

آموزش ریاضی یازدهم انسانی

تابع پلکانی

(فصل دوم – درس دوم)

علی جبرا | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹ – ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به سایت **Aligebra.com** است و هرگونه استفاده از این اثر و انتشار آن در پایگاه های مجازی بدون کسب مجوز ممنوع است و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار می گیرند.

$$f(x) = \begin{cases} x^3 & x > 0 \\ x^2 & x = 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} (m+1)x + 1 & x > 0 \\ x^3 & x = 0 \\ \underline{(n-1)x} + 0 & x < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m+1=0 \rightarrow m=-1 \checkmark \\ n-1=0 \rightarrow n=1 \checkmark \end{cases}$$

$$y = \text{Sgn } x = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$$

$$\text{Sgn}(50) = 1$$

$$\text{Sgn}\left(\frac{-1}{x}\right) = -1$$

$$\text{Sgn}(0) = 0$$

$$\text{Sgn}(\pi) = 1$$

$$\text{Sgn}(-\sqrt{x}) = -1$$

$$\text{Sgn}(5-5) = 0$$

$$[\omega] = \omega$$

$$[\omega, \nu] = \omega$$

$$[-\omega, \nu] = -\nu$$

$$[-\nu] = -\nu$$

$$[\pi] = \nu$$

$$[\sqrt{\nu}] = 1$$

$$[-\sqrt{\omega}] = -\nu$$

$$\left[\frac{1}{\nu}\right] = 0$$

$$\left[\frac{-1}{\nu}\right] = -1$$

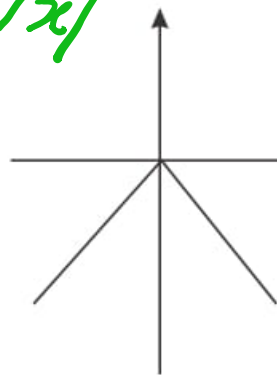
$$[\sqrt{\nu}] = 1$$

$$\left[\frac{\omega}{\nu}\right] = \nu$$

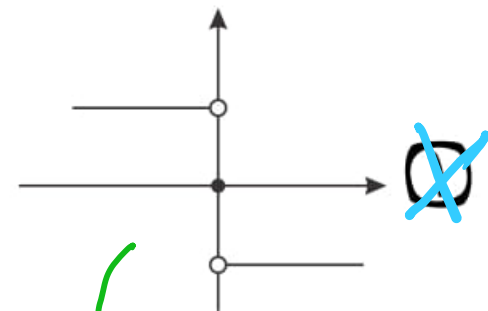
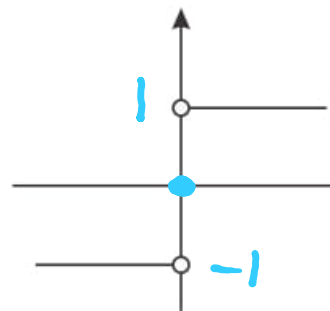
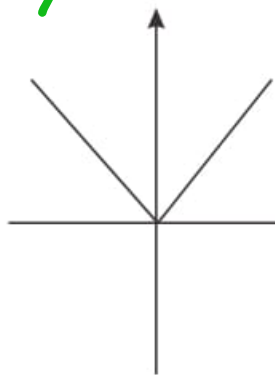
$$\left[\frac{-1\omega}{\nu}\right] = -\nu$$

۱- نمودار مختصاتی تابع $sign(x)$ به کدام یک از صورت‌های زیر است؟

$$y = -1/x$$



$$y = 1/x$$



$$y = -sign(x)$$

$$sign(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$$

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۲- حاصل عبارت مقابل کدام است؟

$$A = ۲\text{sign}(\sqrt{۲-۴}) + ۳\text{sign}(\pi - ۱) = ?$$

$$۲\text{sgn}(-) + ۳\text{sgn}(+)$$

$$= -۲ + ۳ = +۱$$

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۳- اگر $-1 < x < 0$ باشد، حاصل عبارت $A = [x^4] + [x^3] + [x^2] + [x]$ کدام است؟

$$x = -\frac{1}{2} \rightarrow A = \underbrace{\left[\frac{1}{16}\right]}_0 + \underbrace{\left[\frac{-1}{8}\right]}_{-1} + \underbrace{\left[\frac{1}{4}\right]}_0 + \underbrace{\left[\frac{-1}{2}\right]}_{-1} = -2$$

$$-1 < x < 0 \rightarrow [x] = -1$$

$$0 < x^2 < 1 \rightarrow [x^2] = 0$$

$$-1 < x^3 < 0 \rightarrow [x^3] = -1$$

$$0 < x^4 < 1 \rightarrow [x^4] = 0$$

$$\rightarrow -2$$

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۴- در تابع $f(x) = [x + \frac{3}{2}] - [-x]$ مقدار $f(\frac{9}{4}) + f(-\frac{1}{2})$ ، کدام است؟

$$f\left(\frac{9}{4}\right) = \left[\frac{9}{4} + \frac{3}{2}\right] - \left[-\frac{9}{4}\right] = 3 - (-3) = 6 \quad \checkmark$$

$$f\left(-\frac{1}{2}\right) = \left[-\frac{1}{2} + \frac{3}{2}\right] - \left[-\frac{1}{2}\right] = 1 - 0 = 1 \quad \checkmark$$

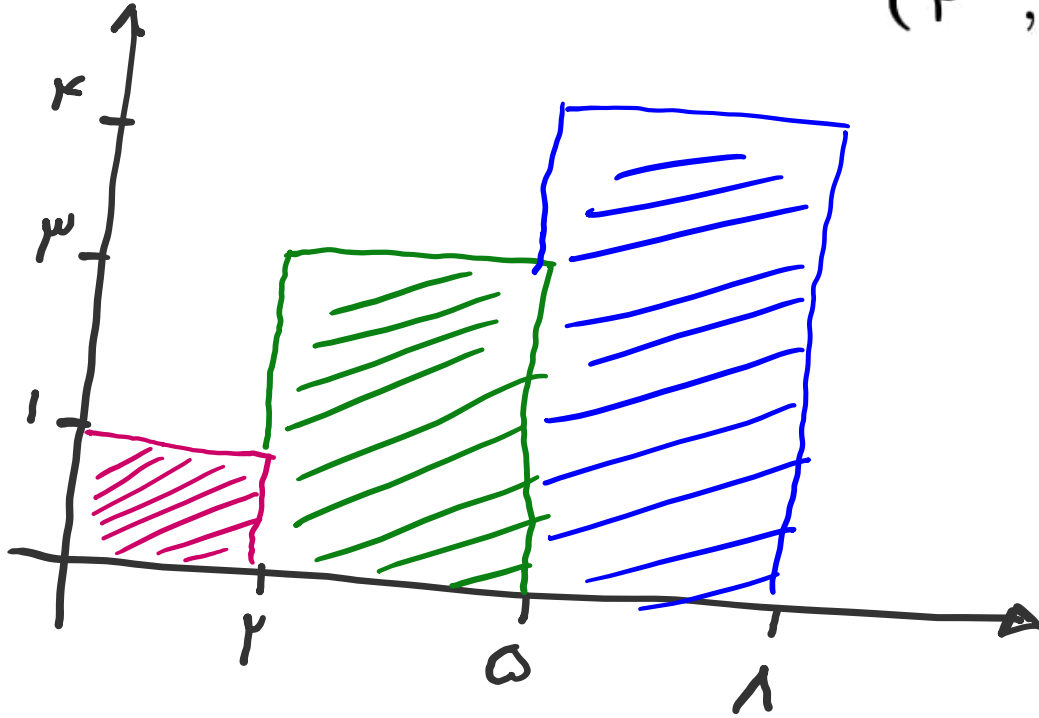
$$\text{جواب} = 6 + 1 = 7 \quad \checkmark$$

۵- حاصل عبارت $A = \frac{۳[x] - ۴[-x]}{\sqrt{[x]} + [۲x]}$ به ازای $x = ۴٫۸$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

$$A = \frac{۳[۴٫۸] - ۴[-۴٫۸]}{\sqrt{[۴٫۸]} + [۲ \times ۴٫۸]} = \frac{۳ \times ۴ - ۴(-۵)}{\sqrt{۴} + ۹}$$

$$= \frac{۱۲ + ۲۰}{۲ + ۹} = \frac{۳۲}{۱۱}$$

۶- مقدار مساحتی که بین نمودار تابع پلکانی $f(x) = \begin{cases} 1 & , 0 \leq x < 2 \\ 3 & , 2 \leq x < 5 \\ 4 & , 5 \leq x \leq 8 \end{cases}$ و محور x ها ایجاد می شود، کدام است؟



$$S = 23$$

$$S = 1 \times 1 + 3 \times 3 + 4 \times 3 = 1 + 9 + 12 = \underline{23}$$

۷- اگر تابع $f(x) = \begin{cases} (\underline{m-3})x + 8 & x \geq 1 \\ (\underline{n+2})x^2 + 2 & x < 1 \end{cases}$ تابعی پلکانی باشد، حاصل $m \times n$ کدام است؟

$$m - 3 = 0 \rightarrow m = 3$$

$$n + 2 = 0 \rightarrow n = -2$$

$$m \times n = 3 \times (-2) = -6$$

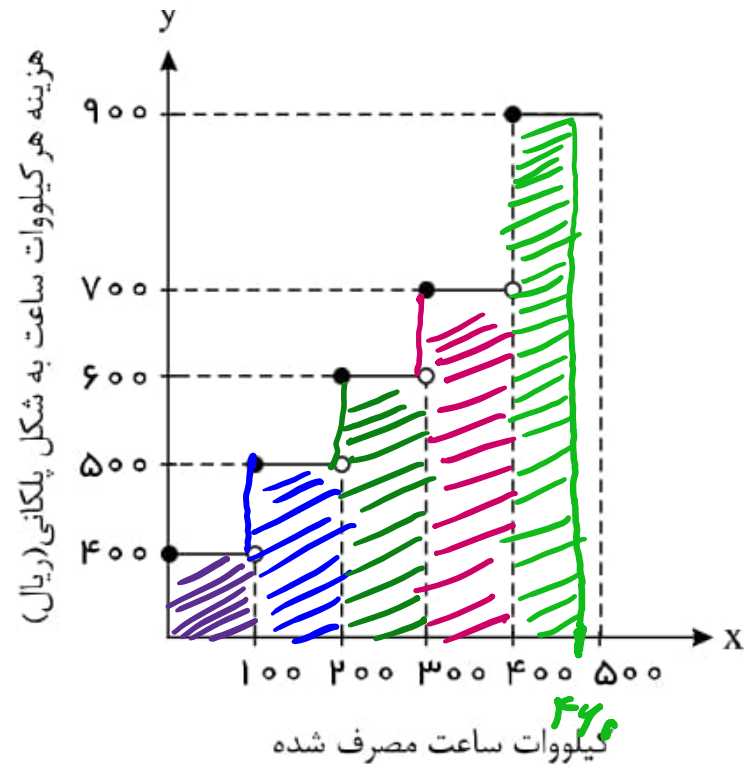
۸- حاصل عبارت مقابل کدام است؟ ([] علامت جری صحیح است.)

$$A = \text{sign}([- \sqrt{2}]) - 2[\text{sign}(\sqrt{2})] = ?$$

$$A = \text{Sgn}(-) - 2[\underbrace{\text{Sgn}(+)}_{+1}]$$

$$= -1 - 2 = -3$$

۹- طبق نمودار زیر، هزینه برق مصرفی یک خانواده که در ماه ۴۶۰ کیلووات ساعت برق مصرف کرده‌اند چقدر خواهد بود؟



$$S = 275000$$

$$S = 100 \times 400 + 100 \times 500 + 100 \times 600 + 100 \times 700 + 60 \times 900$$

$$= 275000$$

۱۰- در تابع $f(x) = ۲[x] + [-x]$ مقدار $f(-\frac{۱}{۲}) + f(\frac{۳}{۲})$ کدام است؟

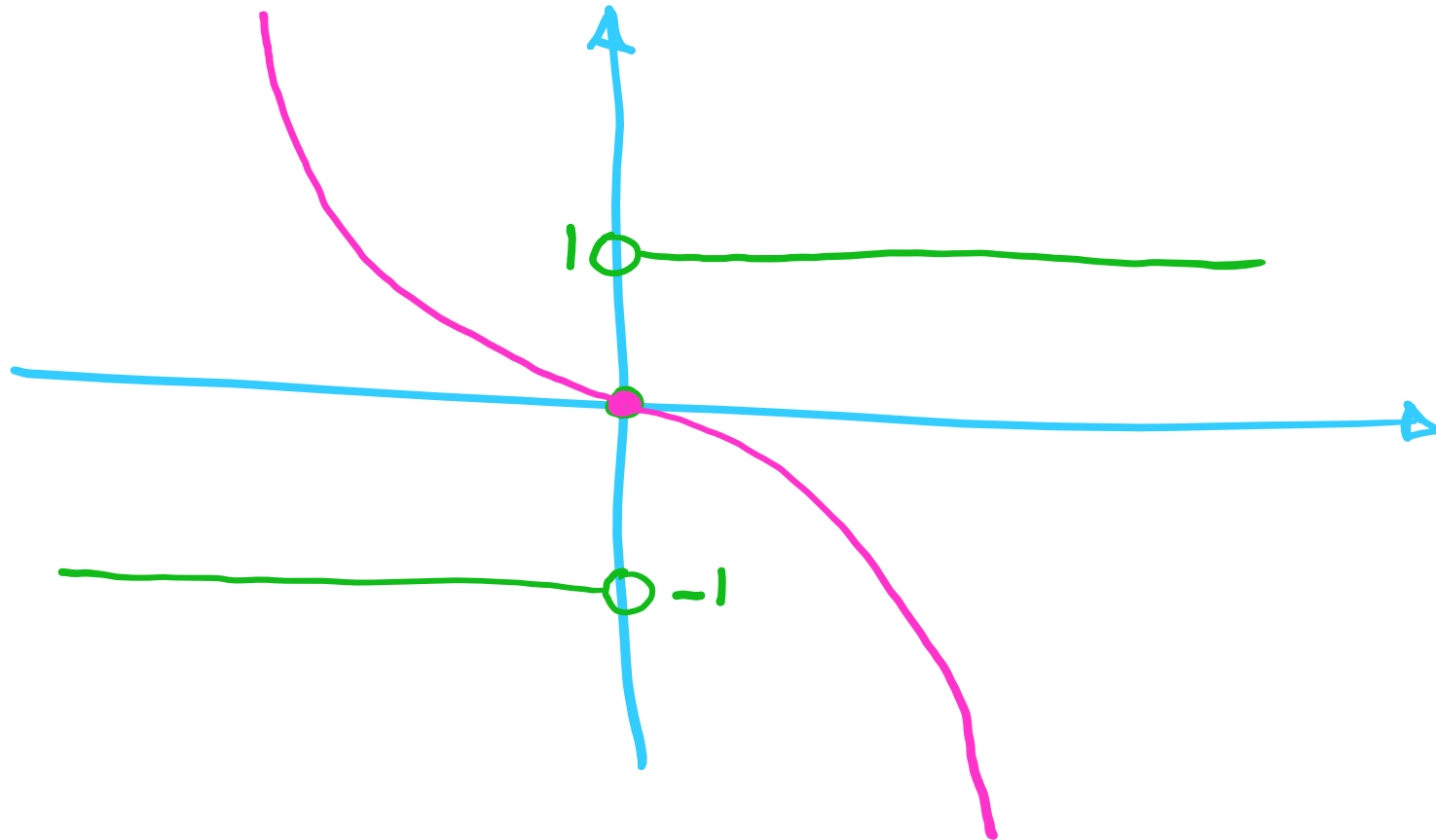
$$f(-\frac{۱}{۲}) = ۲[-\frac{۱}{۲}] + [\frac{۱}{۲}] = ۲(-۱) + ۰ = -۲$$

$$f(\frac{۳}{۲}) = ۲[\frac{۳}{۲}] + [-\frac{۳}{۲}] = ۲(۱) + (-۲) = ۰$$

$$\text{جواب} = -۲ + ۰ = -۲$$

۱۱- اگر نمودار دو تابع $f(x) = \text{sign}(x)$ و $g(x) = \begin{cases} -x^2, & x \geq 0 \\ x^2, & x < 0 \end{cases}$ را در یک دستگاه مختصات رسم

کنیم، چند نقطه برخورد (تلاقی) دارند؟



$x=0$

۱۲- اگر $f(x) = \underline{\underline{\text{sign}(x)}}$ یک تابع ثابت و $\frac{3f(4) - 4g(-2)}{f(-2) + 2g(3)} = -4$ باشد، در این صورت مقدار

$f(-3) \times g(-3)$ کدام است؟

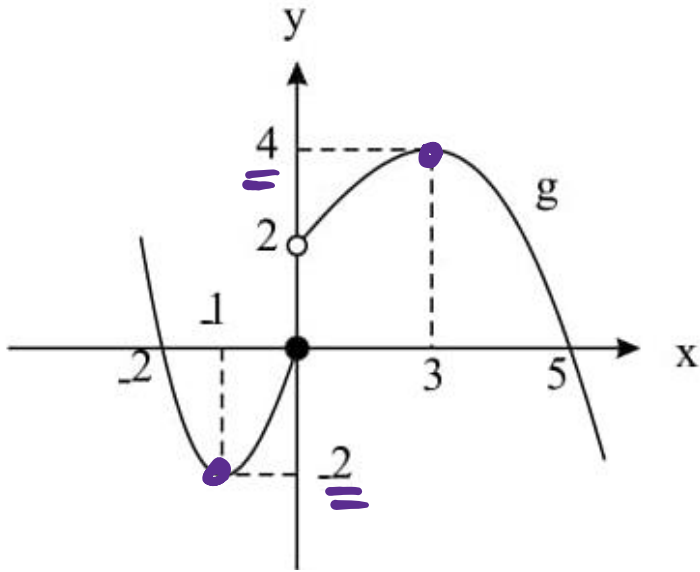
$$\frac{3(1) - 4C}{-1 + 2C} = -4 \rightarrow C = \frac{1}{4}$$

$$f(-3) \times g(-3) = (-1) \left(\frac{1}{4} \right) = \underline{\underline{-\frac{1}{4}}}$$

۱۳- حاصل $[-\sqrt{5} + 2] + [\sqrt{5} - 2]$ برابر کدام گزینه است؟

$$\begin{aligned} & [-2, \dots + 2] + [2, \dots - 2] \\ &= [-0, \dots] + [+0, \dots] = -1 + 0 = -1 \end{aligned}$$

۱۴- اگر $f(x) = \text{sign}(x)$ و نمودار تابع g به صورت زیر باشد، حاصل عبارت $\text{sign}(-۴) \times g(-۱) + f(۰) \times g(۳)$ کدام است؟



$$(-1) \times (-2) + (0)(4) \\ = +2 + 0 = 2$$

$$f(-۴) = -1 \\ f(۰) = 0$$

۱۵- حاصل $f(x) = \text{sign}(-x + 2) + 3[-x - 2]$ به ازای $x = \frac{1}{2}$ برابر کدام گزینه است؟

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = \text{sign}\left(\underbrace{\frac{1}{2} + 2}_{+}\right) + 3\left[\underbrace{-\frac{1}{2} - 2}_{-1.5}\right]$$

$$= +1 + 3(-1.5) = 1 - 4.5 = -3.5$$

✓

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۱۶- اگر $f(x) = \text{sign}(x)$ و $g(x)$ یک تابع همانی باشد، حاصل عبارت $A = \frac{3f(-3) + 4g(3)}{f(5) - g(6)}$ کدام است؟

$$A = \frac{3(-1) + 4(3)}{1 - 6} = \frac{-3 + 12}{-5} = -\frac{9}{5}$$

همانی $f(x) = x$

$$g(3) = 3 \quad g(6) = 6$$

۱۷- اگر $f(x) = \begin{cases} -2[x] & , x < \underline{\underline{-2}} \\ 3 & , -2 \leq x \leq 1 \\ \text{sign}(x) & , x > 1 \end{cases}$ باشد، حاصل $f(-\sqrt{5}) + f(\sqrt{5} - 1)$ کدام است؟

$$f(-\sqrt{5}) + f(\sqrt{5} - 1)$$

$$= -2[-\sqrt{5}] + \text{sgn}(\underbrace{\sqrt{5} - 1}_{+})$$

$$= -2(-3) + 1 = 6 + 1 = 7$$

۱۸- می‌خواهیم تابع چند ضابطه‌ای $f(x) = \begin{cases} (m-1)\underline{x^2} + \underline{n} , & x > 1 \\ \frac{K}{2}\underline{x} - 1 , & \underline{x} = 1 \\ n-3 , & x < 1 \end{cases}$ را به یک تابع پلکانی تبدیل کنیم. کدام

گزینه الزاماً صحیح است؟

۲) $m = 1$ فقط $k = 0$ و n هر عدد دلخواه

۱) $m = 1$ هر عدد دلخواه و فقط $n = 3$

۴) $m = 1$ فقط $k = 0$ و فقط $n = 3$

۳) $m = 1$ هر عدد دلخواه می‌توانند باشند.

$$m-1=0 \rightarrow m=1$$

۱۹- اگر تابع $f(x) = \begin{cases} (3k-9)x+6 & , x \geq 0 \\ k^2+1 & , x < 0 \end{cases}$ تابعی پلکانی و $g(x) = [2x + \frac{3}{4}]$ باشد، حاصل عبارت $f(-2) + g(2,5)$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است)

$$3k-9=0 \rightarrow 3k=9 \rightarrow k=3 \checkmark$$

$$f(-2) = k^2 + 1 = 9 + 1 = 10 \checkmark$$

$$g\left(\frac{5}{2}\right) = \left[5 + 0,75 \right] = 5 \checkmark$$

$$f(-2) + g(2,5) = 10 + 5 = 15 \checkmark$$

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۲-۱ اگر $f(x) = \frac{2([x] + [-x])}{[3x]}$ باشد، مقدار تابع f به ازای $x = \frac{1}{2}$ کدام است؟

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{2\left(\left[\frac{1}{2}\right] + \left[-\frac{1}{2}\right]\right)}{\left[\frac{3}{2}\right]}$$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{2(0 - 1)}{1} = -2$$

۲۱- مقدار $\text{sign}(\frac{1}{2}) + \text{sign}(\sqrt{2} - 3) - \text{sign}(\pi)$ کدام است؟

$$\begin{aligned} \text{sgn}(+) + \text{sgn}(-) &= \text{sgn}(+) \\ &= 1 - 1 - 1 = -1 \end{aligned}$$

۲۲- حاصل عبارت $\left[-\frac{11}{2}\right] + \left[\frac{3^2 \times 2 - 5 \times 4}{3}\right]$ کدام است؟ ([] ، نماد جزء صحیح است.)

$$\left[-5, 5\right] + \left[\frac{11 - 20}{3}\right]$$

$$= \left[-5, 5\right] + \left[\frac{-9}{3}\right] = -9 - 1 = -10$$

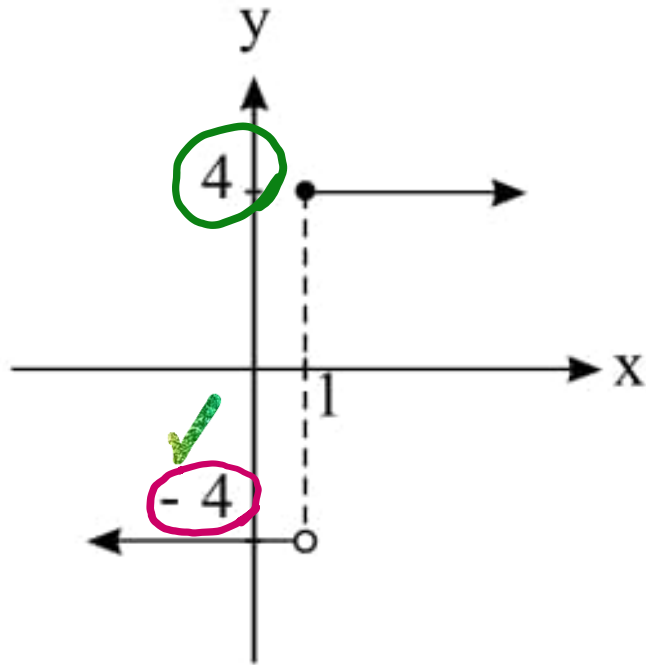
۲۳- اگر $f(x) = \begin{cases} -[x] & , x < -1 \\ 3 & , -1 \leq x \leq 2 \\ \text{sign}(x) & , x > 2 \end{cases}$ باشد، حاصل $f(-\frac{3}{2}) + f(\sqrt{2} + 1)$ کدام است؟ ✓

$$f\left(-\frac{3}{2}\right) = -\left[-\frac{3}{2}\right] = -(-2) = 2 \quad \checkmark$$

$$f(\sqrt{2} + 1) = \text{Sgn}(\sqrt{2} + 1) = 1 \quad \checkmark$$

$$\text{جواب} = 2 + 1 = 3$$

۲۴- نمودار زیر مربوط به تابع پلکانی
 $f(x) = \begin{cases} (m-1)x + 2n & , x \geq 1 \\ k-6 & , x < 1 \end{cases}$ می باشد، حاصل $k+m+n$ کدام است؟



$$m-1=0$$

$$m=1$$

$$2n=4$$

$$n=2$$

$$k-6=-4$$

$$k=2$$

$$k+m+n=14$$

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۲۵- باتوجه به محور زیر، حاصل $\frac{\left[\frac{1-2A}{5}\right] + 2[B]}{\left[\frac{C}{2}\right] - 3}$ کدام است؟

$$-2 < A < -1 \rightarrow 2 < -2A < 4 \rightarrow 3 < 1-2A < 5 \rightarrow \frac{3}{5} < \frac{1-2A}{5} < 1$$

$$\rightarrow \left[\frac{1-2A}{5}\right] = 0$$

$$1 < B < 2 \rightarrow [B] = 1 \rightarrow 2[B] = 2$$

$$3 < C < 4 \rightarrow \frac{3}{2} < \frac{C}{2} < 2 \rightarrow \left[\frac{C}{2}\right] = 1$$

جواب:

$$\frac{0 + 2}{1 - 3} = -1$$