجوز ممنوع است و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار می گیرند.

۱. با نوشتن جملات رابطه‌های بازگشتی، مشخص کنید کدام یک دنباله حسابی است.

الف) $a_{n+1} = \frac{1}{a_n}$ $a_1 = 2$

$a_1 = \frac{1}{2}, a_2 = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$

$2, \frac{1}{2}, 2, \frac{1}{2}, \dots$ X

ب) $a_{n+1} = a_n + 5$ $a_1 = -1$

$a_1 = -1, a_2 = 4, a_3 = 9, a_4 = 14$

$-1, 4, 9, 14, \dots$

$d = 5$

ج) $a_{n+1} = 5a_n + 1$ $a_1 = -1$

$a_1 = -1, a_2 = -4, a_3 = -19$

$-1, -4, -19, \dots$ X

د) $a_{n+1} - a_n = n$

$n=1 \rightarrow a_2 - a_1 = 1$

$n=2 \rightarrow a_3 - a_2 = 2$

$n=3 \rightarrow a_4 - a_3 = 3$

X

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۲. در یک دنباله حسابی، جمله اول برابر ۵- و اختلاف مشترک برابر ۸ است. کدام جمله دنباله برابر ۵۵۵ است؟

$$a_1 = -5, \quad d = 8, \quad a_n = 555, \quad n = ?$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d \rightarrow 555 = -5 + (n-1) \times 8$$

$$560 = (n-1) \times 8 \rightarrow n-1 = \frac{560}{8} = 70$$

$$n-1 = 70$$

$$n = 71$$

۳. یازدهمین جمله یک دنباله حسابی ۵۲ و جمله نوزدهم آن ۹۲ است. جمله سی‌ام این دنباله را مشخص کنید.

$$a_{19} = 92 \rightarrow a_1 + 18d = 92$$

$$a_{11} = 52 \rightarrow a_1 + 10d = 52 \rightarrow a_1 + 5d = 52 \rightarrow a_1 = 2$$

$$18d = 18 \rightarrow d = 5$$

$$a_{30} = a_1 + 29d = 2 + 29 \times 5 = 2 + 145 = 147$$

$$a_{30} = 147$$



۴. برای کاهش مصرف آب در کشاورزی یک منطقه، از آبیاری قطره‌ای استفاده می‌شود؛ به این صورت که یک میله که در آن سوراخ‌هایی برای پخش آب تعبیه شده است، به کمک چرخ‌هایی (مطابق شکل مقابل) حول یک محور می‌چرخد. اگر فاصله اولین چرخ تا موتور ۳ متر و بعد از آن، فاصله هر چرخ تا چرخ بعدی ۵ متر باشد و در کل، ۱۲ چرخ روی میله قرار داشته باشد، با این وسیله چه مساحتی آبیاری می‌شود؟ (آخرین چرخ دقیقاً در انتهای میله قرار دارد.)

$$a_1 = 3, \quad d = 5, \quad n = 12$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d = 3 + (12-1) \times 5 = \underline{\underline{58}}$$

$$S = \pi \times 58^2 = 10798\pi$$

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۵. در یک کارخانه سنگبری برای صیقل دادن سنگ‌ها از یک صفحه به وزن 12500 گرم استفاده می‌شود. اگر با توجه به مصرف هفتگی به طور میانگین 1875 گرم از وزن صفحه کم شود، پس از شش هفته استفاده مداوم وزن صفحه چقدر است؟

$$a_1 = 12500 \quad d = -1875$$

$$a_n = 12500 + (n-1) \times (-1875) \quad a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$a_6 = 12500 + 5(-1875) = 2125$$

۶. میان دو عدد a و b ، n عدد را به گونه‌ای قرار می‌دهیم که جملات دنباله از a تا b یک دنباله حسابی تشکیل دهند. ثابت کنید

اختلاف مشترک جملات دنباله از رابطه $d = \frac{b-a}{n+1}$ به دست می‌آید. (توجه داشته باشید که تعداد کل جملات $(n+2)$ جمله است.)

$$\underbrace{a_1}_{a_1} \quad \cdots \quad \underbrace{a_{n+2}}_{b}$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$b = a + (n+2-1) \times d$$

$$\rightarrow b - a = (n+1) \times d \rightarrow$$

$$d = \frac{b-a}{n+1}$$

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۷. براساس رابطه به دست آمده در مسئله ۶، سه عدد را به گونه ای میان اعداد ۱۰ و ۱۸ قرار دهید که یک دنباله حسابی تشکیل دهند.

$$10, \quad a_2, \quad a_3, \quad a_4, \quad 18$$

$$a_5 = a_1 + 4d \rightarrow 18 = 10 + 4d \rightarrow 8 = 4d \rightarrow d = 2$$

$$10, 12, 14, 16, 18$$

۸. مجموع عددهای زیر را به دست آورید.

۱۳ و و ۸۱ و ۸۵ و ۸۹ (ب)

۴۰۱ و و ۹ و ۵ و ۱ (الف)

$$a_n = a_1 + (n-1)d \rightarrow 101 = 1 + (n-1) \times 2 \rightarrow 100 = (n-1) \times 2$$
$$\rightarrow n-1 = 50 \rightarrow n = 51$$
$$S_{51} = \frac{101}{2} (1 + 101) = 5151$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d \rightarrow 14 = 19 + (n-1)(-2) \rightarrow n = 6$$

$$S_n = \frac{n}{2} (a_1 + a_n) \rightarrow S_6 = \frac{6}{2} (19 + 14) = 105$$

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹



۹. باغداران برای چیدن میوه‌ها از نردبان‌هایی استفاده می‌کنند که بخشی از آنها که روی زمین قرار می‌گیرد، برای تعادل بیشتر، عرض بیشتری دارد و انتهای نردبان که به درخت تکیه داده می‌شود، برای جابه‌جایی آسان‌تر و تکیه‌گاه بهتر، عرض کمتری دارد.

$$a_1 = 125, a_n = 45, d = -10$$

اگر عرض نخستین پله این نردبان ۱۲۵ سانتی‌متر و عرض آخرین پله آن ۴۵ سانتی‌متر در نظر گرفته شود و هر پله ۱۰ سانتی‌متر کوتاه‌تر از پله پیشین باشد، این نردبان چند پله خواهد داشت؟ برای ساخت پله‌ها به چند متر چوب احتیاج خواهیم داشت؟

$$a_n = a_1 + (n-1)d \rightarrow 45 = 125 + (n-1)(-10) \rightarrow n = 9$$

$$S_9 = \frac{9}{2} (125 + 45) = 145^{\text{cm}} = 1,45^{\text{m}}$$

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۱۰. ارزش امروزی قنات زارچ، طولانی‌ترین قنات ایران — عمق مادرچاه قنات زارچ ۸۴/۶ متر است که از آن سه شاخه قنات خارج شده است. اگر تعداد میله‌های هر سه شاخه قنات برابر و عمق پنجاه و ششمین چاه (میله ۵۵ام) ۷۸ متر باشد، با فرض اینکه شیب زمین ثابت و فاصله میان هر دو میله یکسان باشد و عمق آخرین چاه قنات (میله) ۱۲۰ سانتی‌متر در نظر گرفته شود:

الف) هر شاخه قنات دارای چند میله است؟

ب) مجموع طول چاه‌های حفر شده در این مسیر چقدر است؟ مجموع طول چاه‌های حفر شده در کل قنات چقدر است؟

ج) اگر میانگین هزینه حفر یک متر چاه (شامل حفر، مصالح و دیوارچینی) ۲۵۰ هزار تومان باشد، هزینه حفر چاه‌های قنات در حال حاضر چقدر است؟

د) طبق محاسبات مهندسی، در قنات زارچ در مجموع طول کل کانال قنات ۷۱ کیلومتر است. با توجه به میانگین هزینه ۳۵۰ هزار تومان برای حفر کانال قنات، ارزش کل قنات زارچ چقدر است؟ (راهنمایی: a_n را عمق چاه n ام تا کانال قنات و a_1 را عمق مادرچاه در نظر بگیرید.)

$$a_1 = 14.6 \quad a_{55} = 78$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d \rightarrow a_{55} = a_1 + 54d \rightarrow d = \frac{78 - 14.6}{54} = -0.12$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d \rightarrow 120 = 14.6 + (n-1)(-0.12) \rightarrow n = 999$$

$$S_n = \frac{999}{2} (14.6 + 120) = 191517.5$$

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

$$۲۹۸۵۱۲ \times ۲ - ۲ \times ۸۴۹ = ۱۹۵۰۹$$

$$\text{هنری} = ۱۹۵۰۹ \times ۲۵۰۰۰ = ۴۹۲۵۱۰۰۰۰$$

$$\text{هنری حص} = ۱۰۰۰ \times ۴۹۲۵۰۰۰ = ۴۹۲۵۰۰۰۰۰۰$$

$$\text{ازیرس} = ۴۹۲۵۰۰۰۰۰۰ + ۴۹۲۵۱۰۰۰۰۰ = ۹۸۵۰۱۰۰۰۰۰$$

۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹ – ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱

علی جبرا | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به سایت **Aligebra.com** است و هرگونه استفاده از این اثر و انتشار آن در پایگاه های مجازی بدون کسب مجوز ممنوع است و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار می گیرند.