

# آموزش ریاضی دوازدهم انسانی

## شمارش

(فصل اول - درس اول)

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

**ALIGEBRA.COM**

۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱

# فاكتوريل

$$5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

$$0! = 1 \quad 1! = 1$$

$$(n-1)! = 1 \rightarrow \begin{cases} n-1=0 \rightarrow n=1 \\ n-1=1 \rightarrow n=2 \end{cases}$$

$$\frac{5!}{4!} = \frac{5 \times 4!}{4!} = 5$$

$$\begin{aligned} 4! &= 4 \times 3! \\ 10! &= 10 \times 9 \times 8 \times 7! \end{aligned}$$

ترکیب

$$① \binom{n}{r} = \frac{n!}{(n-r)! \times r!}$$

$$② \binom{n}{0} = 1 = \binom{n}{n}$$
$$\binom{n}{1} = n = \binom{n}{n-1}$$

$$\binom{\omega}{\nu} = \frac{\omega!}{\nu! \times \mu!} = \frac{\omega \times \cancel{\nu} \times \cancel{\mu}!}{\nu! \times \cancel{\mu}!} = 1_0$$

$$④ \binom{\omega}{\nu} = \binom{\omega}{\mu} = 1_0$$

$$③ \binom{1_0}{\nu} = \binom{1_0}{\mu}$$
$$\binom{9}{\nu} = \binom{9}{\mu}$$

$$\binom{\omega}{0} = 1$$
$$\binom{1_0}{1_0} = 1$$
$$\binom{\nu_0}{1} = \nu_0$$
$$\binom{\nu_0}{1_9} = \nu_0$$

$$P(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!} \quad \underline{\underline{✓✓}}$$

$$P(\omega, r) = \frac{\omega!}{r!} = \frac{\omega \times r! \times r!}{r!} = \underline{\underline{\omega}} \quad \checkmark$$

$$\binom{\omega}{r} = \underline{\underline{1}} \quad \checkmark$$

۳ رقمی بدون هیچ تکرار

۵ ۴ ۳ ۲ ۱ ۰

$$\frac{5}{x} \times \frac{5}{x} \times \frac{4}{x} = \underline{\underline{100}}$$

۱) بدون شرط

$$\frac{4}{x} \times \frac{4}{x} \times \frac{3}{5,3,1} = \underline{\underline{41}}$$

۲) فرد

$$\left[ \frac{5}{x} \times \frac{4}{x} \times \frac{1}{5,1} = \underline{\underline{20}} \right. \\ \left. + \frac{4}{x} \times \frac{4}{x} \times \frac{2}{3,1,2} = \underline{\underline{32}} \right] = \underline{\underline{52}}$$

۳) زوج

۵ حرفی

ABCDE

۱- بدون شرط  $\rightarrow 5! = 120$  ✓

۲-  $\overline{A, B}$  و  $C, D, E$   $\rightarrow 4! \times 2!$  ✓

۳-  $\overline{A, B, C}$  و  $D, E$   $\rightarrow 3! \times 2!$  ✓

✓ ✓ ✓ ✓ ✓ ✓ ✓  
A A B B B C D E

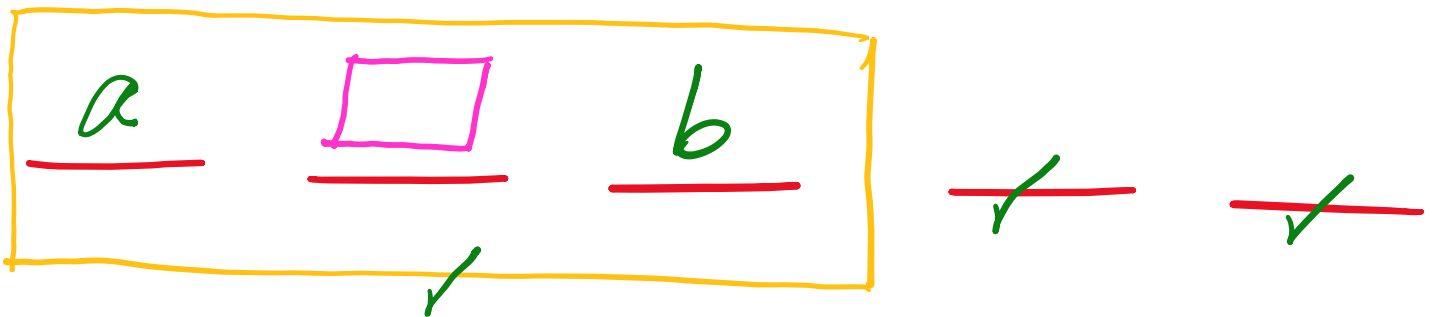
۱  
عربی

→ 
$$\frac{1!}{\mu! \times \nu!}$$

1

در یک همایش ۵ نفر جهت سخنرانی ثبت نام کرده اند. چند طریق ترتیب سخنرانی برای آنها وجود دارد، به طوری که بین سخنرانی دو فرد مورد نظر  $a$  و  $b$  از آنان فقط یک نفر سخنرانی کند؟

$a, b, c, d, e$



$$3! \times 2 \times 1 = 6 \times 2 = 12$$



۲ ارقام ۱, ۲, ۳, ۴, ۵ را به طریقی کنار هم قرار داده ایم که همواره رقم های فرد کنار هم باشند. تعداد پنج رقمی های حاصل کدام است؟

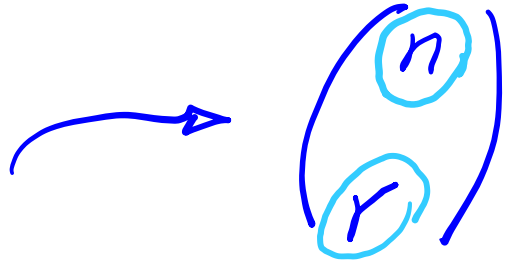
$$\frac{1, 3, 5}{\quad} \quad \frac{2}{\quad} \quad \frac{4}{\quad}$$

$$3! \times 3! = 6 \times 6 = 36$$

۳ تعداد زیرمجموعه های سه عضوی از مجموعه  $\{a, b, c, d, e, f\}$  شامل عضو  $a$  کدام است؟

$n$  حرف

$r$  عضوی



تعداد زیرمجموعه های  $r$  عضوی =  $\binom{n}{r}$

① شامل  $a$  باشد =  $\binom{5}{2} = 10$  ✓

② شامل  $a$  نباشد =  $\binom{5}{3} = 10$  ✓

۴) از هر یک از مدارس A و B و C و D و E چهار نفر به اردوگاه دانش آموزی دعوت شده اند، به چند طریق می توان سه دانش آموز که دو به دو غیر هم مدرسه باشند، انتخاب کرد؟

$$\binom{5}{3} \times \binom{4}{1} \times \binom{3}{1} \times \binom{2}{1} = 120$$

۵ از ۱۰ پرسش موجود، به چند طریق می توان ۸ پرسش را جهت پاسخ گویی انتخاب کرد، به شرط آنکه حداقل ۲ پرسش از ۵ پرسش اول، انتخاب شود؟

۱۰ سوال ←  
 ۵ سوال اول  
 ۵ سوال دوم

$$\binom{5}{4} \times \binom{5}{4} + \binom{5}{5} \times \binom{5}{3} = \binom{5}{3}$$

حروف کلمه ی *LAGRANGE* را با جایگشت های مختلف کنار هم قرار می دهیم در چند حالت حروف یکسان کنار هم قرار می گیرند؟

AA

GG

L

R

N

E

→  $4! = 24$

از بین ۵ دانش آموز تجربی و ۳ دانش آموز ریاضی، به چند طریق می توان سه نفر برای کار در آزمایشگاه انتخاب کرد به طوری که لااقل دو نفر از آن ها دانش آموز تجربی باشند؟

$$\binom{5}{2} \times \binom{3}{1} + \binom{5}{3} = \binom{10}{3}$$

۸ چند عدد چهار رقمی با ارقام متمايز و فرد، بزرگتر از ۳۰۰۰ وجود دارد؟

۱، ۳، ۵، ۷، ۹

$$\frac{4}{9, 7, 5, 3} \times \frac{4}{9, 7, 5, 3} \times \frac{3}{9, 7, 5, 3} \times \frac{2}{9, 7, 5, 3} = 12 \times 9 = 99$$

تعداد جایگشت‌های حروف کلمه‌ی «SYSTEM» به طوری که Sها کنار هم نباشند، کدام است؟ ۹

$$J = \frac{9!}{2!} = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{2 \times 1} = 340 \quad \checkmark$$

$$\underline{SS} \quad \underline{Y} \quad \underline{T} \quad \underline{E} \quad \underline{M} \quad \rightarrow \quad 5! = 120 \quad \checkmark$$

$$\text{جواب} = 340 - 120 = 220$$



۱۰ گل فروشی از ۸ شاخه گل مختلف، به چند طریق، می تواند دسته گل هایی درست کند، به طوری که در هر دسته ۴ یا ۵ یا ۶ شاخه گل، موجود باشد؟ (با تغییر)

$$\binom{1}{4} + \binom{1}{5} + \binom{1}{4} = 154$$

$$\frac{1!}{4! \times 4!} + \frac{1!}{5! \times 3!} + \frac{1!}{4! \times 2!}$$

$70$ 
 $56$ 
 $21$

۱۱) از هر ۵ مدرسه نمونه، ۴ نفر در اردویی شرکت دارند. به چند طریق می‌توان از بین آنان ۳ نفر انتخاب کرد، به طوری که هیچ دو نفر انتخاب شده، از یک مدرسه نباشند؟

$$\binom{5}{3} \times \binom{4}{1} \times \binom{4}{1} \times \binom{4}{1} = 10 \times 4 \times 4 \times 4 = 640$$

۱۲ اگر  $\frac{P(n, 4)}{C(n-1, 4)} = 26$  مقدار  $n$  کدام است؟

$$\frac{\frac{n!}{(n-4)!}}{\frac{(n-1)!}{4! \times (n-5)!}} = \frac{4! n! (n-5)!}{(n-1)(n-4)!} = \frac{24 n \cancel{(n-1)!} \cancel{(n-5)!}}{\cancel{(n-1)!} (n-4)(n-5)!} = 24$$

$$\begin{aligned} \rightarrow \frac{24n}{n-4} = 24 &\rightarrow 24n - 104 = 24n &\rightarrow 2n = 104 &\rightarrow n = 52 \end{aligned}$$

۱۳ با ارقام ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶ و ۷ چند عدد سه رقمی زوج بدون رقم تکراری می توان نوشت به طوری که فقط یک رقم فرد داشته باشد؟

a، b، c

$$\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} \times \frac{2}{1} \times \frac{1}{1} \times \frac{7}{1}$$

$$= 4 \times 3 \times 4 = 48$$

۱۴ اگر  $A = \{a, b, c, d, e, f, g\}$  باشد، تعداد زیرمجموعه‌های ۴ عضوی این مجموعه که دارای عضو  $a$  و فاقد عضو  $b$  باشد، چقدر است؟

۴ عضوی  $\rightarrow$   $\binom{7}{4}$

نیمه  $a$   $\rightarrow$   $\binom{6}{3}$

نیمه  $a$  فاقد  $b$   $\rightarrow$   $\binom{5}{3}$

$$= 10$$

۱۵) در یک شرکت بین‌المللی افرادی از ایران و ۴ کشور خارجی مشغول به کار هستند. از هر کدام از کشورها ۳ نفر اما از ایران ۴ نفر مشغول به کار هستند. به چند طریق تیمی سه نفره می‌توان انتخاب نمود که هیچ دو نفری ملیت یکسان نداشته و سرپرست آن‌ها ایرانی باشد؟

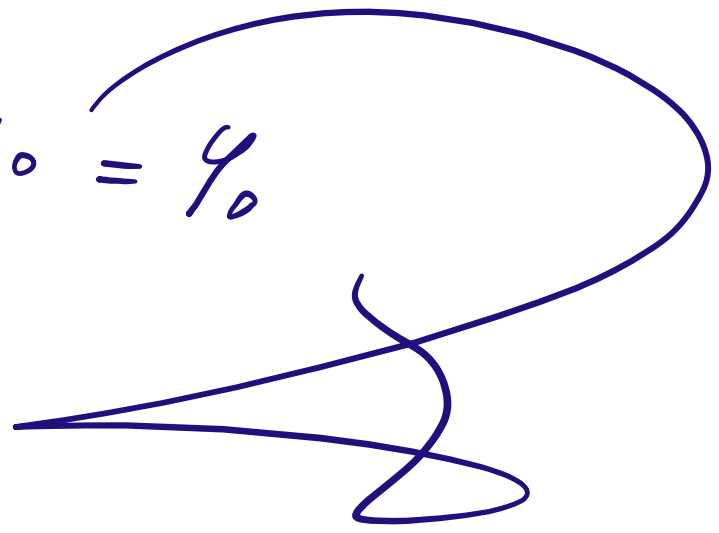
$$\binom{4}{1} \times \binom{4}{2} \times \binom{3}{1} \times \binom{3}{1}$$

$$= 4 \times 6 \times 3 \times 3 = 216$$

از بین ۱۰ پرسش به چند طریق می توان ۷ پرسش را جهت پاسخ گویی انتخاب کرد به شرط آنکه حداقل ۴ پرسش از ۵ پرسش اول انتخاب شود؟

۵ سوال اول  
۵ سوال دوم

$$\binom{5}{4} \binom{5}{3} + \binom{5}{5} \binom{5}{2} = 50 + 10 = 60$$



۱۷) با ارقام ۱, ۲, ۳, ..., ۹ به چند طریق می توان یک عدد چهار رقمی با ارقام متمایز ساخت به گونه ای که شامل دقیقاً ۲ رقم فرد باشد؟

$$\binom{9}{2} \times \binom{7}{2} \times \frac{4}{1} \times \frac{3}{1} \times \frac{2}{1} \times \frac{1}{1}$$

$$= 10 \times 9 \times 24 = 2160$$



۱۸ حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$\frac{12 \times (13! + 12!)}{13! - 12!} = \frac{12 \times (13 \times 12! + 12!)}{13 \times 12! - 12!}$$

$$= \frac{12 \times 12! (13 + 1)}{12! (13 - 1)} = \frac{\cancel{12} \times \cancel{12!} \times 14}{\cancel{12!} \times \cancel{12}} = 14$$

در یک مسابقه کشتی،  $n$  کشتی گیر حرفه ای شرکت کرده اند. قرار است که هر دو کشتی گیر یک بار باهم مسابقه بدهند. اگر تعداد کل مسابقات ۶۶ مسابقه باشد،  $n$  کدام است؟

$$\binom{n}{2} = 66 \rightarrow \frac{n!}{2!(n-2)!} = 66$$

$$\rightarrow \frac{n(n-1)\cancel{(n-2)!}}{2!(n-2)!} = 66 \rightarrow n(n-1) = 132 = 12 \times 11$$

$$\rightarrow \underline{n}(\underline{n-1}) = \underline{12} \times \underline{11}$$

$$\rightarrow n = 12$$

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

مجموع  $\binom{10}{0} + \binom{10}{1} + \binom{10}{2} + \dots + \binom{10}{9}$  برابر کدام است؟

$$\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \dots + \binom{n}{n} = 2^n$$

$$\binom{10}{0} + \binom{10}{1} + \binom{10}{2} + \dots + \binom{10}{9} + \binom{10}{10} = 2^{10}$$

$x$

$$\rightarrow 1 + x + 1 = 1024 \rightarrow x = 1022$$

۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹ – ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱

علی جبرا | سایت تخصصی آموزش ریاضی

**ALIGEBRA.COM**

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به سایت [Algebra.com](http://Algebra.com) است و هرگونه استفاده از این اثر و انتشار آن در پایگاه های مجازی بدون کسب مجوز ممنوع است و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار می گیرند.