

آموزش ریاضی دوازدهم انسانی

قوانین احتمال

(فصل اول – درس دوم)

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹ – ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به سایت **Algebra.com** است و هرگونه استفاده از این اثر و انتشار آن در پایگاه های مجازی بدون کسب مجوز ممنوع است و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار می گیرند.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cap B) : \begin{cases} \text{مستقل} : P(A \cap B) = 0 \\ \text{مستقل} : P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) \end{cases}$$

$$P(A') = 1 - P(A)$$

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$$

۱ دو سکه و یک تاس را با هم پرتاب می کنیم. با کدام احتمال هر دو سکه «رو» یا تاس ۶ ظاهر می شود؟

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B) = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{16} = \frac{9}{16} = \frac{3}{4}$$

$$P(A) = \frac{1}{4}$$

$$P(B) = \frac{1}{4}$$

$$P(A \cap B) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$$

۲) یک خانواده دارای دو فرزند است که هر فرزند به طور مستقل با احتمال $\frac{1}{3}$ پسر و با احتمال $\frac{2}{3}$ دختر است. اگر بدانیم این خانواده حداکثر یک

فرزند پسر دارد، احتمال آن که هر دو فرزند دختر باشند، کدام است؟

~~FP~~ DD

PD DP

$$P = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} + \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$$

$$\rightarrow P_1 = \frac{\frac{1}{3} \times \frac{1}{3}}{\frac{1}{9}} = \frac{\frac{1}{9}}{\frac{1}{9}} = 1$$

۳ احتمال موفقیت عمل جراحی برای شخص A برابر 0.9 و برای شخص B برابر 0.8 است. با کدام احتمال، لااقل عمل جراحی برای یکی از این دو نفر، موفقیت آمیز است؟

$$P(A) = 0.9 \quad P(B) = 0.8$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(\underline{A \cap B})$$

$$= 0.9 + 0.8 - 0.72 = 0.98$$

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = 0.9 \times 0.8 = 0.72$$

۴ اگر داشته باشیم $P(A) = ۰٫۵$ و $P(A \cup B) = ۰٫۶$ و $P(B) = ۰٫۲$ ، آنگاه کدام گزینه درست است؟

۱ A و B ناسازگارند.

۲ $P(A|B) = \frac{1}{3}$

۳ $P(B|A) = \frac{2}{3}$

۴ A و B مستقل هستند.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\rightarrow ۰٫۶ = ۰٫۵ + ۰٫۲ - P(A \cap B) \rightarrow P(A \cap B) = ۰٫۱$$

$$P(A) \cdot P(B) = ۰٫۵ \times ۰٫۲ = ۰٫۱$$

$$P(A \cap B) = ۰٫۱ = P(A) \cdot P(B)$$

۵ احتمال این که شخصی دارای ناراحتی کلیه باشد، ۲۵٪ است و احتمال این که او ناراحتی قلبی داشته باشد، ۲۰٪ است. احتمال آن که دقیقاً یکی از دو ناراحتی را داشته باشد، کدام است؟

$$P(A) = 0.25 \quad P(B) = 0.2$$

$$P(A-B) = P(A) - P(A \cap B)$$

$$P(B-A) = P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = 0.25 \times 0.2 = \underline{\underline{0.05}}$$

$$\frac{25}{100} \times \frac{2}{10} = \frac{5}{100}$$

$$P((A-B) \cup (B-A)) = \underline{P(A-B)} + \underline{P(B-A)} - P(\cancel{(A-B) \cap (B-A)})$$

$$P = P(A) - \underline{P(A \cap B)} + P(B) - \underline{P(A \cap B)}$$

$$= 0.25 + 0.2 - 0.1 = \underline{\underline{0.35}}$$

۶ در گروه زنان ساکن یک روستا ۶۰ درصد آنان تحصیلات ابتدایی و ۲۵ درصد از آنان مهارت قالی بافی دارند، اگر یک فرد از این گروه انتخاب شود با کدام احتمال این فرد تحصیلات ابتدایی یا مهارت قالی بافی دارد؟

$$P(A) = 0.4 \quad P(B) = 0.25$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(B)$$

$$P(A \cup B) = 0.4 + 0.25 - 0.4 \times 0.25 = 0.7$$

احتمال قبول شدن سه نفر در کنکور به ترتیب ۵۰ و ۶۰ و ۷۰ درصد است احتمال آن که دست کم یکی از این سه نفر در کنکور قبول شود کدام

$$P(A') = 0/5 \times 0/4 \times 0/3 = 0/04$$

$$P(A) = 1 - P(A') = 1 - 0/04 = 0/96$$

۸ یک جفت تاس همگن را آنقدر می ریزیم تا مجموع ۷ بیاید. احتمال آن که دو بار ریختن لازم باشد کدام است؟

$$P = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{4 \times 4} = \frac{1}{4} \rightarrow P' = \frac{5}{4}$$

$$A: \{(1,6)(4,1)(1,5)(5,2)(3,4)(4,3)\} \rightarrow n(A) = 4$$

$$P(A) = \frac{5}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{5}{16}$$

چهار وجه مکعب سالمی سفید و دو وجه دیگر آن سیاه است. این مکعب را ۳ مرتبه می‌اندازیم. احتمال این که هیچ دو پرتابی با رنگ یکسان پشت سر هم رخ ندهد، کدام است؟

$$P(\text{سفید}) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$P(\text{سیاه}) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$P = \text{سفید} \times \text{سیاه} \times \text{سفید} + \text{سیاه} \times \text{سفید} \times \text{سیاه}$$

$$P = \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{4}{27} + \frac{2}{27} = \frac{6}{27} = \frac{2}{9}$$

۱۰) برای قبولی در یک طرح استخدامی لازم است افراد در دو آزمون شرکت کنند و فردی که در هر دو آزمون قبول شود، استخدام می شود. اگر

احتمال قبولی فرد در حداقل یکی از این دو آزمون $\frac{7}{16}$ باشد و احتمال قبولی فرد در هریک از آزمون هایکسان باشد، احتمال استخدام این فرد کدام

$$P(A) = x \quad P(B) = x \quad P(A \cup B) = \frac{7}{16} \quad P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) \quad \text{است؟}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \rightarrow \frac{7}{16} = x + x - x^2$$

$$\rightarrow x^2 - 2x + \frac{7}{16} = 0 \rightarrow \Delta = 4 - 4 \left(1\right) \left(\frac{7}{16}\right) = 4 - \frac{7}{4} = \frac{9}{4}$$

$$x = \frac{+2 \pm \frac{3}{2}}{2}$$

$$x = \frac{7}{16} \quad \text{X}$$

$$x = \frac{1}{4} \quad \checkmark$$

$$\rightarrow P(A) = \frac{1}{4} = P(B)$$

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$$

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۶۶۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۶۶۳۸۹

۱۱ در پرتاب دو سکه و یک تاس با هم، احتمال این که حداقل یک سکه رو و عدد تاس مضرب ۳ باشد، کدام است؟

$$P(A) \times P(B) = \frac{3}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{4}$$

$$P(A) = \frac{3}{4}$$

PP RR
PR RP

$$P(B) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

۱۲) چهار دانش آموز یک کلاس که بر یک نیمکت نشسته باشند، با کدام احتمال ماه تولد حداقل دو نفر آنان یکسان است؟

$$P(A') = \frac{12 \times 11 \times 10 \times 9}{12 \times 12 \times 12 \times 12} = \frac{55}{96}$$

$$P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{55}{96} = \frac{41}{96}$$

۱۳) یک سکه و دو تاس را با هم پرتاب می‌کنیم. با کدام احتمال جمع عدد دو تاس بیشتر از ۴ یا سکه‌ی «رو» ظاهر شده است؟

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B) = \frac{5}{4} + \frac{1}{2} - \frac{5}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{11}{8}$$

$\begin{cases} 2 \rightarrow (1,1) \\ 3 \rightarrow (1,2) (2,1) \\ 4 \rightarrow (1,3) (3,1) (2,2) \end{cases} \rightarrow n(A) = 34 - 4 = 30$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{30}{34}$$

$$\rightarrow P(A) = \frac{5}{4}$$

سایت علی جیرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۶۶۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۶۶۳۸۹

۱۴ احتمال موفقیت فردی، در یک آزمون مستقل، ۲ برابر احتمال موفقیت دوست وی است. احتمال موفقیت لااقل یکی از آن دو، $\frac{7}{9}$ است. احتمال

موفقیت این فرد کدام است؟

$$P(A) = x \quad P(B) = \frac{x}{2} \quad P(A \cup B) = \frac{7}{9}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(B)$$

$$\frac{7}{9} = x + \frac{x}{2} - x \cdot \frac{x}{2} \xrightarrow{\times 18} 9x^2 - 27x + 15 = 0$$

$$\Delta = 729 - 505 = 225 \rightarrow x = \frac{27 \pm 15}{18}$$

$$\begin{aligned} x &= \frac{1}{6} \times \\ x &= \frac{1}{6} \checkmark \end{aligned}$$

$$P(A) = \frac{1}{6}$$

۱۵) احتمال این که سه نفر به نام های A, B, C هدفی را بزند به ترتیب مساوی $\frac{1}{6}$ و $\frac{1}{4}$ و $\frac{1}{3}$ است هر یک از آن سه بار به هدف تیراندازی می کند. احتمال این که فقط یکی به هدف بزند کدام است؟

$$P = \underbrace{\frac{1}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{5}{6}}_A + \underbrace{\frac{1}{4} \times \frac{1}{3} \times \frac{5}{6}}_B + \underbrace{\frac{1}{6} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{4}}_C = \frac{31}{72}$$

۱۶) برای دو پیشامد مستقل A, B ، $P(A|B) = \underline{\underline{0.3}}$ ، $P(A \cup B) = 0.58$ ، $P(B)$ کدام است؟

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A) \cdot \cancel{P(B)}}{\cancel{P(B)}} = P(A) = 0.3$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - \underline{P(A \cap B)} \rightarrow 0.58 = 0.3 + x - 0.3x$$

$P(A) \cdot P(B)$

$$\rightarrow 0.28 = 0.7x$$

$$\rightarrow x = 0.4$$

۱۷ اگر برای دو پیشامد مستقل A و B ، $P(B) = \frac{12}{25}$ و $P(A \cup B) = \frac{17}{25}$ باشد، $P(A - B)$ کدام است؟

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = P(A) + P(B) - \underline{P(A)} \cdot \underline{P(B)}$$

$$\rightarrow \frac{17}{25} = x + \frac{12}{25} - \frac{12}{25}x \rightarrow \frac{17}{25}x = \frac{5}{25} \rightarrow x = \frac{5}{13}$$

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{5}{13} - \frac{5}{13} \times \frac{12}{25} = \frac{1}{5}$$

۱۸) احتمال بهبودی شخص A پس از یک عمل جراحی ۴۰ درصد و احتمال بهبودی شخص B، ۷۰ درصد است. اگر این دو نفر تحت عمل قرار بگیرند، چه قدر احتمال دارد که فقط یک نفر از آن‌ها پس از عمل جراحی بهبود یابد؟

۳۰ درصد

۴۰ درصد

$$P(\text{مطلوبه}) = \frac{40}{100} \times \frac{30}{100} + \frac{40}{100} \times \frac{70}{100}$$

$\underbrace{\quad}_{A}$
 $\underbrace{\quad}_{B'}$
 $\underbrace{\quad}_{A'}$
 $\underbrace{\quad}_{B}$

$$= 0/12 + 0/28 = 0/40$$

۱۹ در یک جمع سه نفره، با چه احتمالی همه در یک روز هفته به دنیا آمده‌اند؟

$$P(\text{همه}) = \left(\frac{1}{7}\right)^3 + \left(\frac{1}{7}\right)^3 + \left(\frac{1}{7}\right)^3 + \left(\frac{1}{7}\right)^3 + \left(\frac{1}{7}\right)^3 + \left(\frac{1}{7}\right)^3 + \left(\frac{1}{7}\right)^3$$

نفره
چهارم
سوم
دوم
اول
ششم
پنجم
چهارم
سوم
دوم
اول

$$\rightarrow P = 7 \times \left(\frac{1}{7}\right)^3 = \frac{1}{7^2} = \frac{1}{49}$$

۲۰ احتمال اینکه شخصی گروه خونی O داشته باشد، ۶۵ درصد و احتمال اینکه اضافه وزن داشته باشد، ۶۰ درصد است. با کدام احتمال شخص گروه خونی O دارد ولی اضافه وزن ندارد؟

۰/۴ ←

$$P(A \cap B') = P(A) \cdot P(B')$$

$$\text{جواب} = ۰/۴۵ \times ۰/۴ = ۰/۱۸$$

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ – ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

علی جبرا | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به سایت **Aligebra.com** است و هرگونه استفاده از این اثر و انتشار آن در پایگاه های مجازی بدون کسب مجوز ممنوع است و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار می گیرند.