

# آموزش ریاضی دوازدهم انسانی

## مدلسازی و دنباله

(فصل دوم - درس اول)

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

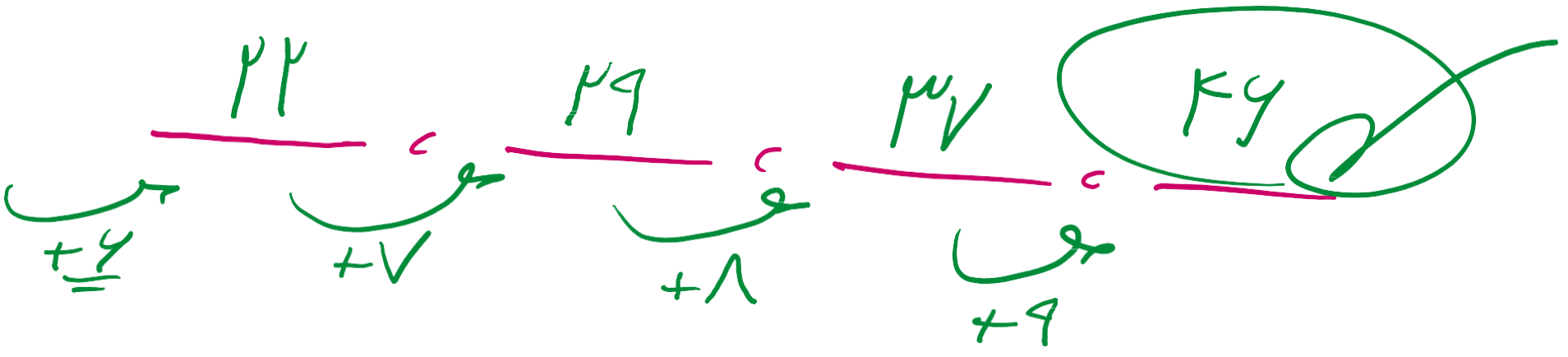
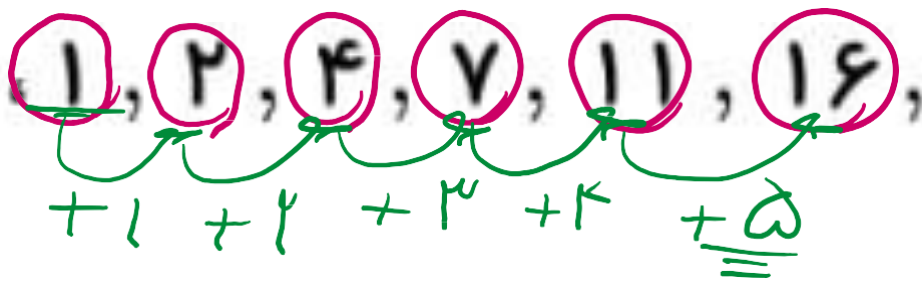
**ALIGEBRA.COM**

۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱

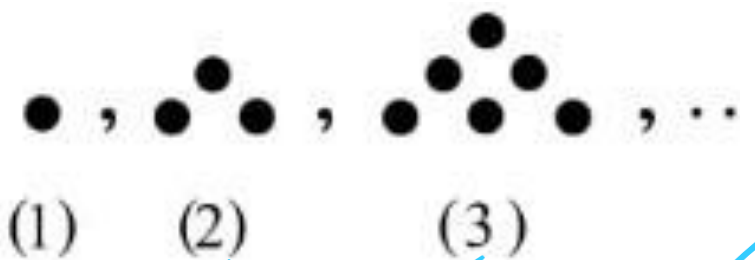
کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به سایت [Algebra.com](http://Algebra.com) است و هرگونه استفاده از این اثر و انتشار آن در پایگاه های مجازی بدون کسب مجوز ممنوع است و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار می گیرند.



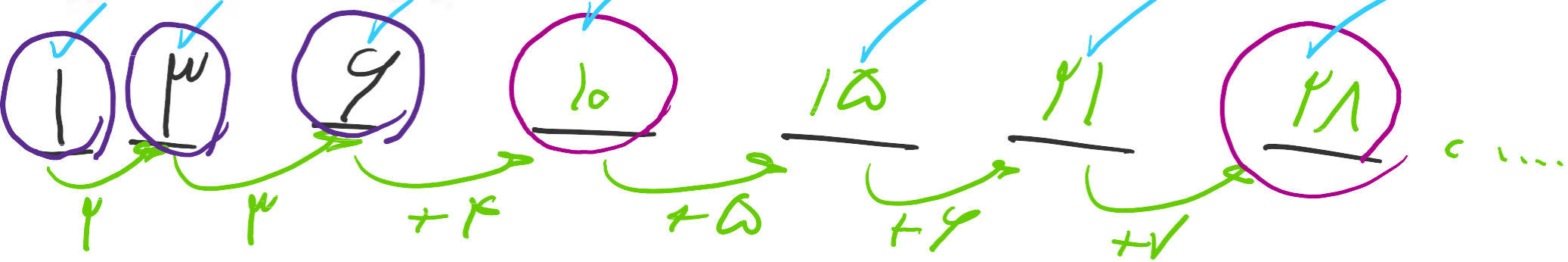
در دنباله اعداد  $1, 2, 4, 7, 11, 16, \dots$  جمله دهم، کدام است؟



مطابق شکل زیر، مجموع تعداد نقطه های شکل چهارم با تعداد نقطه های شکل چندم این دنباله برابر ۳۸ است؟

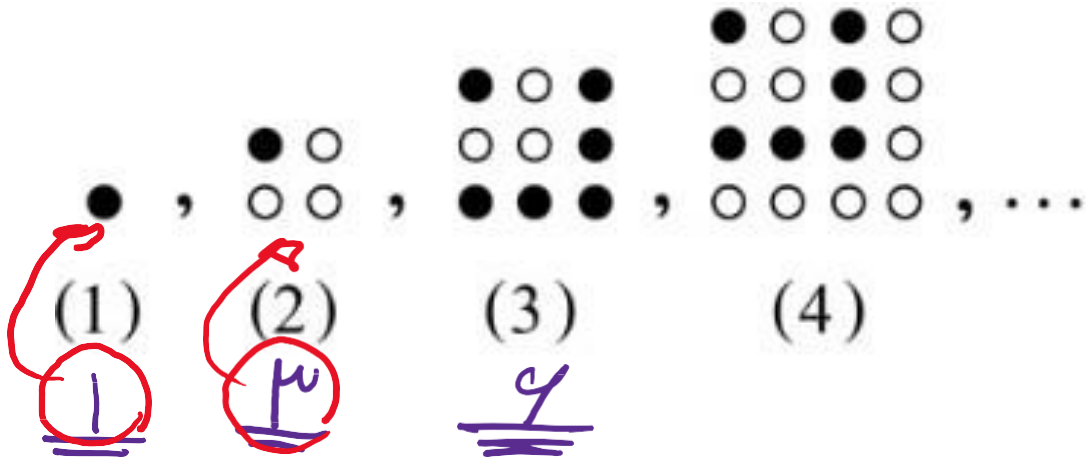


$a_n$   $n = \sqrt{\quad}$



$$a_n = \frac{n(n+1)}{2}$$

در الگوی زیر تعداد دایره‌های توخالی در شکل چهاردهم کدام است؟



$$a_n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$a_{14} = \frac{14 \times 15}{2} = 105$$

$n$  نند  $\rightarrow$  10  
 $n$  زج  $\rightarrow$  10

$$a_n = \omega n + \gamma$$

جبر

$$f_n = n + \gamma n$$

جبر

$$a_p = \omega(p) + \gamma = 1\gamma$$

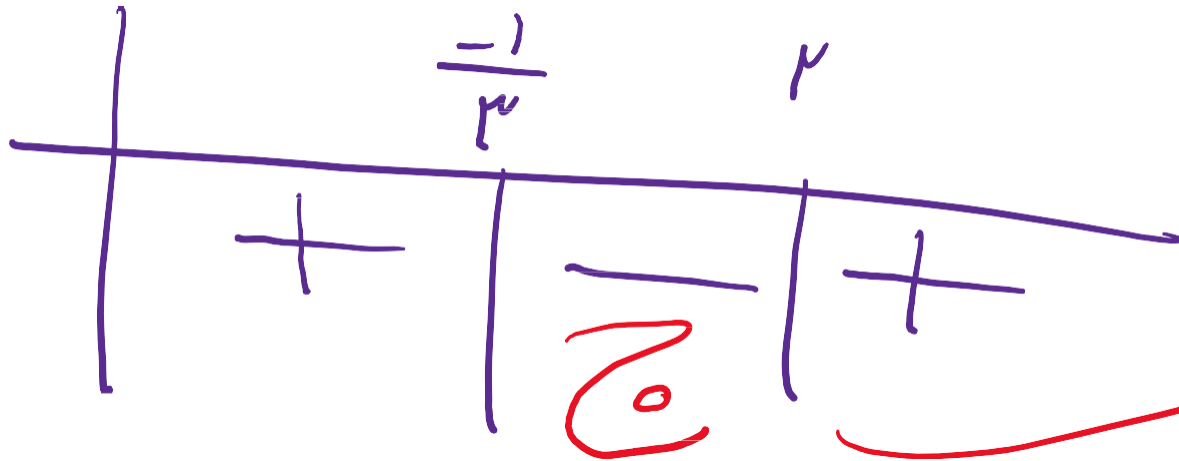
$$n = 1 \text{ و } 2 \text{ و } 3 \text{ و } \dots$$

دنباله‌ی  $tn = \frac{n-2}{3n+1}$  چند جمله‌ی منفی دارد؟

$$tn < 0$$

$$\frac{n-2}{3n+1} < 0$$

$$\begin{aligned} n-2=0 &\rightarrow n=2 \\ 3n+1=0 &\rightarrow n=-\frac{1}{3} \end{aligned}$$



$$n=1$$

کدام جمله از دنباله  $tn = \frac{2n^2 + 5n + 2}{n^2 + 16}$  برابر با ۲ است؟

$$\frac{2n^2 + 5n + 2}{n^2 + 16} = \frac{2}{1} \rightarrow \cancel{2n^2 + 5n + 2} = \cancel{2n^2} + 2$$

$$\rightarrow \underline{\underline{5n}} = 2$$

$$\rightarrow \boxed{n = 4} \quad \checkmark$$



چندمین جمله از دنباله‌ی  $t_n = \frac{2^{2n-7} - 1}{n+3}$  برابر با صفر است؟

فرض صحیح

$$\frac{2^{n-7} - 1}{n+3} = 0$$

$$2^{n-7} - 1 = 0$$

$$2^{n-7} = 1$$

$$a^0 = 1$$

$$a^1 = a$$

$$\rightarrow 2^{n-7} = 0 \rightarrow 2^n = 7 \rightarrow n = \frac{7}{2} = 3.5 \quad \times$$

$$n \in \mathbb{N} \quad \checkmark$$

1, 2, 3, ...

اگر جمله ی  $2n + 1$  یک دنباله به صورت  $\frac{n+2}{n+4}$  باشد، جمله ی پانزدهم این دنباله کدام است؟

$$a_n = \frac{n+2}{n+4}$$

$$a_{n+1}$$

$$a_{15} = ?$$

$$n+1 = 15 \rightarrow n = 14 \rightarrow n = 1$$

$$n = 1 \rightarrow a_{15} = \frac{1+2}{1+4} = \frac{3}{5}$$

مجموع پانزده جمله‌ی اول از دنباله‌ی  $t_n = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$  کدام است؟

$$\left( \frac{1}{1} \right) - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{15} - \left( \frac{1}{16} \right)$$

$$\rightarrow 1 - \frac{1}{16} = \frac{15}{16}$$

اگر  $b_n = \frac{1}{n}$  ،  $a_n = \frac{n+3}{n^2+9}$  دو دنباله باشند، جمله چندم آن‌ها با هم برابر است؟

$$a_n = b_n \rightarrow \frac{n+3}{n^2+9} = \frac{1}{n}$$

$$\rightarrow \cancel{n} + \frac{3}{n} = \cancel{n} + 9 \rightarrow n = 3$$

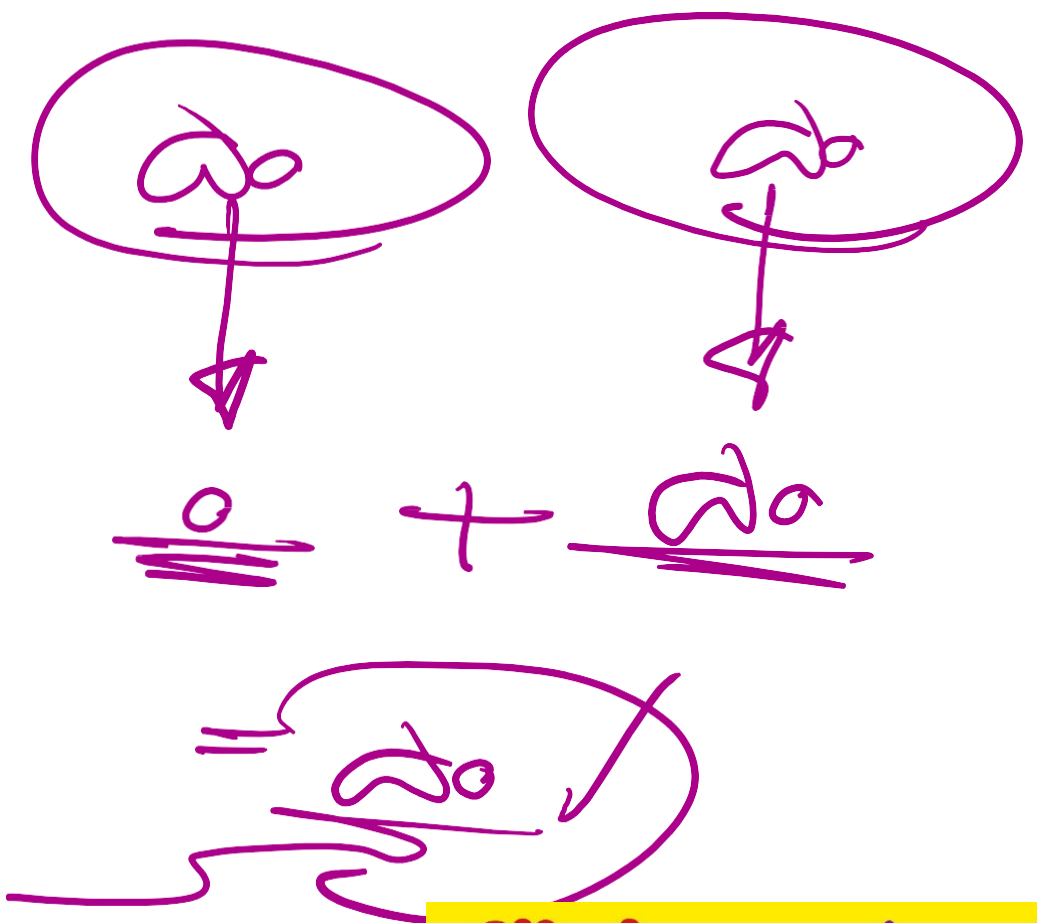
در دنباله‌ی  $a_n = \frac{1 + (-1)^n}{2}$  مجموع صد جمله‌ی اول کدام است؟

$n=1 \rightarrow a_1 = \frac{1-1}{2} = 0$

$n=2 \rightarrow a_2 = \frac{1+1}{2} = 1$

$n=3 \rightarrow a_3 = \frac{1-1}{2} = 0$

$n=4 \rightarrow a_4 = \frac{1+1}{2} = 1$



در دنباله  $a_n = \frac{1}{\sqrt{n} + \sqrt{n+1}}$  مجموع ۲۴ جمله اول را بیابید.

$$\frac{1}{\sqrt{n} + \sqrt{n+1}} \times \frac{\sqrt{n} - \sqrt{n+1}}{\sqrt{n} - \sqrt{n+1}} = \frac{\sqrt{n} - \sqrt{n+1}}{-1} = \underline{\underline{\sqrt{n+1} - \sqrt{n}}}$$

$n - n = -1$

$$\cancel{\sqrt{1}(-1)} + \cancel{\sqrt{2} - \sqrt{1}} + \cancel{\sqrt{3} - \sqrt{2}} + \dots + \sqrt{25} - \sqrt{24}$$

$$= -1 + 25 = 24$$

جمله‌ی عمومی الگوی  $۳, ۸, ۱۵, ۲۴, \dots$  کدام است؟

~~$$t_n = (-1)^n \times \frac{-1^n}{1}$$~~  
 ~~$n=1 \rightarrow (-1) \times \frac{-1^1}{1} = ۳$~~   
 ~~$n=۳ \rightarrow (-1)^۳ \times \frac{-1^۳}{۳} = +1$~~

~~$$t_n = ۲^n + 1$$~~  
 ~~$n=1 \rightarrow ۲+1=۳$~~   
 ~~$n=۳ \rightarrow ۲^۳+1=۹$~~

~~$$t_n = \frac{۲n+1}{n}$$~~  
 ~~$n=1 \rightarrow \frac{۲}{1} = ۲$~~   
 ~~$n=۳ \rightarrow \frac{۴+1}{۳} = \frac{۵}{۳}$~~

$t_n = n^۲ + ۲n$   
 $n=1 \rightarrow 1+۲=۳$   
 $n=۳ \rightarrow ۹+۶=۱۵$

جمله عمومی دنباله  $0, \frac{1}{2}, 0, \frac{1}{4}, 0, \frac{1}{6}, \dots$  کدام می تواند باشد؟

~~$$dn = \frac{(-1)^n}{n^2} \quad (۴)$$

$$\frac{-1}{9}$$~~

~~$$cn = \frac{1 + (-1)^n}{n^2} \quad (۳)$$

$$\frac{1-1}{9} = 0 \quad \checkmark$$

$$\frac{1+1}{14} = \frac{1}{7}$$~~

~~$$bn = \frac{1 + (-1)^n}{2n} \quad (۲)$$

$$\frac{1-1}{9} = 0 \quad \checkmark$$

$$\frac{1+1}{8} = \frac{1}{4} \quad \checkmark$$~~

~~$$an = \frac{(-1)^n}{n^2 + n} \quad (۱)$$

$$n=3 \rightarrow \frac{-1}{9+3}$$~~



$$a_n = an + b$$

در یک الگوی خطی جملات پنجم و هفتم به ترتیب برابر با  $2^3$  و  $3^1$  هستند. جمله عمومی آنرا بیابید.

$$\begin{cases} a_5 = 2^1 \\ a_7 = 2^3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 7a + b = 2^1 \\ 9a + b = 2^3 \end{cases}$$

$$2a = 1$$

$$a = \frac{1}{2}$$

$$9a + b = 2^3$$

$$a = \frac{1}{2}$$

$$9 \cdot \frac{1}{2} + b = 2^3$$

$$b = \frac{7}{2}$$

$$a_n = an + b$$

$$a_n = \frac{1}{2}n + \frac{7}{2}$$

در یک الگوی خطی جملات دهم و سیزدهم به ترتیب برابرند با  $\frac{7}{2}$ ،  $\underline{5}$ . جمله نوزدهم این الگو را بیابید.

$$\begin{cases} a_{13} = 5 \\ a_{10} = \frac{7}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 13a + b = 5 \\ 10a + b = \frac{7}{2} = \underline{\underline{3.5}} \end{cases}$$

$$3a = \frac{1}{2}$$

$$a = \underline{\underline{0.1667}}$$

$$\underline{\underline{10a + b}} = 3.5 \rightarrow 5 + b = 3.5 \rightarrow \underline{\underline{b = -1.5}}$$

$$a_n = 0.1667n - 1.5 \rightarrow a_{19} = \frac{1}{6}(19) - \frac{3}{2} = \frac{19-9}{2} = \underline{\underline{5}}$$

اگر جملات سوم و هفتم یک الگوی خطی برابر با ۸ و ۲۸ باشند، چندمین جمله ی این الگو برابر با ۵۳ خواهد بود

$$\begin{cases} a_7 = 28 \\ a_3 = 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 7a + b = 28 \\ 3a + b = 8 \end{cases}$$

$$4a = 20$$

$$a = 5$$

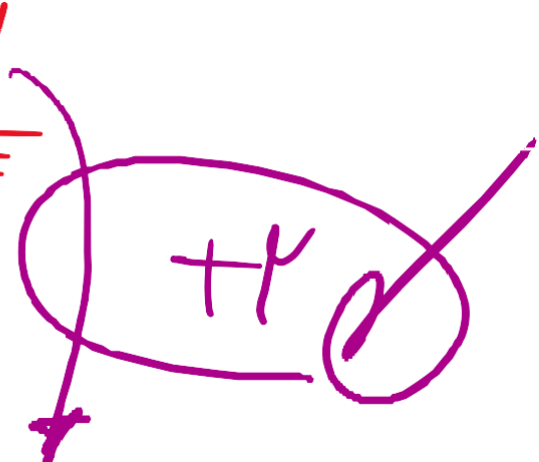
$$b = -7$$

$$a_n = 5n - 7$$

$$\begin{aligned} a_n &= 53 \\ n &= ? \end{aligned}$$

$$5n - 7 = 53 \rightarrow 5n = 60 \rightarrow n = 12$$

در یک الگوی خطی، هر جمله از رابطه‌ی  $tn = 2n + 5$  به دست می‌آید. فاصله‌ی دو جمله‌ی متوالی در این الگو چقدر است؟

$$a_1 = 2 \times 1 + 5 = \underline{\underline{7}}$$


$$a_2 = 2 \times 2 + 5 = \underline{\underline{9}}$$

$$a_n = \underline{\underline{an + b}}$$

$$a_n = n^2 + an$$

$$a_n = \frac{n+1}{n-p}$$

$$a_n = \sqrt{kn+a}$$

تفاضل دو جمله متوالی از الگوی غیر خطی زیر برابر ۲۸ است، آن دو جمله را بیابید؟

$$a_n = 4n^2 - 1$$

$$n < n+1$$

$$a_{n+1} - a_n = 28$$

$$(4(n+1)^2 - 1) - (4n^2 - 1) = 28$$

$$4(n^2 + 2n + 1) - 1 - 4n^2 + 1 = 4n^2 + 8n + 4 - 1 - 4n^2 + 1 = 8n + 4 = 28$$

$$8n = 24 \rightarrow n = \frac{24}{8} = 3 \rightarrow n+1 = 4$$

$$a_3 < a_4$$

$$a_{\underline{n+1}} = k a_{\underline{n}} + r$$



در یک رابطه بازگشتی اگر  $a_1 = 5$  ،  $a_{n+1} = 2a_n + 1$  باشد، جمله پنجم دنباله کدام است؟

$$n=1 \rightarrow a_1 = 2a_1 + 1 = 2(5) + 1 = \underline{\underline{11}}$$

$$n=2 \rightarrow a_2 = 2a_1 + 1 = 2(11) + 1 = \underline{23}$$

$$n=3 \rightarrow a_3 = 2a_2 + 1 = 2(23) + 1 = \underline{47}$$

$$n=4 \rightarrow a_4 = 2a_3 + 1 = 2(47) + 1 = ?$$

در یک دنباله بازگشتی  $a_1 = 1$  و  $a_{n+1} = a_n + 2n + 1$  است. اختلاف جمله دهم و جمله چهارم کدام است؟

$$n=1 \rightarrow a_2 = a_1 + 2 + 1 = 4$$

$$n=2 \rightarrow a_3 = a_2 + 4 + 1 = 9$$

$$n=3 \rightarrow a_4 = a_3 + 6 + 1 = 16$$

$$a_n = n^2$$

$$a_{\infty} = \sum_{i=1}^{\infty} i^2$$

$$a_{10} = 10^2$$

$$a_{\infty} - a_{10} = \sum_{i=1}^{\infty} i^2 - 10^2 = ?$$

در یک دنباله بازگشتی  $a_1 = 2$  ،  $a_{n+1} = \begin{cases} a_n + 1 & , \text{زوج } n \\ 2a_n & , \text{فرد } n \end{cases}$  جمله چهارم دنباله کدام است؟

$$\underline{n=1} \rightarrow a_2 = 2a_1 = 2(2) = \underline{\underline{4}}$$

$$\underline{n=2} \rightarrow a_3 = a_2 + 1 = 4 + 1 = \underline{\underline{5}}$$

$$\underline{n=3} \rightarrow a_4 = 2a_3 = 2(5) = 10$$

$$a_4 = 10$$

اگر  $a_1 = 7$  و  $a_{n+1} = \frac{1}{2} \left( a_n + \frac{7}{a_n} \right)$ ، آنگاه  $a_n$  کدام است؟

$$n=1 \rightarrow a_2 = \frac{1}{2} \left( a_1 + \frac{7}{a_1} \right) = \frac{1}{2} (7+1) = \underline{\underline{4}}$$

$$n=2 \rightarrow a_3 = \frac{1}{2} \left( a_2 + \frac{7}{a_2} \right) = \frac{1}{2} \left( 4 + \frac{7}{4} \right) = ?$$

$$a_{n+2} = a_n + a_{n+1}$$

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

در دنباله فیبوناتچی  $a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$  و  $a_1 = a_2 = 1$  جمله یازدهم، کدام است؟

$$n=1 \rightarrow a_2 = 1 + 1 = 2$$

$$n=2 \rightarrow a_3 = 2 + 1 = 3$$

$$n=3 \rightarrow a_4 = 3 + 2 = 5$$

$$a_5 = 5 + 3 = 8$$

$$a_6 = 8 + 5 = 13$$

$$a_7 = 13 + 8 = 21$$

$$a_8 = 21 + 13 = 34$$

$$a_9 = 34 + 21 = 55$$

$$a_{10} =$$

$$a_{11} = ?$$

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

در دنباله فیبوناچی با فرمول بازگشتی  $a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$  و  $a_1 = a_2 = 1$ ، اگر جمله پانزدهم برابر ۶۱۰ و جمله هفدهم برابر ۱۵۹۷ باشد، آنگاه جمله هجدهم کدام است؟

$$a_{15} = 610 \quad a_{17} = 1597 \quad a_{18} = ?$$

$$\rightarrow a_{18} = a_{17} + a_{16} = 1597 + 917 = 2514$$

$$\underbrace{a_{17}}_{1597} = a_{16} + \underbrace{a_{15}}_{610} \rightarrow a_{16} = \underline{917}$$

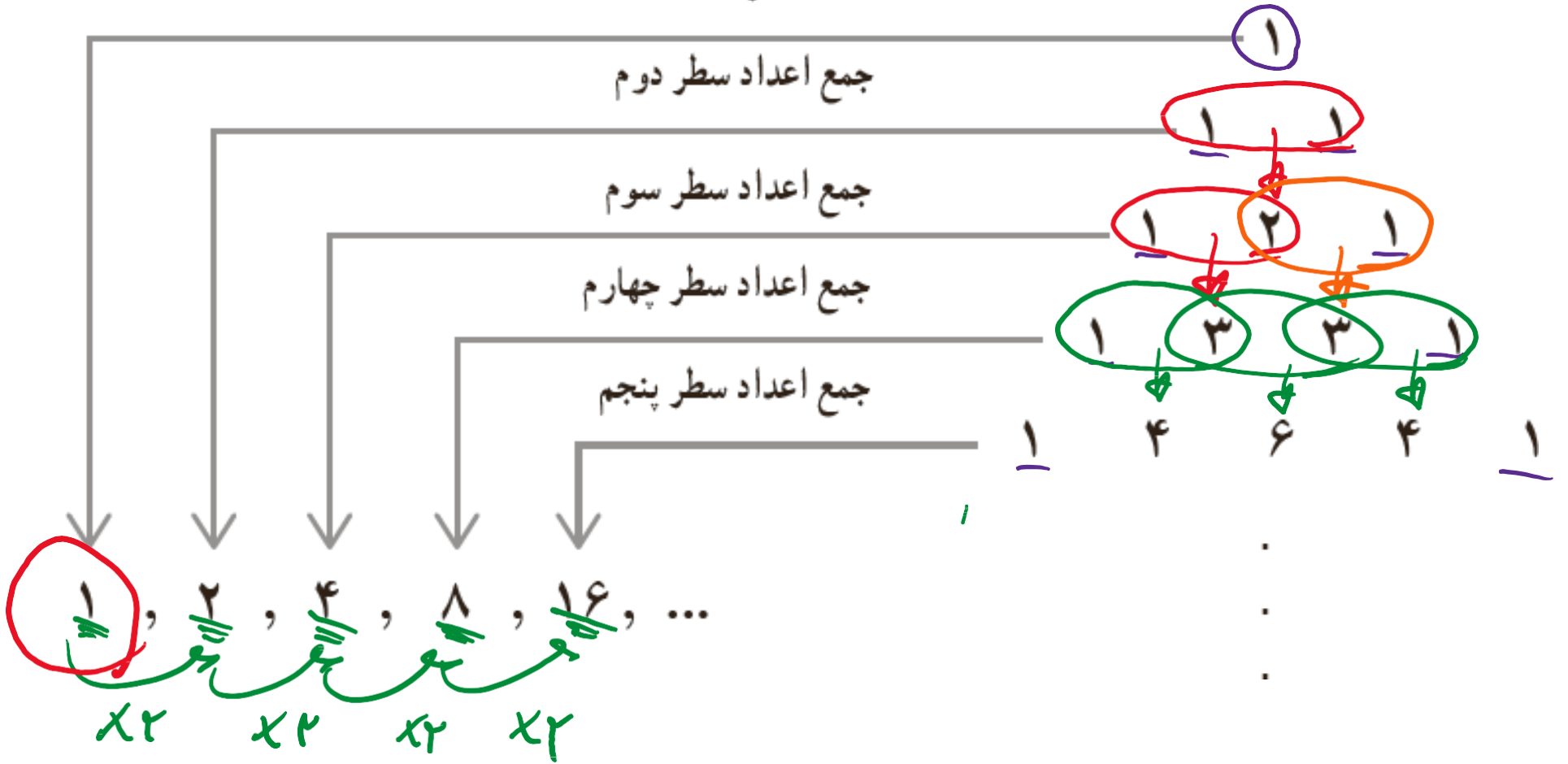
عدد سطر نخست

جمع اعداد سطر دوم

جمع اعداد سطر سوم

جمع اعداد سطر چهارم

جمع اعداد سطر پنجم

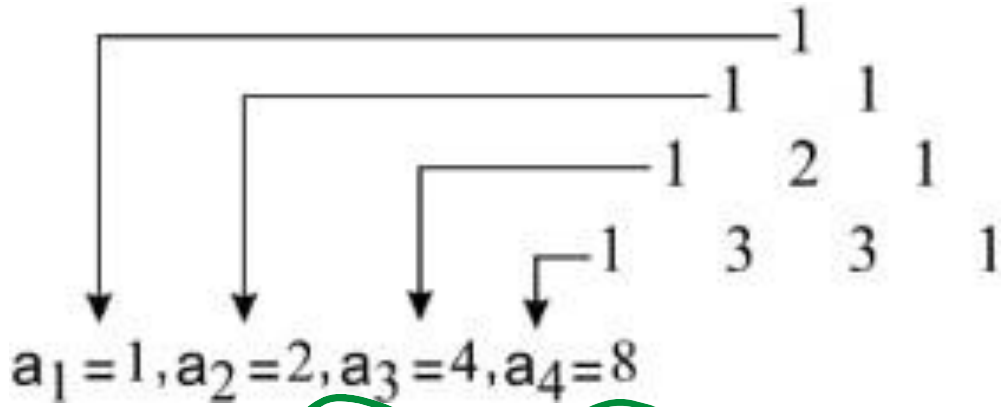


سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

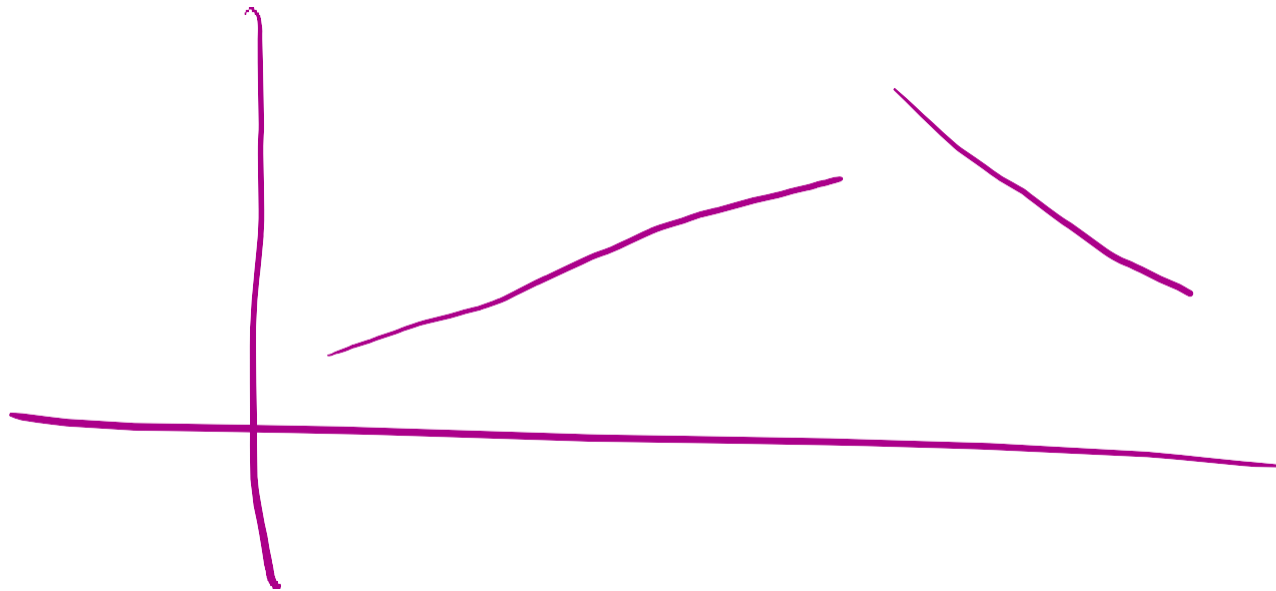


باتوجه به الگوی زیر، مجموع جمله های ششم و هفتم کدام است؟



$$3 \cdot 2 + 6 \cdot 4 = 12 + 24 = 36$$

$$R = \{c, Y_0, \dots\}$$

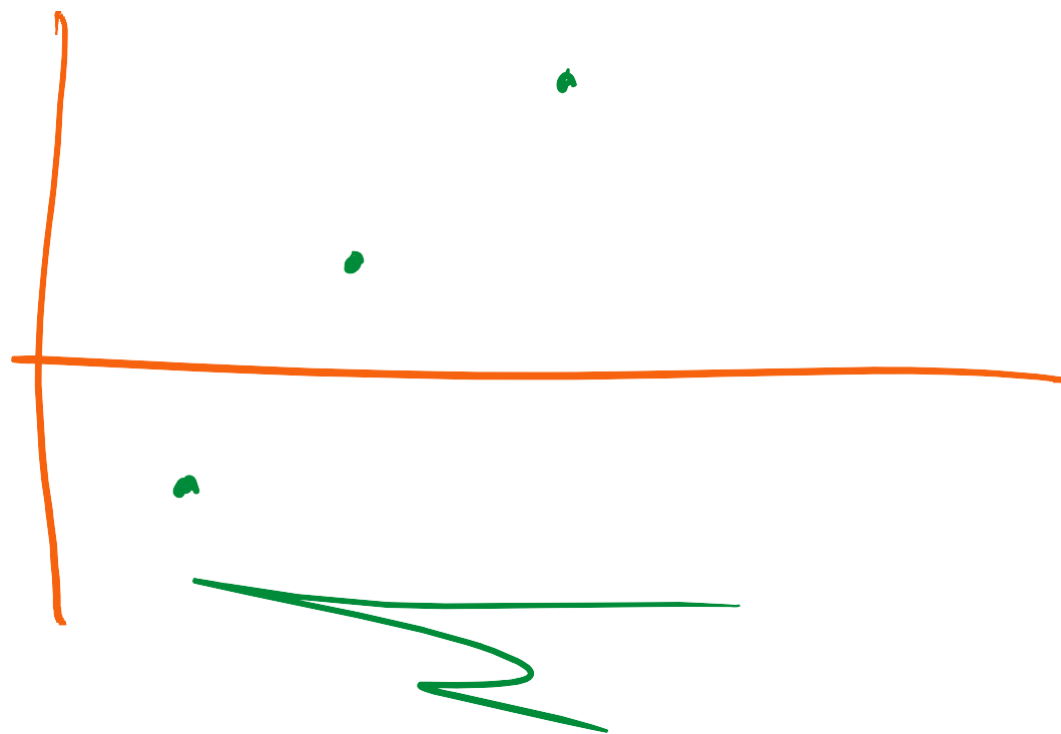
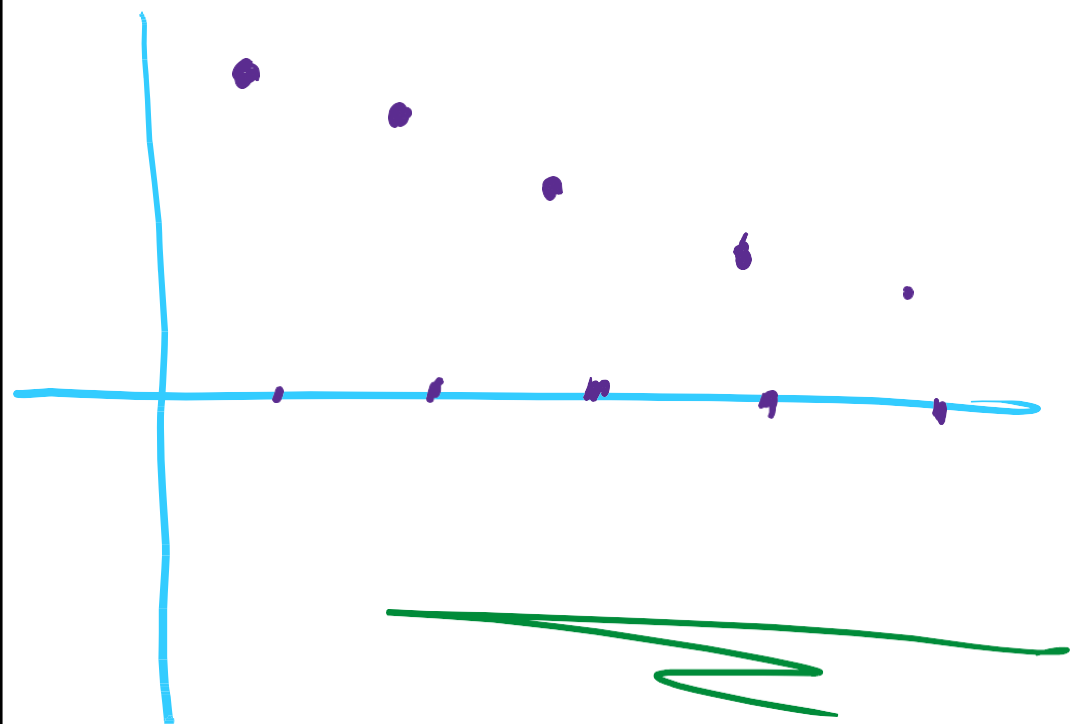


نمودار دنباله‌های زیر را به ازای  $n \leq 6$  رسم کنید.

$$-\frac{1}{3} + 5 \quad \frac{-2}{3} + 5$$

الف)  $a_n = \frac{-n}{3} + 5$

ب)  $b_n = 2n - 3$



۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ – ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

علی جبرا | سایت تخصصی آموزش ریاضی

**ALIGEBRA.COM**

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به سایت [Algebra.com](http://Algebra.com) است و هرگونه استفاده از این اثر و انتشار آن در پایگاه های مجازی بدون کسب مجوز ممنوع است و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار می گیرند.