

آموزش ریاضی دوازدهم انسانی

احتمال

(فصل اول - درس دوم)

علی جبرا | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به سایت **Aligebra.com** است و هرگونه استفاده از این اثر و انتشار آن در پایگاه های مجازی بدون کسب مجوز ممنوع است و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار می گیرند.

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} \rightarrow \text{نسبت}$$

$$\binom{\omega}{r} = \binom{\omega}{s} = 1$$

$$\binom{n}{r} = \frac{n!}{r! (n-r)!}$$

$$\binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1$$

$$\binom{n}{1} = \binom{n}{n-1} = n$$

حروف کلمه ی ATAXIA را بریده به طور تصادفی کنار هم قرار می دهیم با کدام احتمال هر سه حرف A کنار هم قرار می گیرند؟ (1)

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{24}{120} = \frac{1}{5}$$

$$n(S) = \frac{9!}{3!} = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6!}{3!} = 120$$

$$\underline{AAA} \quad \underline{T} \quad \underline{X} \quad \underline{I} \rightarrow n(A) = 4! = 24$$

$$\rightarrow \underline{ABC} \quad \underline{D} \quad \underline{E} \quad \underline{F} \rightarrow 4! \times 3!$$

۲ دو تاس را با هم می اندازیم. با کدام احتمال دو عدد رو شده، متوالی هستند؟

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$$

$$n(S) = \underline{6} \times \underline{6} = 36 \quad \checkmark$$

$$n(A) = \left\{ \begin{array}{l} (1,2) (2,3) (3,4) (4,5) (5,6) \\ (2,1) (3,2) (4,3) (5,4) (6,5) \end{array} \right\} \rightarrow n(A) = 10 \quad \checkmark$$

۳) هر یک از ارقام ۵ و ۴ و ۳ و ۲ و ۱، بر روی پنج کارت یکسان نوشته شده است، به تصادف سه کارت از آن‌ها را کنار هم قرار می‌دهیم. با کدام

احتمال عدد سه رقمی حاصل مضرب ۳ می‌باشد؟

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۲۴}{۱۰۰} = \frac{۲۴}{۱۰۰} = ۰/۲۴$$

$$n(S) = ۵ \times ۴ \times ۳ = ۶۰$$

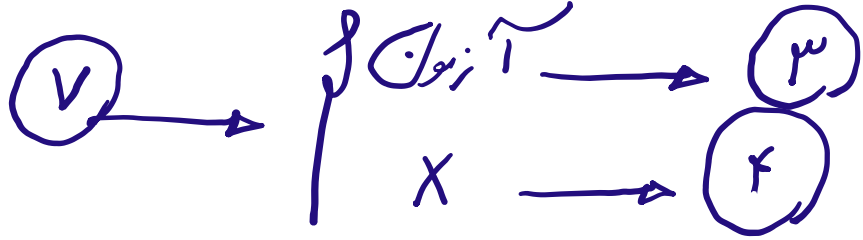
$$n(A) = \begin{cases} ۱, ۲, ۳ \rightarrow ۳! = ۶ \\ ۱, ۳, ۵ \rightarrow ۳! = ۶ \\ ۲, ۳, ۴ \rightarrow ۳! = ۶ \\ ۳, ۴, ۵ \rightarrow ۳! = ۶ \end{cases}$$

$$\rightarrow n(A) = ۴ \times ۶ = ۲۴$$

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۶۶۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۶۶۳۸۹

۴ در آزمایشگاهی ۷ موش نگهداری می شوند که بر روی ۳ موش آزمون مهارت انجام شده است. اگر ۲ موش از بین آنان تصادفی انتخاب شوند، با کدام احتمال، لااقل بر روی یکی از آن دو، آزمون انجام شده است؟



$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{15}{21} = \frac{5}{7}$$

$$n(S) = \binom{7}{2} = \frac{7 \times 6}{2} = 21$$

$$\binom{n}{2} = \frac{n \times (n-1)}{2}$$

$$n(A) = \binom{6}{1} \times \binom{6}{1} + \binom{6}{2} = 6 \times 6 + 15 = 45$$

۵ اگر با ارقام ۱، ۲، ۳، ۴، ۶ یک عدد چهار رقمی با ارقام متمایز بسازیم چقدر احتمال دارد این عدد زوج باشد؟

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{11}{24} = \frac{11}{24} = 0.458\bar{3}$$

$$n(S) : \frac{4}{1} \times \frac{3}{1} \times \frac{2}{1} \times \frac{1}{1} = 24$$

$$n(A) : \frac{3}{1} \times \frac{2}{1} \times \frac{1}{1} \times \frac{3}{1} = 11$$

۶ شش گوی یکسان با شماره های ۱ تا ۶ در یک ظرف قرار دارند، به تصادف دو گوی از آنها برمی داریم، با کدام احتمال جمع اعداد این دو گوی کم تر از ۶ است؟

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{15}$$

$$n(S) = \binom{6}{2} = \frac{6 \times 5}{2} = 15 \quad \checkmark$$

$$n(A) : \{ (1,2) (1,3) (1,4) (2,3) \} \rightarrow n(A) = 4$$

۷ در جعبه‌ای ۳ مهره‌ی سفید، ۲ مهره‌ی سیاه و ۵ مهره‌ی قرمز موجود است. اگر دو مهره از آن بیرون آوریم، با کدام احتمال این دو مهره هم‌رنگ نیستند؟

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{31}{40}$$

$$n(S) = \binom{10}{2} = \frac{10 \times 9}{2} = 45$$

$$n(A) = \underbrace{\binom{3}{1} \binom{2}{1}}_9 + \underbrace{\binom{3}{1} \binom{5}{1}}_{15} + \binom{2}{1} \binom{5}{1}_{10} = 31$$

۸ دو تاس را با هم می‌اندازیم، احتمال آن که مجموع دو عدد رو شده مضرب ۴ باشد، کدام است؟

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{9}{36} = \frac{1}{4} = 0.25$$

$$n(S) = 6 \times 6 = 36$$

$$n(A) = \begin{cases} 4 \rightarrow (1,3)(3,1)(2,2) \\ 1 \rightarrow (2,4)(4,2)(3,5)(5,3)(4,4) \\ 12 \rightarrow (6,6) \end{cases}$$

$$\rightarrow n(A) = 9$$

۹ در آزمایشگاهی ۳ موش سفید و ۵ موش سیاه نگهداری می شوند. اگر به طور تصادفی ۴ موش از بین آن ها جهت آزمایشی برداشته شوند، با کدام احتمال فقط یکی از موش های مورد آزمایش، سفید است؟

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{10}{100} = \frac{1}{10}$$

$$n(S) = \binom{10}{4} = \frac{10!}{4! \times 6!} = \frac{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10}{4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 210$$

$$n(A) = \binom{3}{1} \times \binom{5}{3} = 3 \times 10 = 30$$

۱۰ احتمال این که از چهار فرزند یک خانواده دو فرزند پسر و دو فرزند دختر باشند کدام است؟

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$

$$n(S) = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4 = 16$$

2^4 ← ناس
 2^3 ← سه
 2^2 ← فرزند

$$n(A) \xrightarrow{PPDD} n(A) = \frac{4!}{2! \times 2!} = \frac{4 \times 3 \times 2}{2 \times 2} = 6$$

در آزمایشگاهی ۵ موش سالم و ۳ موش دیابتی نگهداری می شوند، اگر دو موش از محفظه گریخته باشند، با کدام احتمال فقط یکی از موش های فراری دیابتی است؟

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{15}{21}$$

$$n(S) = \binom{1}{1} = \frac{1 \times 1}{1} = 1$$

$$n(A) = \binom{3}{1} \times \binom{5}{1} = 3 \times 5 = 15$$

۱۲) در یک اتوبوس ۵ مرد و ۴ زن وجود دارد. این اتوبوس شروع به حرکت می‌کند. اگر ۱ نفر در ایستگاه اول، ۱ نفر در ایستگاه دوم و مابقی در آخرین ایستگاه پیاده شوند، احتمال آن که همه‌ی مردها در یک ایستگاه پیاده شده باشند، کدام است؟

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{12}{72} = \frac{1}{6}$$

$$n(S) = \binom{9}{1} \times \binom{1}{1} = 9 \times 1 = 72$$

$$n(A) = \binom{4}{1} \times \binom{5}{1} = 4 \times 5 = 20$$

۱۳ احتمال آن که از سه موش انتخاب شده از ۶ موش سفید و ۵ موش سیاه، هر سه موش سفید باشند، کدام است؟

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{20}{140} = \frac{1}{7}$$

$$n(S) = \binom{11}{3} = \frac{11!}{3! \times 8!} = \frac{11 \times 10 \times 9 \times 8!}{3 \times 2 \times 1 \times 8!} = 165$$

$$n(A) = \binom{6}{3} = \frac{6!}{3! \times 3!} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3!}{3 \times 2 \times 1 \times 3!} = 20$$

۱۴) هر یک از کشورهای D, C, B, A دارای ۵ شناگر می باشند؛ با چه احتمالی ۴ شناگری که برای مسابقات المپیک انتخاب می شوند دارای سه ملیت متفاوتند؟

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1000}{4140} = \frac{100}{414} \quad \checkmark$$

$$n(S) = \binom{20}{4} = \frac{20!}{4! \times 16!} = \frac{\overset{5}{20} \times \overset{3}{19} \times 18 \times 17 \times 16!}{4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 16!} = 4140 \quad \checkmark$$

$$n(A) = \underbrace{\binom{4}{3} \binom{5}{2} \binom{5}{1} \binom{5}{1}}_{\text{}} \times 3 = 4 \times 10 \times 5 \times 5 \times 3 = 1000$$

۱۵ در یک جمع ۵ نفره، ۳ برادر حضور دارند. این ۵ نفر را در یک ردیف کنار هم می‌چینیم. با چه احتمالی فقط دو برادر کنار هم هستند؟

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۷۲}{۱۲۰} = \frac{۳}{۵} \checkmark$$

$$n(S) = \frac{۵}{۱} \times \frac{۴}{۱} \times \frac{۳}{۱} \times \frac{۲}{۱} \times \frac{۱}{۱} = ۵! = ۱۲۰ \checkmark$$

$$n(A') = \left\{ \begin{array}{l} A_1 \underline{\underline{B}} A_2 \underline{\underline{C}} A_3 \rightarrow ۳! \times ۲! = ۶ \times ۲ = \underline{\underline{۱۲}} \\ \underline{\underline{A_1 A_2 A_3}}, \underline{\underline{B}}, \underline{\underline{C}} \rightarrow ۳! \times ۳! = ۶ \times ۶ = \underline{\underline{۳۶}} \end{array} \right.$$

$$\rightarrow n(A') = ۱۲ + ۳۶ = ۴۸$$

$$\rightarrow n(A) = n(S) - n(A') = ۱۲۰ - ۴۸ = \underline{\underline{۷۲}}$$

۰، ۱، ۲، ۳، ۴

۱۶ با ارقام ۰ تا ۴، یک عدد سه رقمی با ارقام متمایز می نویسیم. با کدام احتمال عدد ساخته شده بر ۶ بخش پذیر است؟

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{13}{41}$$

$$n(S) : \frac{4}{1} \times \frac{4}{1} \times \frac{3}{1} = 41$$

$$n(A) = \begin{cases} 0, 1, 2 \rightarrow \underline{10}, \underline{20}, \underline{102} \rightarrow \underline{3} \\ 0, 2, 4 \rightarrow 20, 40, 204 \rightarrow \underline{4} \\ 1, 2, 3 \rightarrow 31, 13 \rightarrow \underline{2} \\ 2, 3, 4 \rightarrow 23, 32, 43, 34 \rightarrow \underline{4} \end{cases} \rightarrow n(A) = 13$$

۱۷ از بین ۵ مهره‌ی سفید و ۳ مهره‌ی سیاه سه مهره به تصادف انتخاب می‌کنیم چقدر احتمال دارد هر سه مهره هم رنگ باشند؟

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{11}{54}$$

$$n(S) = \binom{8}{3} = \frac{8!}{3! \times 5!} = \frac{1 \times 7 \times 6 \times 5!}{3 \times 2 \times 1 \times 5!} = 56$$

$$n(A) = \binom{5}{3} + \binom{3}{3} = 10 + 1 = 11$$

در بین اعداد سه رقمی یک عدد فرد انتخاب می کنیم احتمال این که این عدد مضرب ۳ باشد چقدر است؟

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{150}{450} = \frac{1}{3}$$

$$n(S): \begin{array}{l} \nearrow 101 \\ \searrow 999 \end{array} \rightarrow n(B) = \frac{999 - 101}{\underline{\underline{2}}} + \underline{\underline{1}} = 449 + 1 = \underline{\underline{450}}$$

$$n(A) = \frac{450}{3} = 150$$

۱۹ در جعبه‌ای ۳ مهره سفید، ۴ مهره سیاه و ۲ مهره سبز است. به تصادف ۳ مهره بیرون می‌آوریم. با کدام احتمال هیچ دو مهره هم‌رنگ نیستند؟

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{12}{12} = \frac{1}{1}$$

$$n(S) = \binom{9}{3} = \frac{9!}{3! \times 6!} = 120$$

$$n(A) = \binom{3}{1} \binom{4}{1} \binom{2}{1} = 3 \times 4 \times 2 = 24$$

۲۰ از ۷ دانش آموز ریاضی و ۵ دانش آموز تجربی یک تیم ۵ نفری تشکیل می شود. با کدام احتمال لااقل سه نفر آنان گروه تجربی است؟

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{244}{792} = \frac{41}{132}$$

$$n(S) = \binom{12}{5} = \frac{12!}{5! \times 7!} = 792$$

$$n(A) = \underbrace{\binom{5}{3} \binom{7}{2}}_{210} + \underbrace{\binom{5}{4} \binom{7}{1}}_{35} + \underbrace{\binom{5}{5}}_1 = 244$$

۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹ – ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱

علی جبرا | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به سایت **Aligebra.com** است و هرگونه استفاده از این اثر و انتشار آن در پایگاه های مجازی بدون کسب مجوز ممنوع است و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار می گیرند.