

آموزش ریاضی یازدهم انسانی

استدلال ریاضی

(فصل اول - درس اول)

علی جبرا | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ – ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به سایت **Algebra.com** است و هرگونه استفاده از این اثر و انتشار آن در پایگاه های مجازی بدون کسب مجوز منوع است و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار می گیرند.

گزاره‌های زیر را به صورت نماد ریاضی بازنویسی کنید.

الف) دو برابر جذر عددی برابر خودش است.

ب) مکعب یک عدد، بزرگ‌تر از هفت برابر آن عدد، به علاوهٔ پنج است.

پ) مجموع معکوس‌های دو عدد بزرگ‌تر یا مساوی مجموع آن دو عدد است.

ت) مجموع مکعبات دو عدد بزرگ‌تر یا مساوی مکعب مجموع آن دو عدد است.

ث) هر عدد ناصفری از معکوس خود بزرگ‌تر یا مساوی با آن است.

عبارات زیر را به صورت نماد ریاضی بازنویسی کنید.

الف) عددی به علاوه پنج، مساوی دو برابر آن عدد است.

ب) حاصل ضرب دو عدد حقیقی، برابر مجموعشان است.

پ) حاصل ضرب عددی در خودش به علاوه ۳، بزرگ‌تر از خودش است.

عبارت‌های زیر را با نماد ریاضی بنویسید.

- الف) جذر یک عدد مثبت به اضافه خود آن عدد برابر ۶ است.
- ب) مجموع هر عدد مثبت با معکوسش از دو بزرگتر یا مساوی دو است.
- پ) مجموع هر عدد منفی با معکوسش کوچکتر یا مساوی قرینه دو است.
- ت) اختلاف مربع مجموع دو عدد از مربع تفاضل همان دو عدد با چهار برابر حاصلضرب آن دو عدد مساوی است.

"مجموع معکوس عدد a و مکعب عدد a از دو برابر a چهار واحد کمتر است" با نماد ریاضی کدام است؟

عبارت (مربع ثلث عددی از ۳ برابر نصف آن عدد ده واحد کمتر است) به صورت نماد ریاضی کدام است؟

عبارت «مربع ثلث عددی بعلاوهٔ آن عدد برابر نصف مربع آن عدد است» به صورت نماد ریاضی کدام است؟

نماد ریاضی عبارت کلامی «مجدور مجموع دو عدد حقیقی از مجموع مجدور آن دو عدد بزرگ‌تر است.» کدام است؟

دسته‌ای برای مشخص شدن تعدادشان گزاره «ما و ما و نصف ما و نصفه‌ای از نصف ما، گر تو هم با ما شوی جملگی صد می‌شویم» را می‌خوانند، تعداد آنها چند نفر است؟

$$\text{تساوی } ۵ = \frac{۱۰}{۱۰۰}x + x = \frac{۱۱}{۱۰}x$$

به صورت کلامی کدام گزینه می‌تواند باشد؟ (x : قیمت فروش کالا)

- ۱) ده درصد دو برابر قیمت فروش کالایی برابر ۵ شده است.
- ۲) قیمت کالایی پس از کسر ده درصد تخفیف از آن برابر ۵ شده است.
- ۳) ۱۰ درصد قیمت فروش کالایی به علاوه قیمت فروش آن برابر ۵ است.
- ۴) قیمت کالایی بعد از ۹۰ درصد تخفیف برابر ۵ شده است.

در کدام گزینه عبارت کلامی داده شده به نماد ریاضی آن تبدیل نشده است؟

۱) عددی به علاوه ۵، مساوی دو برابر آن عدد است. $\leftarrow x + 5 = 2x$

۲) حاصل ضرب دو عدد حقیقی، برابر مجموعشان است. $\leftarrow x \times y = x + y$

۳) مکعب یک عدد، بزرگتر از ۷ برابر آن عدد، به علاوه ۵ است. $\leftarrow x^3 > 7(x + 5)$

۴) دو برابر جذر عددی، برابر خودش است. $\leftarrow 2\sqrt{x} = x$

سایت علی جبرا
Algebra.com
پستیابی ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

سایت علی جبرا
Algebra.com
پستیابی ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

دانش آموزی ادعا می کند که تنها جواب معادله $x^2 - 2x = 0$ است، و استدلال او به صورت زیر است؟ چرا
استدلال او نادرست است؟

$$x^2 - 2x = 0$$

$$x(x - 2) = 0$$

$$\frac{x(x-2)}{x} = \frac{0}{x} \Rightarrow x - 2 = 0 \Rightarrow \boxed{x = 2}$$

در هر مورد گزاره‌ای همراه با یک استدلال نادرست برای آن داده شده است. دلیل نادرستی استدلال را بیان کنید.

الف) اگر طول و عرض یک مستطیل را دو برابر کنیم، آن گاه مساحت آن نیز دو برابر می‌شود.

در هر مورد گزاره‌ای همراه با یک استدلال نادرست برای آن داده شده است. دلیل نادرستی استدلال را بیان کنید.

ب) در یک مثلث قائم الزاویه به اضلاع قائمه a و b ووتر c همانند شکل زیر اگر ضلع a را دو برابر کنیم، آن‌گاه وتر آن نیز دو برابر می‌شود.

کدام گزینه نادرست است؟

- ۱) اگر به طول ضلع مربعی ۲ واحد اضافه کنیم به محیط آن ۸ واحد اضافه می شود.
- ۲) اگر به شعاع دایره‌ای ۱ واحد اضافه کنیم به محیط آن 2π اضافه می شود.
- ۳) اگر به طول مستطیلی ۲ واحد و به عرض آن ۱ واحد اضافه کنیم به محیط آن ۳ واحد اضافه می شود.
- ۴) اضلاع مربعی را دو برابر کنیم مساحت آن ۴ برابر می شود.

دانش آموزی ادعا می کند که معادله $x^2 - 4x + 3 = x - 3$ فقط یک ریشه دارد و آن $x = 2$ است، با توجه به استدلال زیر، در صورت وجود اشتباه در چه مرحله ای دچار اشتباه شده است؟

$$x^2 - 4x + 3 = x - 3$$

تجزیه سمت چپ

$$\xrightarrow{\text{مرحله ۱}} (x - 1)(x - 3) = x - 3$$

تقسیم دو طرف بر $x - 3$

$$\xrightarrow{\text{مرحله ۲}} x - 1 = 1$$

یافتن جواب

$$\xrightarrow{\text{مرحله ۳}} x = 2$$

از تساوی $x = \frac{2y-a}{y-1}$ می خواهیم y را به دست آوریم، در کدام گزینه درست استدلال شده است؟

$$x = \frac{2y-a}{y-1} \quad (2)$$

$$\Rightarrow xy - 1 = 2y - a$$

$$\Rightarrow xy - 2y = 1 - a$$

$$\Rightarrow y(x - 2) = 1 - a$$

$$y = \frac{1-a}{x-2}$$

$$x = \frac{2y-a}{y-1} \quad (1)$$

$$\Rightarrow xy - x = 2y - a$$

$$\Rightarrow xy - 2y = x - a$$

$$\Rightarrow y(x - 2) = x - a$$

$$\Rightarrow y = \frac{x-a}{x-2}$$

$$x = \frac{2y-a}{y-1} \quad (4)$$

$$\Rightarrow -xy = 2y - a$$

$$\Rightarrow -xy - 2y = -a$$

$$\Rightarrow y(-x - 2) = -a$$

$$\Rightarrow y = \frac{-a}{-x-2}$$

$$x = \frac{2y-a}{y-1} \quad (3)$$

$$\Rightarrow xy - x = 2y - a$$

$$\Rightarrow xy = \frac{2y-a}{-x}$$

$$\Rightarrow y = \frac{2y-a}{-x^2}$$

در مثال زیر خطأ در گام چندم استدلال زیر باعث شده تا استدلالی غلط به دست آید؟

$$\sqrt[3]{\frac{(x+1)^2}{4}} > \sqrt[3]{\frac{(y+1)^2}{4}}$$

مثال: اگر $x > y$ آنگاه $\sqrt[3]{\frac{(x+1)^2}{4}} > \sqrt[3]{\frac{(y+1)^2}{4}}$

$$(\sqrt[3]{\frac{(x+1)^2}{4}})^3 > (\sqrt[3]{\frac{(y+1)^2}{4}})^3$$

طرفین را به توان ۳ می‌رسانیم.

$$\frac{(x+1)^2}{4} > \frac{(y+1)^2}{4}$$

رادیکال از طرفین حذف می‌شود.

$$\sqrt{\frac{(x+1)^2}{4}} > \sqrt{\frac{(y+1)^2}{4}}$$

از طرفین جذر می‌گیریم.

$$\frac{x+1}{2} > \frac{y+1}{2}$$

طرفین را در ۲ ضرب می‌کنیم.

$$x+1 > y+1$$

۱ را از طرفین حذف می‌کنیم.

$$x > y$$

سایت طی جبرا Algebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

اگر $1 + x^2$ عددی زوج باشد، کدام نتیجه زیر نادرست است؟

۱) $x + 1$ زوج است.

۲) $(x + 1)^2$ فرد است.

۳) x فرد است.

۴) $(x + 1)^3$ زوج است.

در اثبات گزاره «اگر ارتفاع و قاعده مثلثی را دو برابر کنیم مساحت آن دو برابر می‌شود» در کدام مرحله از اثبات اشتباهی رخ داده

۱) ارتفاع مثلث : h ، قاعده مثلث : a (

$$2) \text{ مساحت مثلث } S = \frac{ah}{2}$$

$$3) \text{ مساحت مثلث جدید } S' = \frac{2ah}{2}$$

$$4) \frac{S'}{S} = \frac{\frac{2ah}{2}}{\frac{ah}{2}} = 2$$

برهان خلف یا نقیض گزاره

ثابت کنید اگر n عددی صحیح و 2^n زوج باشد؛ آن گاه n زوج است.

ثابت کنید اگر n عددی صحیح و 2^n فرد باشد آن‌گاه n فرد است.

ثابت کنید اگر k عددی صحیح و $k^2 + 1$ عددی زوج باشد، آن‌گاه k فرد است.

مقدمه ۱ : اگر امشب شب چهاردهم ماه باشد، آنگاه ماه کامل است.

مقدمه ۲ : امشب، شب چهاردهم ماه است.

نتیجه : ماه کامل است.

مقدمه ۱ : اگر باران بیارد، زمین خیس می شود.

مقدمه ۲ : زمین خیس شده است.

نتیجه : باران باریده است.

گزاره رو به رو را به صورت قیاس استثنایی بنویسید.

اگر کسی مرا دوست داشته باشد، روز تولدم برای من هدیه می خرد.

مقدمه‌ی (۱): اگر مثلثی متساوی‌الاضلاع باشد، آنگاه متساوی‌الساقین هم می‌باشد.
مقدمه‌ی (۲): \therefore مثلث ABC متساوی‌الساقین است. مثلث ABC متساوی‌الاضلاع است.

"اگر مثلثی متساوی الاضلاع باشد آن گاه متساوی الساقین نیز هست. می دانیم مثلث ABC متساوی الساقین است پس مثلث ABC متساوی الاضلاع است."

در مورد استدلال‌های زیر به ترتیب کدام گزینه صحیح است؟

- الف) اگر دو خط موازی باشند یکدیگر را قطع نمی‌کنند دو خط d_1 , d_2 موازی هستند پس یکدیگر را قطع نمی‌کنند.
- ب) اگر چهار ضلعی مربع باشد قطرهای آن یکدیگر را نصف می‌کنند در چهار ضلعی $ABCD$ قطرها یکدیگر را نصف می‌کنند، پس مربع است.
- ۱) مغالطه – قیاس استثنایی
۲) قیاس استثنایی – مغالطه
۳) قیاس استثنایی – قیاس استثنایی
۴) مغالطه – مغالطه

در جای خالی زیر، کدام گزینه قرار بگیرد تا قیاس استثنایی کامل گردد؟

مقدمه ۱: اگر $1 < x < 10$ آن‌گاه

مقدمه ۲: ۵ عدد بزرگتر از ۱ و کوچکتر از ۱۰ است.

نتیجه: ۲۵ بزرگتر از ۵ است.

$$x^2 > x \quad (۱) \quad x^2 \text{ مربع کامل است.}$$

$$x^2 < 5 \quad (۲) \quad x^2 \text{ مثبت است.}$$

کدام گزینه در مورد نوع استدلال‌های زیر درست است؟

الف) از اینکه دو خط موازی هیچ گاه یکدیگر را قطع نمی‌کنند و دو خط d_1 و d_2 موازی هستند، نتیجه می‌شود که دو خط d_1 و d_2 هم‌دیگر را قطع نمی‌کنند.

ب) مقدمه ۱: اگر باران نبارد، آنگاه زمین خیس نمی‌شود.

مقدمه ۲: زمین خیس نیست.

نتیجه: باران نمی‌بارد.

۱) قیاس استثنایی - مغالطه

۲) مغالطه - قیاس استثنایی

۱) قیاس استثنایی - مغالطه

۲) قیاس استثنایی - قیاس استثنایی

مقدمه (۱): اگر فردی به همه سؤالات یک درس در کنکور جواب درست بدهد، آن‌گاه درصدش برابر ۱۰۰ خواهد شد.

مقدمه (۲): امیر درس ریاضی را در کنکور ۱۰۰ ازده است.

∴ امیر به همه سؤالات درس ریاضی در کنکور جواب درست داده است.