

آموزش ریاضی یازدهم انسانی

تابع های خطی، همانی، ثابت و علامت

(فصل دوم – درس اول)

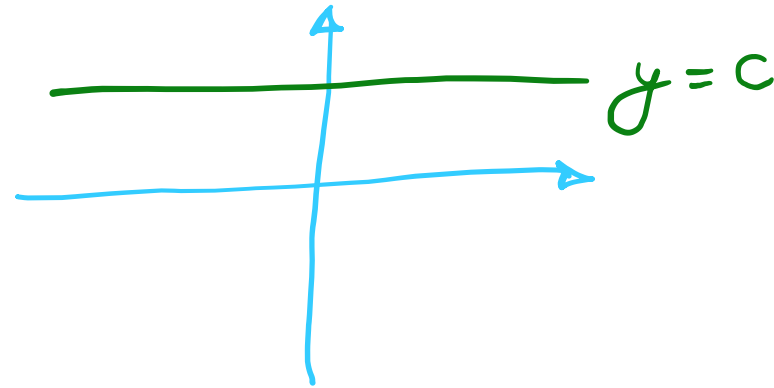
علی جبرا | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹ – ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به سایت **Aligebra.com** است و هرگونه استفاده از این اثر و انتشار آن در پایگاه های مجازی بدون کسب مجوز ممنوع است و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار می گیرند.

$$f(\underline{x}) = c$$



$$f(x) = 0$$

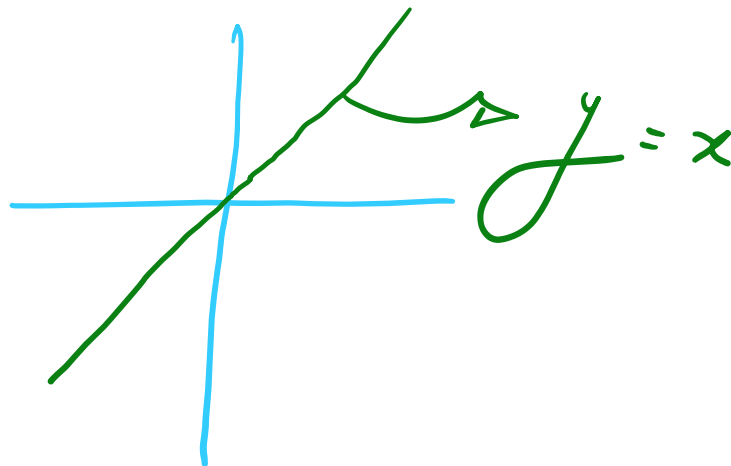
$$f(1) = 0$$

$$f(-1) = 0$$

$$f\left(\frac{1}{x}\right) = 0$$

$$f(0) = 0$$

$$f(x) = x \rightarrow y = x$$



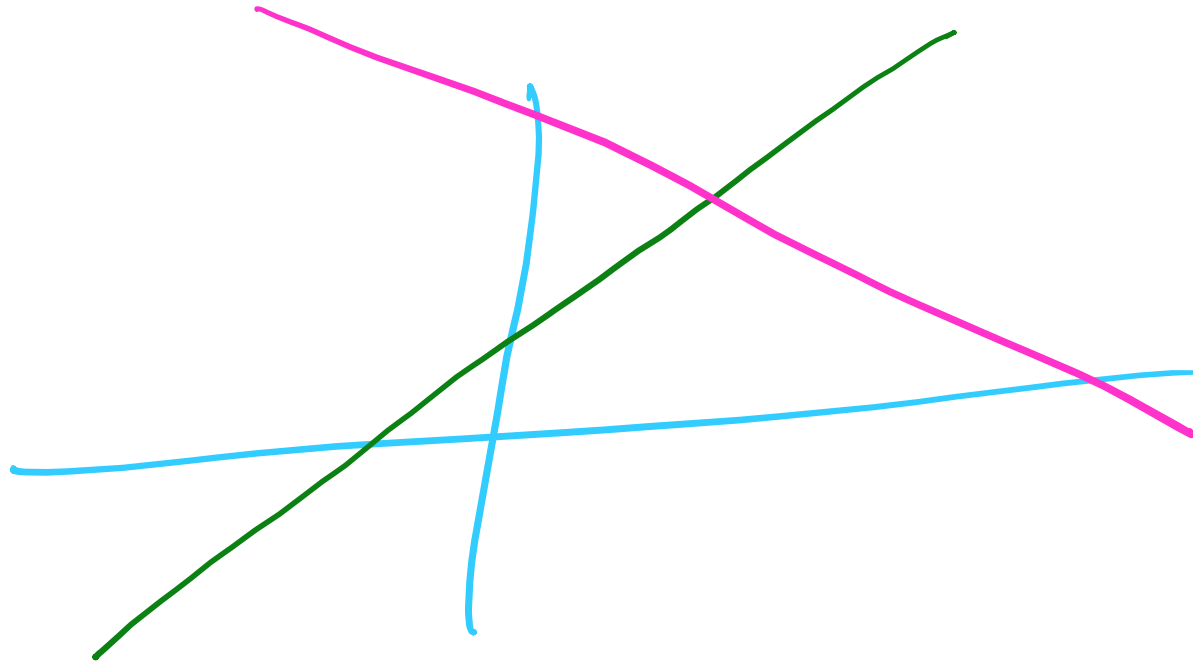
$$f(0) = 0$$

$$f(-3) = -3$$

$$f(10) = 10$$

$$f(50) = 50$$

$$f(x) = \underline{a}x + \underline{b} \rightarrow \begin{array}{l} \underline{a}: \text{شیب} \\ \underline{b}: \text{عرض از مبدأ} \end{array}$$



$$\text{Sgn } x = \begin{cases} x > 0 \rightarrow \underline{\underline{+1}} \\ x = 0 \rightarrow \underline{\underline{0}} \\ x < 0 \rightarrow \underline{\underline{-1}} \end{cases}$$

$$\text{Sgn}(a^b) = +1$$

$$\text{Sgn}\left(\frac{-1}{x}\right) = -1$$

$$\text{Sgn}(0) = 0$$

$$\text{Sgn}(\sqrt{x}) = +1$$

$$\text{Sgn}(r) = 1$$

$$\text{Sgn}(-\sqrt{a}) = -1$$

تابع چندضابطه ای

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & x > 1 \\ x^3 & x = 1 \\ \omega x + 2 & x < 1 \end{cases}$$

$$f(1) = 1^3(1) = 1$$

$$f(2) = 2^2 + 1 = 5$$

$$f(0) = \omega(0) + 2 = 2$$

حاصل عبارت مقابل کدام است؟

$$A = ۲\text{sign}(\sqrt{۲} - ۴) + ۳\text{sign}(\pi - ۱) = ?$$

$$۲\text{Sgn}\left(\frac{\sqrt{۲}-۴}{\ominus}\right) = ۲(-۱) = -۲$$

$$۳\text{Sgn}\left(\frac{\pi-۱}{\oplus}\right) = ۳(۱) = ۳$$

$$\text{جواب} = -۲ + ۳ = +۱$$

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

در تابع $f(x) = \begin{cases} -3 & , x < -1 \\ 2x^2 & , -1 \leq x < 1 \\ 2x + 1 & , x \geq 1 \end{cases}$ مقدار $f(-1) + 2f(1)$ برابر است با:

$$f(-1) = 2(-1)^2 = +2 \quad \checkmark$$

$$2f(1) = 2(2+1) = 6 \quad \checkmark$$

$$\text{جواب} = 2 + 6 = 8$$

با فرض آن که $f(x) = \begin{cases} x-1 & , x \geq 2 \\ x^2-3 & , x < 2 \end{cases}$ و $g(x) = \begin{cases} \sqrt{x-4} & , x \geq 4 \\ \frac{1}{x^2+3} & , x < 4 \end{cases}$ باشند، حاصل عبارت $\frac{2f(3) - 5g(13)}{9g(0) + f(\sqrt{2})}$

$$2f(3) = 2(3-1) = \underline{\underline{4}}$$

$$9g(0) = 9\left(\frac{1}{0+3}\right) = \underline{\underline{3}}$$

$$-5g(13) = -5\sqrt{13-4} = \underline{\underline{-15}}$$

$$f(\sqrt{2}) = \sqrt{2}^2 - 3 = 2 - 3 = \underline{\underline{-1}}$$

$$\text{جواب} = \frac{4 - 15}{3 - 1} = \frac{-11}{2} = -5\frac{1}{2}$$

جدول زیر مربوط به یک تابع همانی است، حاصل abc کدام است؟

$f:$	x	<u>۴</u>	<u>$10b-1$</u>	<u>$\frac{c}{5}$</u>	30
	y	<u>$3a-2$</u>	<u>19</u>	<u>$a-b$</u>	30

$$3a-2=4 \rightarrow 3a=6 \rightarrow a=2$$

$$10b-1=19 \rightarrow 10b=20 \rightarrow b=2$$

$$\frac{c}{5}=0 \rightarrow c=0$$

$$abc = 0$$

اگر تابع $f(x) = \begin{cases} \underline{(a-2)x+3} & , x \geq 1 \\ b & , x < 1 \end{cases}$ یک تابع ثابت باشد، مقدار $a+b$ کدام است؟

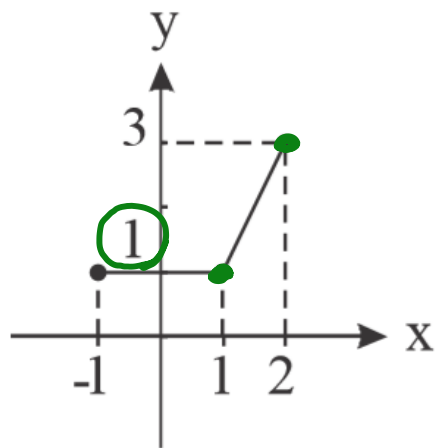
$$a-2=0 \rightarrow a=2$$

$$f(x) = \begin{cases} \underline{3} & x \geq 1 \\ \underline{b} & x < 1 \end{cases}$$

$$b=3$$

$$\therefore a+b = 2+3 = 5$$

اگر نمودار f به شکل زیر باشد، ضابطه این تابع کدام است؟



$$-1 \leq x \leq 1 \rightarrow y = 1$$

$$1 \leq x \leq 2 \rightarrow y = x - 1$$

$$A/1$$

$$a = \frac{1-1}{2-1} = 0$$

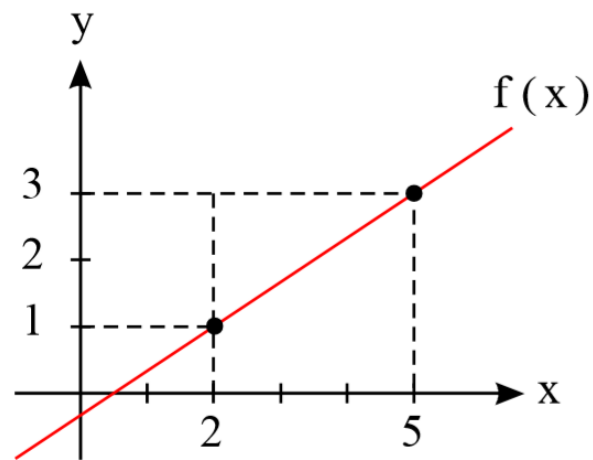
$$B/2$$

$$f = ax + b = 0x + b \xrightarrow{1} 1 = 0 + b \rightarrow b = 1$$

$$\rightarrow y = x - 1$$

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹



نمودار تابع f به صورت مقابل است. $f(3)$ کدام است؟

$$y = ax + b = \frac{2}{3}x - \frac{1}{3}$$

$$f(3) = \frac{2}{3}(3) - \frac{1}{3} = 2 - \frac{1}{3} = \frac{5}{3}$$

$$A / \frac{2}{3}$$

$$B / \frac{5}{3}$$

$$\rightarrow a = \frac{3-1}{5-2} = \frac{2}{3}$$

$$y = \frac{2}{3}x + b$$

$$\begin{matrix} x=2 \\ y=1 \end{matrix}$$

$$1 = \frac{2}{3} + b \rightarrow b = 1 - \frac{2}{3} = -\frac{1}{3}$$

$$\rightarrow y = \frac{2}{3}x - \frac{1}{3} \quad \checkmark$$

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

اگر $f = \{(-3, \underline{a}), (b, \underline{5}), (-5, \underline{2a+b})\}$ یک تابع ثابت باشد، مقدار b کدام است؟

$$\rightarrow a = 5 = 2a + b$$

$$a = 5$$

$$2a + b = 5 \xrightarrow{a=5} 10 + b = 5 \rightarrow b = -5$$

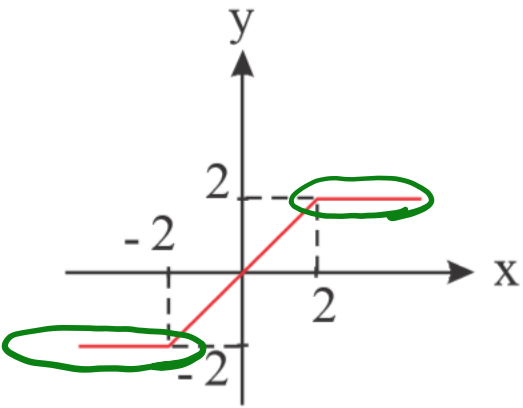
تابع f ، تابعی ثابت با دامنه اعداد حقیقی است؛ به طوری که $2f(x) + f(2) = 9$ حاصل $f(1) + f(-1)$ کدام است؟

$$f(x) = A$$

$$2A + A = 9 \rightarrow 3A = 9 \rightarrow A = 3 \quad \checkmark$$

$$f(1) + f(-1) = A + A = 2A = 2 \times 3 = 6$$

ضابطه مربوط به تابع زیر کدام است؟



$$f(x) = \begin{cases} x \leq -2 & \rightarrow y = -2 \\ -2 < x < 2 & \rightarrow y = x \\ x \geq 2 & \rightarrow y = 2 \end{cases}$$

$$\rightarrow f(x) = \begin{cases} -2 & : x \leq -2 \\ x & : -2 < x < 2 \\ 2 & : x \geq 2 \end{cases}$$

خط $y = 4$ نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} 2x - 1 & , \underline{\underline{x \geq 0}} \\ 0 & , x = 0 \\ x^2 + 4 & , \underline{\underline{x < 0}} \end{cases}$ را در چند نقطه قطع می کند؟

$$2x - 1 = 4 \rightarrow 2x = 5 \rightarrow x = \frac{5}{2} \quad \text{X}$$

$$0 = 4 \quad \text{X}$$

$$x^2 + 4 = 4 \rightarrow x^2 = 0 \rightarrow \underline{\underline{x = 0}} \quad \text{X}$$

فقط دو نقطه

در تابع ثابت $f(x) = C$ ، $f(x^2 - 3x + 4) = (f(x))^2 - 3f(x) + 4$ است. در این صورت حاصل $f(2)$ کدام است؟

$$C = C^2 - 3C + 4$$

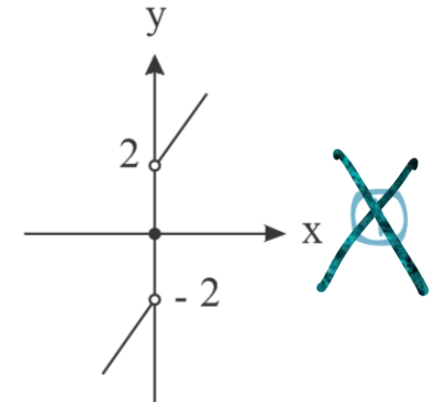
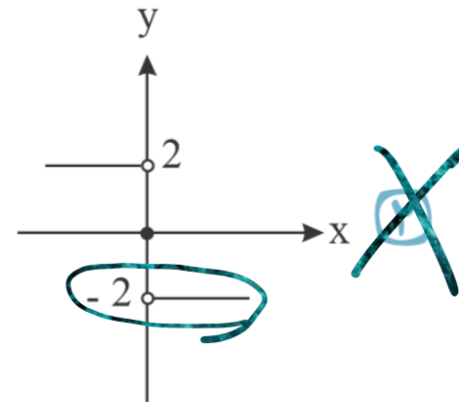
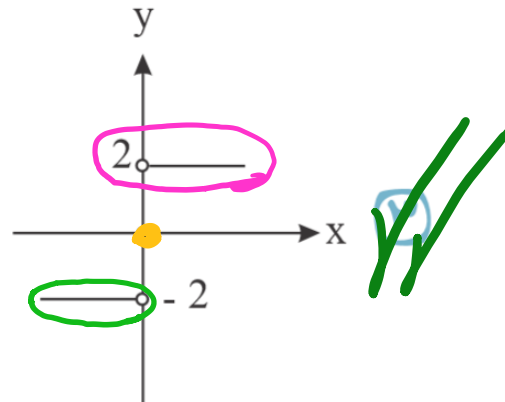
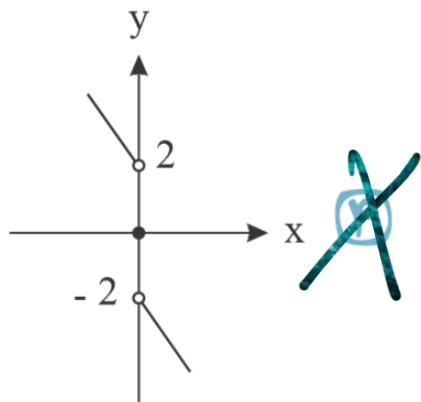
$$\rightarrow C^2 - 3C + 4 = 0 \rightarrow (\underline{C - 1})^2 = 0$$

$$\rightarrow C - 1 = 0$$

$$\rightarrow C = 1$$

$$f(2) = 1$$

نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} 2 & , x > 0 \\ 0 & , x = 0 \\ -2 & , x < 0 \end{cases}$ در کدام گزینه آمده است؟



۱ در تابع خطی $f(x)$ اگر $f(3x-1) + 3f(1-x) = 4$ ، $f(5) = 2$ باشد $f(14)$ کدام است؟

$$f(x) = ax + b$$

$$1) a(3x-1) + b + 3(a(1-x) + b) = 4 \rightarrow \cancel{3ax} - a + b + \cancel{3a} - \cancel{3ax} + 3b = 4$$

$$\rightarrow 2a + 4b = 4$$

$$\rightarrow a + 2b = 2 \quad \checkmark$$

$$2) 5a + b = 2 \quad \checkmark$$

$$\begin{cases} a + 2b = 2 \\ 5a + b = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = \frac{1}{9} \\ b = \frac{1}{9} \end{cases}$$

$$f(14) = \frac{1}{9} \times 14 + \frac{1}{9} = 2$$

۲ اگر f یک تابع خطی باشد به طوری که $f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{x^2 - 12x + 1}{2x}$ مقدار $f(-4)$ کدام است؟

$$ax + b + \frac{a}{x} + b = \frac{x^2}{2x} - \frac{12x}{2x} + \frac{1}{2x}$$

$$\rightarrow \underline{a}x + \frac{\underline{a}}{x} + \underline{2b} = \underline{\frac{1}{2}}x - \underline{6} + \frac{1}{2x} \rightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = -3 \end{cases}$$

$$f(x) = \frac{1}{2}x - 3$$

$$\rightarrow f(-4) = \frac{1}{2}(-4) - 3 = -5$$

تابع $f(x) = \frac{3x^2 + ax + b}{2x^2 + cx + d}$ یک تابع ثابت با ضابطه $y = k$ و دامنه $\mathbb{R} - \{-3\}$ است. حاصل $\frac{a - b + c - d}{k}$ کدام است؟

$$2(x+3)^2 = 2(x^2 + 6x + 9) = 2x^2 + 12x + 18 = 2x^2 + 12x + 18$$

$$\rightarrow C = 12 \quad d = 18$$

$$\frac{3x^2 + ax + b}{2x^2 + 12x + 18} = k \rightarrow 3x^2 + ax + b = 2kx^2 + 12kx + 18k$$

$$2k = 3 \rightarrow k = \frac{3}{2}$$

$$b = 18k \rightarrow b = 18 \times \frac{3}{2} = 27$$

$$a = 12k \rightarrow a = 12 \times \frac{3}{2} = 18$$

۴ تابع f با ضابطه‌ی $f(x) = \frac{(a+1)x^2 - bx + c + 1}{cx + 2}$ یک تابع همانی است. مجموع ضرایب a و b و c کدام است؟

$$\frac{(a+1)x^2 - bx + c + 1}{cx + 2} = x \rightarrow (a+1)x^2 - bx + c + 1 = cx^2 + 2x + 0$$

$$\begin{aligned} a+1 &= c \rightarrow a = -2 \\ -b &= 2 \rightarrow b = -2 \\ c+1 &= 0 \rightarrow c = -1 \end{aligned}$$

جواب:

$$a+b+c = -2-2-1$$

$$= -5$$

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۵ اگر f تابعی خطی باشد به صورتی که رابطه $f(\underline{x-1}) + f(\underline{x+2}) = x$ برقرار باشد، آن گاه $f(2)$ کدام است؟

$$f(x) = ax + b \rightarrow a(x-1) + b + a(x+2) + b = x$$

$$\rightarrow ax - a + b + ax + 2a + b = x$$

$$\rightarrow \underline{2ax} + \underline{a+2b} = \underline{1x} + 0$$

$$2a = 1 \rightarrow a = \frac{1}{2}$$

$$a + 2b = 0 \rightarrow b = -\frac{1}{4}$$

$$f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}$$

$$f(2) = \frac{1}{2}(2) - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

اگر $f(x)$ یک تابع خطی و $f(3) = f(-3) + 4$ و $f(2) = 1$ باشد، آن گاه نمودار تابع f محور y ها را با چه عرضی قطع می کند؟

$$f(x) = ax + b = \frac{2}{3}x - \frac{1}{3}$$

$$1) 3a + b = -3a + b + 4 \rightarrow 6a = 4 \rightarrow a = \frac{2}{3} \checkmark$$

$$2) 2a + b = 1 \rightarrow \frac{4}{3} + b = 1 \rightarrow b = -\frac{1}{3} \checkmark$$

$$y = \frac{2}{3}x - \frac{1}{3} \xrightarrow{x=0} y = -\frac{1}{3}$$

۷) تابع f همانی، تابع g ثابت و تابع h خطی است. اگر داشته باشیم: $\underline{2f(-2) = g(2)}$ و $\underline{h(-2) = g(0) + 1}$ ، مجموعه جواب نامعادله $h(x) \geq 0$ کدام است؟ (دامنه هر سه تابع، $\mathbb{R}$ است.)

$$f(x) = \underline{x} / g(x) = \underline{A} / h(x) = \underline{ax + b}$$

$$2(-2) = A \rightarrow A = -4$$

$$-2a + b = -4 + 1 \rightarrow -2a + b = -3$$

$$2a + b = 2 + (-4) + 1 \rightarrow 2a + b = -1$$

$$\begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = -2 \end{cases}$$

$$h(x) = \frac{1}{2}x - 2 \geq 0 \rightarrow \frac{1}{2}x \geq 2 \rightarrow x \geq 4$$

$$\text{جواب} = \underline{\underline{[4, +\infty)}}$$

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۸ اگر تابع $y = \frac{3x^2 + x}{(a-1)x^2 + bx + c}$ در دامنه خود یک تابع همانی باشد، حاصل $a + b + c$ کدام است؟

$$\frac{3x^2 + x}{(a-1)x^2 + bx + c} = x \rightarrow \underline{3}x^2 + \underline{1}x = (\underline{a-1})x^2 + \underline{b}x + \underline{c}x$$

$$\begin{aligned} a-1 &= 0 \rightarrow a=1 \\ b &= 3 \\ c &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a+b+c \\ 1+3+1 &= 5 \end{aligned}$$

تابع با ضابطه $f(x) = ax - 2b$ یک تابع همانی است. در تابع g با ضابطه $g(x) = 2ax^2 + bx - 4$ مقدار $g(-1)$ چقدر است؟

$$ax - 2b = x \rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ -2b = 0 \rightarrow b = 0 \end{cases}$$

$$g(x) = 2x^2 + 0 - 4$$

$$\rightarrow g(-1) = 2 - 4 = -2$$

۱۰ تابع $f = \{(-1, \underline{m + 3n}), (0, \underline{2 - 3n}), (-3, \underline{2n + 1})\}$ یک تابع ثابت است. مقدار $f(\underline{-1})$ کدام است؟

$$\underline{m + 3n} = \underline{2 - 3n} = \underline{2n + 1}$$

$$2 - 3n = 2n + 1 \rightarrow 5n = 1 \rightarrow n = \frac{1}{5} \checkmark$$

$$m + 3n = 2n + 1 \rightarrow m + \frac{3}{5} = \frac{2}{5} + 1 \rightarrow \underline{m} = \frac{4}{5} \checkmark$$

$$f(-1) = f(x) = 2n + 1 = \frac{7}{5}$$