

آموزش ریاضی دوازدهم انسانی

چرخه آمار در حل مسائل

(فصل اول – درس سوم)

علی جبرا | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹ – ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به سایت **Aligebra.com** است و هرگونه استفاده از این اثر و انتشار آن در پایگاه های مجازی بدون کسب مجوز ممنوع است و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار می گیرند.

$$\text{دامنه} = \underline{\max} - \underline{\min}$$

$$\boxed{2}, 5, 7, 10, 14, 20, 21, 22, 24, 25, 26, \boxed{100}$$

$$\text{دامنه} = 100 - 2 = 98$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{\sum x_i^2}{n} - \bar{x}^2$$

$$\sigma = \sqrt{\text{واریانس}} = \text{انحراف معیار}$$

$$\underline{\underline{CV}} = \frac{\sigma^{(2)}}{\bar{x}^{(1)}}$$

A : — CV_A

B : — CV_B

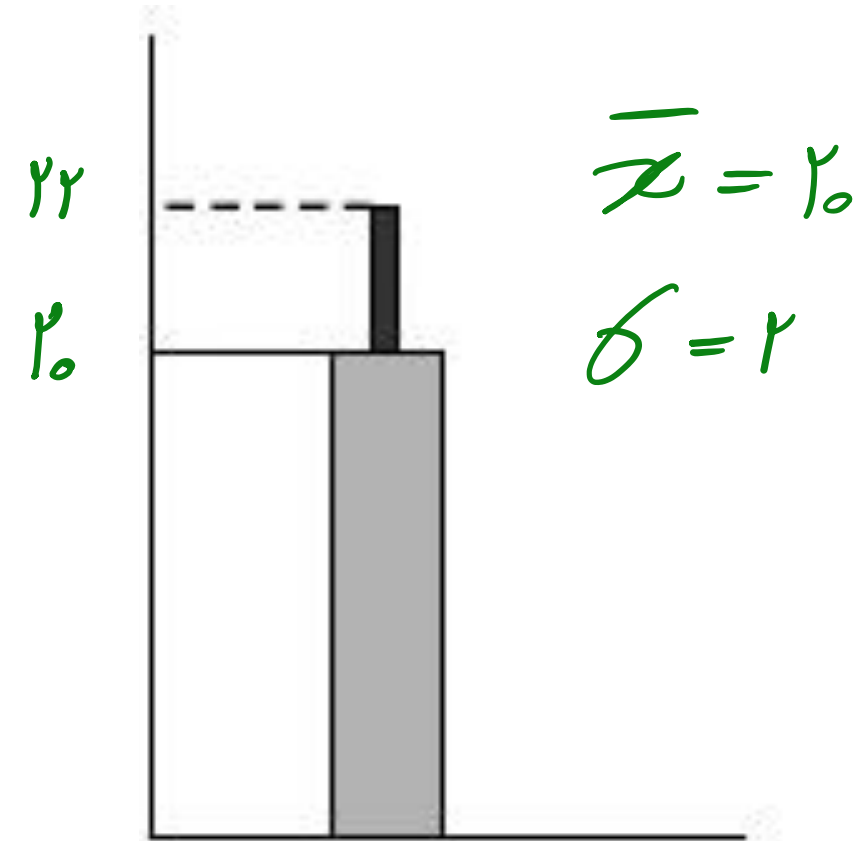
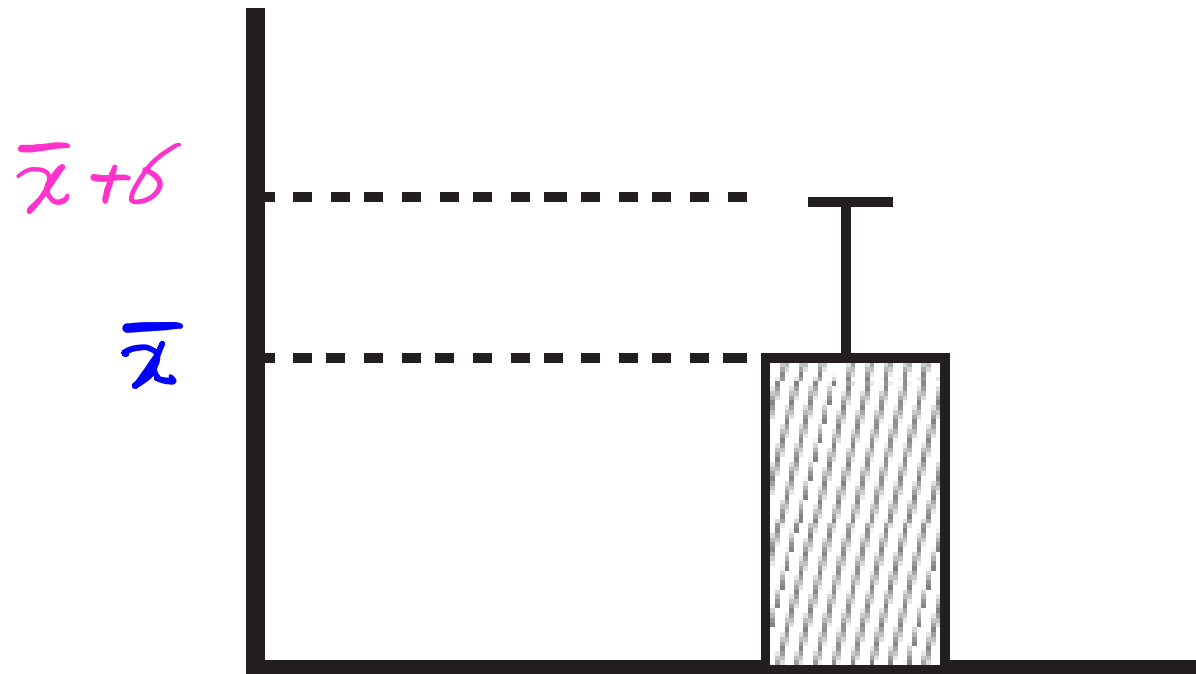
مهر: خبریت نهریت لهر

۱- $\bar{x}$: عمل اصلی حساس است.

۲- σ^2 : ضریب و تقسیم با رابطه توان حساس است.

۳- σ : ضریب و تقسیم حساس است.

۴- CV $\left\{ \begin{array}{l} 1 - \sigma \\ 2 - \bar{x} \end{array} \right\} \leftarrow$ تقسیم



* مرتب سازی

۱۵، ۹، ۷، ۱۱، ۹، ۱۵

$$\rightarrow \text{میانہ} = \frac{V+1}{2} = 7.5$$

۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷

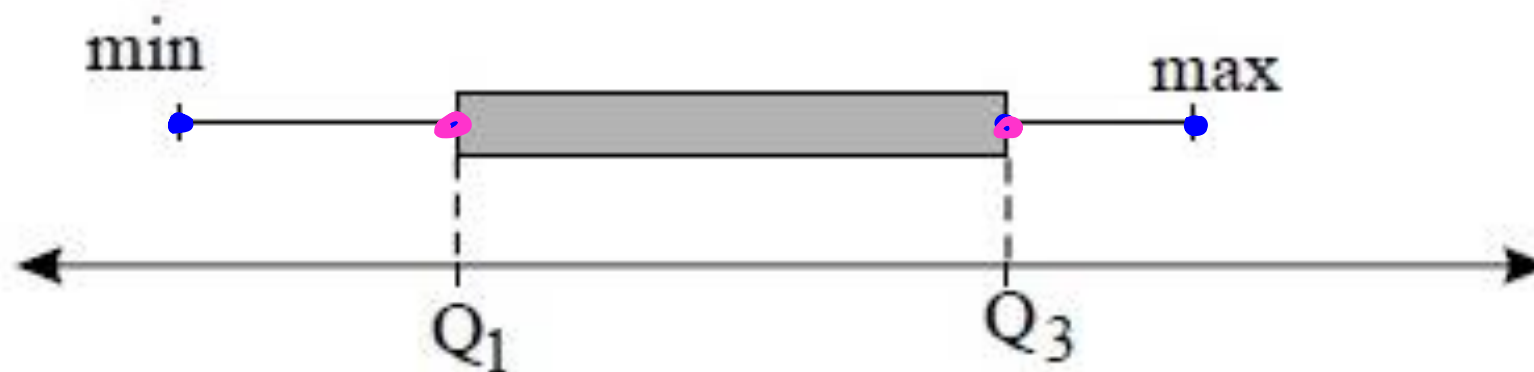
$$\rightarrow \text{میانہ} = 4$$

$$\begin{array}{ccccccc} 1, & 2, & 3, & 4, & 5, & 6, & 7, & 8, & 9 \\ \hline \end{array}$$

$\varphi_1 = 1/2$ (from 1 to 2)
 $\varphi_2 = 5$ (from 5 to 5)
 $\varphi_3 = 1/2$ (from 6 to 7)

$$\begin{array}{ccccccc} 1, & 2, & 3, & 4, & 5, & 6, & 7, & 8, & 9, & 10 \\ \hline \end{array}$$

$\varphi_1 = 3$ (from 1 to 3)
 $\varphi_2 = 5/2$ (from 4 to 5)
 $\varphi_3 = 1$ (from 7 to 7)



$$\text{دامنه حاکم} = Q_3 - Q_1$$

$$\text{دامنه راجه} = Q_3 - Q_1$$

۱ اگر میانگین ۱۰ داده‌ی آماری ۱۶، ۱۱، ۱۷، ۱۰، ۱۳، ۱۷، ۹، ۱۶ برابر ۱۳، ۱ باشد، میانه کدام است؟

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} \rightarrow \frac{131}{10} = \frac{14+9+17+13+10+a+10+17+11+14}{10}$$

$$\rightarrow 131 = 119 + a \rightarrow a = 131 - 119 = 12 \rightarrow a = 12$$

$$9 < 10 < 10 < 11 < 12 < 13 < 14 < 14 < 17 < 17$$

$$\rightarrow \text{میانه} = 12,5$$

۲ اگر میانگین ۹ عدد ۷، ۱۰، ۱۴، ۱۱، ۱۶، ۱۸، ۹، ۲۰ و a برابر ۱۳ باشد، میانه‌ی آن‌ها کدام است؟

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} \rightarrow \frac{13}{1} = \frac{a + 7 + 10 + 14 + 11 + 16 + 18 + 9 + 20}{9}$$

$$\rightarrow 117 = a + 105 \rightarrow a = 117 - 105 = 12 \rightarrow a = 12$$

$$7 < 9 < 10 < 11 < 12 < 14 < 16 < 18 < 20$$

$$\rightarrow \text{میانه} = 12$$

۳) انحراف معیار داده‌های آماری ۱۶، ۲۰، ۱۸، ۱۵، ۱۹، ۲۰، کدام است؟

$$۱) \bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{۲۰ + ۱۹ + ۱۵ + ۱۸ + ۲۰ + ۱۶}{۶} = \frac{۱۰۸}{۶} = ۱۸ \quad \checkmark$$

$$۲) \sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n} = \frac{(۲۰-۱۸)^2 + (۱۹-۱۸)^2 + (۱۵-۱۸)^2 + (۱۸-۱۸)^2 + (۲۰-۱۸)^2 + (۱۶-۱۸)^2}{۶}$$

$$\rightarrow \sigma^2 = \frac{۴ + ۱ + ۹ + ۰ + ۴ + ۴}{۶} = \frac{۲۲}{۶} = \frac{۱۱}{۳} \quad \checkmark$$

$$۳) \text{انحراف معیار} = \sqrt{\frac{۱۱}{۳}} \approx ۱.۹$$

دستگاه A کالایی را با میانگین وزن ۱۵۰ و انحراف معیار ۳٫۶ و دستگاه B همان کالا را با میانگین وزن ۱۶۰ و انحراف معیار ۳٫۸۴ بسته بندی می کنند. دقت عمل کدام، پیرامون میانگین با اطمینان بیشتر است؟

$$A \mid \begin{array}{l} \bar{x} = 150 \\ \sigma = 3.6 \end{array} \rightarrow CV_A = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{3.6}{150} = \frac{1.4}{100} = 0.014 = 1.4\%$$

$$B \mid \begin{array}{l} \bar{x} = 160 \\ \sigma = 3.84 \end{array} \rightarrow CV_B = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{3.84}{160} = \frac{2.4}{100} = 0.024 = 2.4\%$$

$$CV_A = CV_B$$

برابر

۵

در ۵۰ داده‌ی آماری، مجموع اختلافات داده‌ها از عدد ۱۲، برابر صفر است و مجموع مجذورات اختلاف داده‌ها از عدد ۱۲، برابر ۴۵۰ می‌باشد. ضریب تغییرات این داده‌ها، کدام است؟

$$n = 50 \quad / \quad \bar{x} = 12 \quad / \quad \sum (x_i - 12)^2 = 450$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{450}{50} = 9 \rightarrow \sigma = \sqrt{9} = 3$$

$$\rightarrow CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4} = 0.25$$

۶ در ۶۰ داده‌ی آماری، میانگین ۳ و انحراف معیار ۱٫۲ محاسبه شده است. اگر به تمام داده‌ها ۹ واحد اضافه شود، ضریب تغییرات داده‌های جدید کدام است؟

$$n = 60 \quad / \quad \bar{x} = 3 \quad / \quad \sigma = 1.2$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\bar{x} + 9} = \frac{1.2}{3 + 9} = \frac{1.2}{12} = 0.1$$

۷ امتیازات مهارت کاری دو فرد A و B در پنج روز متوالی چنین است: A : ۲۲, ۲۳, ۲۴, ۲۷, ۲۹ و B : ۲۱, ۲۴, ۲۵, ۲۷, ۲۸. دقت عمل کدام

فرد بیشتر است؟

$$\bar{x}_A = \frac{22+23+24+27+29}{5} = \frac{125}{5} = 25$$

$$s_A^2 = \frac{(22-25)^2 + (23-25)^2 + (24-25)^2 + (27-25)^2 + (29-25)^2}{5} = \frac{34}{5} = \underline{\underline{6.8}}$$

$$\bar{x}_B = \frac{21+24+25+27+28}{5} = \frac{125}{5} = 25$$

$$s_B^2 = \frac{(21-25)^2 + (24-25)^2 + (25-25)^2 + (27-25)^2 + (28-25)^2}{5} = \frac{10}{5} = \underline{\underline{4}}$$

$$CV_A = \frac{\sqrt{6.8}}{25}$$

$$CV_B = \frac{\sqrt{4}}{25}$$

$\bar{x}_B$

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۶۶۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۶۶۳۸۹

اگر ۲۰ داده‌ی آماری را دو برابر کرده و سپس ۷ واحد از هر کدام کم کنیم، ضرب تغییرات داده‌های جدید، ۱٫۵ برابر ضرب تغییرات داده‌های قبلی می‌شود. مجموع داده‌های قبلی کدام است؟

$$CV = \frac{s}{\bar{x}}$$

$$CV_{\text{جدید}} = 1.5 CV \rightarrow \frac{1.5s}{\bar{x} - 7} = \frac{1.5}{\bar{x}} \times \frac{s}{\bar{x}} = \frac{1.5}{\bar{x}}$$

$$\rightarrow 1.5\bar{x} = \bar{x} - 7 \rightarrow 1.5\bar{x} = 7 \rightarrow \bar{x} = \frac{7}{1.5}$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} \rightarrow \frac{7}{1.5} = \frac{\sum x}{10} \rightarrow \sum x = 10 \times \frac{7}{1.5} = 46.67$$

میانگین و واریانس ۲۹ داده آماری به ترتیب ۱۷ و ۵ می باشد. اگر داده های ۱۲ و ۱۳ و ۲۱ و ۲۲، از بین آنان حذف شوند، واریانس داده های باقی مانده، کدام است؟

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{29} (x_i - 17)^2}{29} = 5 \quad \leadsto \quad \sum_{i=1}^{29} (x_i - 17)^2 = 5 \times 29 = 145$$

$$\sigma_{\text{جدید}}^2 = \frac{145 - [(22-17)^2 + (21-17)^2 + (13-17)^2 + (12-17)^2]}{25} = \frac{145 - 12}{25}$$

$$\sigma_{\text{جدید}}^2 = \frac{93}{25} = 3.72$$

۱۰ در ۲۵ داده آماری میانگین و انحراف معیار به ترتیب ۳۰ و ۸ می باشد. اگر داده های ناچور ۱۰، ۱۵، ۴۵ و ۵۰، از بین آن ها حذف شوند، واریانس داده های باقی مانده، کدام است؟

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n} \rightarrow \frac{\sum (x - 30)^2}{25} = 64 \rightarrow \sum (x - 30)^2 = 64 \times 25 = \underline{1600}$$

$$\sigma^2 = \frac{1600 - \left[(50-30)^2 + (45-30)^2 + (15-30)^2 + (10-30)^2 \right]}{21} = \frac{1600 - 1250}{21}$$

$$\sigma^2 = \frac{350}{21} \approx 16.6$$

در داده‌های آماری ۳، ۳، ۴، ۶، ۶، ۸، ۸، ۹، ۱۱، ۱۲، ۱۲، ۱۳ تغییرات داده‌های باقی مانده کدام است؟

~~۳~~، ~~۳~~، ~~۴~~، ۶، ۶، ۸، ۸، ۹، ۱۱، ۱۲، ۱۲، ۱۳
 $\varphi_1 = 0$ $\varphi_2 = 1$ $\varphi_3 = 11, 0$

۶، ۶، ۸، ۸، ۹، ۱۱

۱) $\bar{x} = \frac{11+14+10}{4} = \frac{41}{4} = 10.25$ ✓

۲) $\sigma^2 = \frac{1^2+1^2+0+0+1+9}{4} = \frac{11}{4} = 2.75 \rightarrow \sigma = \sqrt{2.75}$ ✓

۳) $CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{2.75}}{10.25}$

۱۲ در داده‌های آماری ۹، ۱۱، ۱۱، ۱۲، ۱۲، ۱۳، ۱۴، ۱۴، ضریب تغییرات کدام است؟

$$۱) \bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{94}{8} = 11.75$$

$$۲) s^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n} = \frac{20}{8} = 2.5 \rightarrow s = \sqrt{2.5}$$

$$۳) CV = \frac{s}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{2.5}}{11.75}$$

در ۵۰ داده آماری مجموع تمام داده‌ها برابر ۱۰۰ و مجموع مجزورات این داده‌ها برابر ۲۷۲ می‌باشد ضریب تغییرات کدام است؟

$$n = 50 \quad / \quad \sum x = 100 \quad / \quad \sum x^2 = 272 \quad / \quad CV = ?$$

$$۱) \bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{100}{50} = 2 \quad \checkmark$$

$$۲) \sigma^2 = \frac{\sum x^2}{n} - \bar{x}^2 = \frac{272}{50} - 2^2 = \frac{272 - 200}{50} = \frac{72}{50} = \frac{144}{100} \rightarrow \sigma = \frac{12}{10} \quad \checkmark$$

$$۳) CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{1,2}{2} = 0,6$$

۱۴ میانگین طول اضلاع مربع هایی ۱۵ واحد با ضریب تغییرات ۰٫۲ محاسبه شده است. میانگین مساحت این مربع ها، کدام است؟

$$\bar{x} = 15 \quad / \quad CV = 0.2 \quad / \quad \frac{\sum x^2}{n} = ?$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} \rightarrow 0.2 = \frac{\sigma}{15} \rightarrow \sigma = 3 \rightarrow \sigma^2 = 9 \quad \checkmark$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum x^2}{n} - \bar{x}^2 \rightarrow 9 = \frac{\sum x^2}{n} - 225$$

$$\rightarrow \frac{\sum x^2}{n} = 225 + 9 = 234$$

۱۵ در ۱۲ داده آماری مجموع تمام داده ها ۷۲ و مجموع مجذورات آن ها ۴۸۰ می باشد. ضریب تغییرات این داده ها کدام است؟

$$n=12 \quad / \quad \sum x = 72 \quad / \quad \sum x^2 = 480 \quad / \quad CV = ?$$

$$۱) \bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{72}{12} = 6 \quad \checkmark$$

$$۲) \sigma^2 = \frac{\sum x^2}{n} - \bar{x}^2 = \frac{480}{12} - 6^2 = 40 - 36 = 4 \rightarrow \sigma = 2 \quad \checkmark$$

$$۳) CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

۱۶) انحراف معیار ۵ داده آماری صفر است. اگر ۵ داده ۳، ۴، ۵، ۶ و ۷ را به داده‌ها اضافه کنیم، میانگین ۱۰ داده جدید برابر ۷ می‌شود. واریانس ۱۰ داده جدید کدام است؟

$$x, x, x, x, x, 3, 4, 5, 6, 7$$

$$\bar{x} = 7 \rightarrow \frac{5x + 10}{10} = 7 \rightarrow 5x + 10 = 70 \rightarrow 5x = 60 \rightarrow x = 12$$

$$\sigma^2 = \frac{5(12-7)^2 + (3-7)^2 + (4-7)^2 + (5-7)^2 + (6-7)^2 + (7-7)^2}{10}$$

$$\rightarrow \sigma^2 = \frac{50}{10} = 5$$

۱۷) چند درصد از داده‌های $\frac{1}{1 \times 2}, \frac{1}{2 \times 3}, \dots, \frac{1}{18 \times 19}, \frac{1}{19 \times 20}, \frac{1}{20 \times 21}$ از میانگین آن‌ها بزرگ‌ترند؟

$$A = \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{20} - \frac{1}{21} = 1 - \frac{1}{21} = \frac{20}{21}$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{A}{20} = \frac{\frac{20}{21}}{20} = \frac{1}{21}$$

$$\rightarrow \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{12}, \frac{1}{20} \rightarrow \frac{4}{20} \times 100 = 20\%$$

واریانس داده‌های کم‌تر از چارک اول در مجموعه اعداد طبیعی کوچک‌تر از ۳۱ کدام است؟

۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹، ۱۰، ۱۱، ۱۲، ۱۳، ۱۴، ۱۵، ۱۶، ۱۷، ۱۸، ۱۹، ۲۰، ۲۱، ۲۲، ۲۳، ۲۴، ۲۵، ۲۶، ۲۷، ۲۸، ۲۹، ۳۰

$$Q_1 = 1$$

$$Q_3 = 15, 15$$

→ ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{21}{7} = 3$$

$$s^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n} = \frac{21}{7} = 3$$

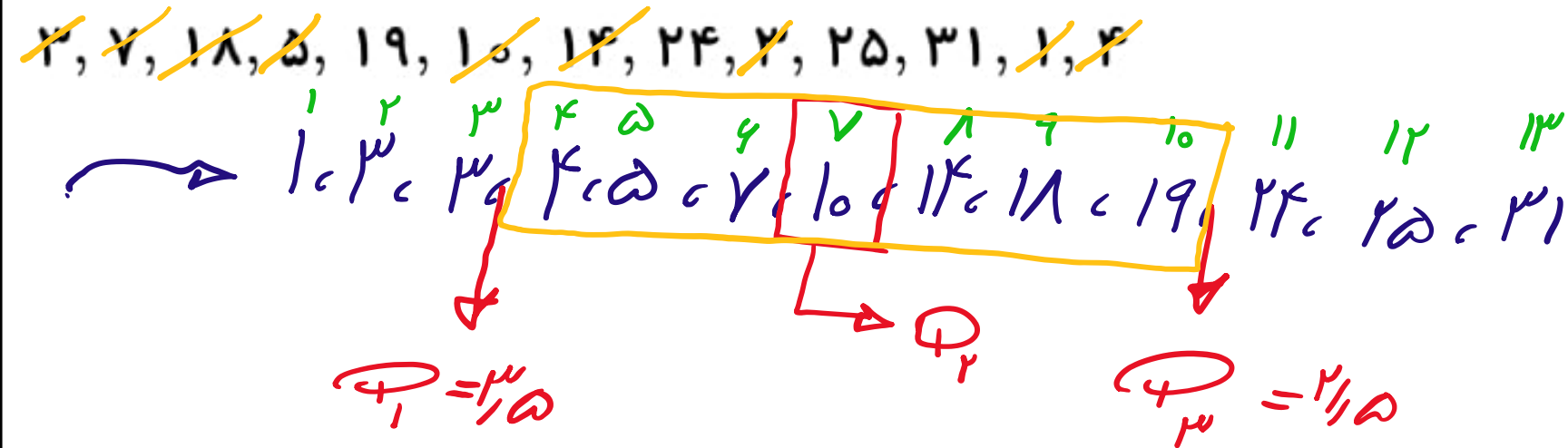
۱۹ اگر چارک سوم داده‌های $x, x + 5, x + 10, \dots, x + 50$ برابر ۷۲ باشد، میانه کدام است؟

$$\begin{array}{cccccccccccc}
 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 \\
 x & x+5 & x+10 & x+15 & x+20 & x+25 & x+30 & x+35 & x+40 & x+45 & x+50
 \end{array}$$

$\rightarrow \phi_2 = x + 25$
 $\rightarrow \phi_3 = x + 40$

$$x + 40 = 72 \rightarrow x = 32$$

$$\underline{x}_6 = x + 25 = 32 + 25 = 57$$



$\rightarrow 7, 10, 11, 12$

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{44}{4} = 11$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n} = \frac{22}{4} = 5.5$$

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ – ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

علی جبرا | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به سایت **Aligebra.com** است و هرگونه استفاده از این اثر و انتشار آن در پایگاه های مجازی بدون کسب مجوز ممنوع است و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار می گیرند.