

آموزش ریاضی دوازدهم انسانی

ضریب تغییرات

(فصل اول – درس سوم)

علی جبرا | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹ – ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به سایت **Aligebra.com** است و هرگونه استفاده از این اثر و انتشار آن در پایگاه های مجازی بدون کسب مجوز ممنوع است و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار می گیرند.

$$1) \bar{x} = \frac{\sum x}{n}$$

$$2) \sigma^r = \frac{\sum (x - \bar{x})^r}{n} = \frac{\sum x^r}{n} - \bar{x}^r$$

$$3) CV = \frac{\sigma}{\bar{x}}$$

۱-نمرات آزمون مهارت فنی دو کارگر A و B به صورت زیر است:

A : ۱۵, ۱۴, ۱۵, ۱۶, ۱۷, ۱۹

B : ۱۶, ۱۴, ۱۷, ۱۴, ۱۷, ۱۸

دقت عمل کدام بیش تر است؟

B

$$\bar{x}_A = \frac{15 + 14 + 15 + 16 + 17 + 19}{6} = \frac{94}{6} = 14 \checkmark$$

$$s_A^2 = \frac{1 + 1 + 1 + 0 + 1 + 9}{6} = \frac{14}{6} = \frac{7}{3} \checkmark$$

$$CV_A = \frac{\sqrt{\frac{7}{3}}}{14}$$

$$\bar{x}_B = \frac{16 + 14 + 17 + 14 + 17 + 18}{6} = \frac{94}{6} = 14 \checkmark$$

$$s_B^2 = \frac{0 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1}{6} = \frac{6}{6} = 1 \checkmark$$

$$CV_B = \frac{\sqrt{1}}{14}$$

علی جبرا | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۲- در ۵۰ داده‌ی آماری، مجموع اختلافات داده‌ها از عدد ۱۲، برابر صفر است و مجموع مجذورات اختلاف داده‌ها از عدد ۱۲، برابر ۴۵۰ می‌باشد. ضریب تغییرات این داده‌ها، کدام است؟

$$\sum (x - \bar{x}) = 0 \rightarrow \sum (x - 12) = 0 \rightarrow \bar{x} = 12 \checkmark$$

$$n = 50 \quad \bar{x} = 12 \quad \sum (x - 12)^2 = 450$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - 12)^2}{n} = \frac{450}{50} = 9 \rightarrow \sigma = 3 \checkmark$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4} = 0.25$$

۳- در ۶۰ داده‌ی آماری، میانگین ۳ و انحراف معیار ۱٫۲ محاسبه شده است. اگر به تمام داده‌ها ۹ واحد اضافه شود، ضریب تغییرات داده‌های جدید کدام است؟

$$CV = \frac{s}{\bar{x}} = \frac{1,2}{\sqrt{12+9}} = \frac{1,2}{12} = 0,1$$

نسبت

$$ax+b \rightarrow a\bar{x}+b$$

$a \cdot b$

۴- دستگاه A کالایی را با میانگین وزن ۱۵۰ و انحراف معیار ۳٫۶ و دستگاه B همان کالا را با میانگین وزن ۱۶۰ و انحراف معیار ۳٫۸۴ بسته بندی می کنند. دقت عمل کدام، پیرامون میانگین با اطمینان بیشتر است؟

$$A: \begin{cases} \mu = 150 \\ \sigma = 3.6 \end{cases} \rightarrow CV_A = \frac{3.6}{150} = 0.024 \checkmark$$

$$B: \begin{cases} \mu = 160 \\ \sigma = 3.84 \end{cases} \rightarrow CV_B = \frac{3.84}{160} = 0.024 \checkmark$$

۵- ضریب تغییرات در داده‌های آماری، ۰٫۸ محاسبه شده است. اگر به هر داده‌ی مفروض ۵ واحد اضافه شود، ضریب تغییرات حاصل ۰٫۷۵ خواهد شد. میانگین داده‌های اولیه کدام است؟

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} \rightarrow 0.8 = \frac{\sigma}{\bar{x}} \text{ پس } \sigma = 0.8 \bar{x}$$

$$\text{پس } CV = \frac{0.8 \bar{x}}{\bar{x} + 5} = 0.75 \quad \text{پس } 10 \bar{x} = 75 \bar{x} + 37.5$$

$$\rightarrow 5 \bar{x} = 37.5 \rightarrow \bar{x} = 7.5$$

۶- میانگین و واریانس داده‌های $x_1, x_2, \dots, x_6$ به ترتیب ۱۵ و ۵ می‌باشد. اگر به این داده‌ها دو عدد ۱۰ و ۲۰ را اضافه کنیم، ضریب تغییرات داده‌های جدید چند برابر ضریب تغییرات داده‌های اولیه خواهد شد؟

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} \rightarrow \frac{\sum x}{4} = 15 \rightarrow \sum x = 60$$

$$s^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n} \rightarrow \frac{\sum (x - 15)^2}{4} = 5 \rightarrow \sum (x - 15)^2 = 20$$

$$s^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n} = \frac{20 + (10 - 15)^2 + (20 - 15)^2}{6} = 10$$

$$\frac{s^2_{\text{جدید}}}{s^2_{\text{قدیم}}} = \frac{\frac{\sqrt{10}}{6}}{\frac{\sqrt{5}}{4}} = \sqrt{2}$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۷- در ۱۵۰ داده ی آماری با میانگین ۱۲ ، به دو برابر هر یک از داده ها ۳ واحد اضافه می کنیم. تا داده های جدیدی حاصل شود. ضریب تغییرات داده های جدید چند برابر ضریب تغییرات داده های قبلی است؟

$$\frac{CV_{جدید}}{CV_{قدیم}} = \frac{\frac{\cancel{20}}{2\bar{x} + 3}}{\frac{\cancel{6}}{\bar{x}}} = \frac{2\bar{x}}{2\bar{x} + 3}$$

$$\frac{CV_{جدید}}{CV_{قدیم}} = \frac{2 \times 12}{2 \times 12 + 3} = \frac{24}{27} = \frac{8}{9}$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۸- میانگین طول اضلاع مربع‌هایی ۱۵ واحد با ضریب تغییرات ۰٫۲ محاسبه شده است. میانگین مساحت این مربع‌ها، کدام است؟

$$CV = \frac{s}{\bar{x}} \rightarrow 0.2 = \frac{s}{15} \rightarrow s = 3 \rightarrow \underline{\underline{s^2 = 9}}$$

$$s^2 = \frac{\sum x^2}{n} - \bar{x}^2 \rightarrow \frac{\sum x^2}{n} - 15^2 = 9 \rightarrow \frac{\sum x^2}{n} = \underline{\underline{134}}$$

$$\frac{\sum x^2}{n} = 134$$

۹- اگر ۲۰ داده‌ی آماری را دو برابر کرده و سپس ۷ واحد از هر کدام کم کنیم، ضرب تغییرات داده‌های جدید، ۱٫۵ برابر ضریب تغییرات داده‌های قبلی می‌شود. مجموع داده‌های قبلی کدام است؟

$$\frac{\mu_{CV}}{\sigma_{CV}} = \frac{\mu}{\sigma} \rightarrow \frac{\frac{16}{\bar{x} - 7}}{\frac{1}{\bar{x}}} = \frac{\mu}{\sigma} = \frac{16}{\bar{x} - 7}$$

$$\rightarrow 16\bar{x} = 16\bar{x} - 112 \rightarrow 16\bar{x} = 112 \rightarrow \bar{x} = \underline{\underline{10,5}}$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} \rightarrow \frac{\sum x}{20} = 10,5 \rightarrow \sum x = 210$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۱۰- در ۳۰ داده‌ی آماری، مجموع تمام داده‌ها برابر ۲۴۰ و مجموع مربعات این داده‌ها ۲۱۹۰ می‌باشد. ضریب تغییرات، کدام است؟

$$n = 30 \quad \sum x = 240 \quad \sum x^2 = 2190$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{240}{30} = 8 \quad \checkmark$$

$$s^2 = \frac{\sum x^2}{n} - \bar{x}^2 = \frac{2190}{30} - 8^2 = 73 - 64 = 9 \rightarrow s = 3 \quad \checkmark$$

$$CV = \frac{s}{\bar{x}} = \frac{3}{8}$$

۱۱- داده‌های $x_i = 1, 2, 3, 4, 5$ مفروض است. ضریب تغییرات داده‌های $u_i = 12x_i + 6$ کدام است؟

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{1+2+3+4+5}{5} = \frac{15}{5} = 3$$

$$\sigma^2 = \frac{(1-3)^2 + (2-3)^2 + (3-3)^2 + (4-3)^2 + (5-3)^2}{5} = \frac{10}{5} = 2 \rightarrow \sigma = \sqrt{2}$$

$$CV = \frac{12 \times \sqrt{2}}{12 \times 3 + 6} = \frac{14,1}{42} = 0,34$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۱۲- امتیازات مهارت کاری دو فرد A و B در پنج روز متوالی چنین است: A : ۲۲, ۲۳, ۲۴, ۲۷, ۲۹ و B : ۲۱, ۲۴, ۲۵, ۲۷, ۲۸. دقت عمل کدام فرد بیشتر است؟

$$\begin{aligned}\bar{x}_A &= \frac{22+23+24+27+29}{5} = \frac{125}{5} = 25 \\ s_A^2 &= \frac{9+4+1+4+14}{5} = \frac{32}{5} = 6.4 \\ \bar{x}_B &= \frac{21+24+25+27+28}{5} = \frac{125}{5} = 25 \\ s_B^2 &= \frac{14+1+0+4+9}{5} = \frac{28}{5} = 5.6\end{aligned}$$

$$CV_A = \frac{\sqrt{6.4}}{25}$$

$$CV_B = \frac{\sqrt{5.6}}{25}$$

۱۳- اگر ضریب تغییرات داده‌های آماری $\{ \underline{k} + 1, \underline{k} + 2, \underline{k} + 3, \underline{k} + 4, \underline{k} + 5 \}$ برابر $\frac{\sqrt{2}}{5}$ باشد، k کدام است؟

$$\bar{x} = \frac{1+2+3+4+5}{5} = \frac{15}{5} = 3 \quad \checkmark$$

$$s^2 = \frac{4+1+0+1+4}{5} = \frac{10}{5} = 2 \quad \rightarrow \quad s = \sqrt{2} \quad \checkmark$$

$$CV = \frac{s}{\bar{x}} \rightarrow \frac{\sqrt{2}}{3+k} = \frac{\sqrt{2}}{5} \quad \rightarrow \quad k = 2$$

۱۴- واریانس و ضریب تغییرات ۲۰ داده‌ی آماری به ترتیب ۱۶ و ۸٫۰ است، مجموع مربعات داده‌ها کدام است؟

$$\sigma^2 = 14 \rightarrow \sigma = 4 \checkmark$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} \rightarrow 0.11 = \frac{4}{\bar{x}} \rightarrow \bar{x} = 5 \checkmark$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum x^2}{n} - \bar{x}^2 \rightarrow 14 = \frac{\sum x^2}{n} - 25 \rightarrow \frac{\sum x^2}{n} = 41 \checkmark$$

$$\frac{\sum x^2}{10} = 41 \rightarrow \sum x^2 = 410$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۱۵- در داده‌های آماری ۹، ۱۱، ۱۱، ۱۲، ۱۲، ۱۳، ۱۴، ۱۴، ضریب تغییرات کدام است؟

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{9 + 2 \times 11 + 2 \times 12 + 13 + 2 \times 14}{1} = \frac{94}{1} = 12 \quad \checkmark$$

$$s^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n} = \frac{9 + 2 \times 1 + 2 \times 0 + 1 + 2 \times 4}{1} = \frac{16}{1} = 16 \quad \checkmark$$

$$CV = \frac{s}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{16}}{12}$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ – ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

علی جبرا | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به سایت **Aligebra.com** است و هرگونه استفاده از این اثر و انتشار آن در پایگاه های مجازی بدون کسب مجوز ممنوع است و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار می گیرند.