

# آموزش ریاضی یازدهم انسانی

## استدلال ریاضی

(فصل اول - درس اول)

علی جبرا | سایت تخصصی آموزش ریاضی

**ALIGEBRA.COM**

۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به سایت **Algebra.com** است و هرگونه استفاده از این اثر و انتشار آن در پایگاه های مجازی بدون کسب مجوز ممنوع است و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار می گیرند.

گزاره‌های زیر را به صورت نماد ریاضی بازنویسی کنید.

$$\sqrt[2]{x} = x$$

(الف) دو برابر جذر عددی برابر خودش است.

$$x^2 > \sqrt{x+5}$$

(ب) مکعب یک عدد، بزرگ‌تر از هفت برابر آن عدد، به علاوه پنج است.

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \geq x + y$$

$$x^3 + y^3 \geq (x+y)^3$$

(پ) مجموع معکوس‌های دو عدد بزرگ‌تر یا مساوی مجموع آن دو عدد است.

(ت) مجموع مکعبات دو عدد بزرگ‌تر یا مساوی مکعب مجموع آن دو عدد است.

(ث) هر عدد ناصفری از معکوس خود بزرگ‌تر یا مساوی با آن است.

$$x \neq 0, \quad x \leq \frac{1}{x}$$

عبارات زیر را به صورت نماد ریاضی بازنویسی کنید.

$$x + 5 = 2x$$

الف) عددی به علاوه پنج، مساوی دو برابر آن عدد است.

$$x + x = x \cdot x$$

ب) حاصل ضرب دو عدد حقیقی، برابر مجموعشان است.

$$x \cdot x + 3 > x$$

پ) حاصل ضرب عددی در خودش به علاوه ۳، بزرگتر از خودش است.

$$\rightarrow x^2 + 3 > x$$

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

عبارت های زیر را با نماد ریاضی بنویسید.

$$x > 0, \sqrt{x} + x = 6$$

الف) جذر یک عدد مثبت به اضافه خود آن عدد برابر ۶ است.

$$x > 0, x + \frac{1}{x} \geq 2$$

ب) مجموع هر عدد مثبت با معکوسش از دو بزرگتر یا مساوی دو است.

$$x < 0, x + \frac{1}{x} \leq -2$$

پ) مجموع هر عدد منفی با معکوسش کوچکتر یا مساوی قرینه دو است.

ت) اختلاف مربع مجموع دو عدد از مربع تفاضل همان دو عدد با چهار برابر حاصلضرب آن دو عدد مساوی است.

$$(a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab$$

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

"مجموع معکوس عدد  $a$  و مکعب عدد  $a$  از دو برابر  $a$  چهار واحد کمتر است" با نماد ریاضی کدام است؟

$$\frac{1}{a} + a^3 = 2a - 4$$

عبارت ( مربع ثلث عددی از ۳ برابر نصف آن عدد ده واحد کمتر است ) به صورت نماد ریاضی کدام است؟

$$\left(\frac{x}{3}\right)^2 = \frac{3x}{2} - 10$$

$$\rightarrow \frac{x^2}{9} = \frac{3x}{2} - 10$$

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

عبارت «مربع ثلث عددی بعلاوه‌ی آن عدد برابر نصف مربع آن عدد است» به صورت نماد ریاضی کدام است؟

$$\left(\frac{x}{3}\right)^2 + x = \frac{x^2}{2}$$

$$\rightarrow \frac{x^2}{9} + x = \frac{x^2}{2}$$

نماد ریاضی عبارت کلامی «مجذور مجموع دو عدد حقیقی از مجموع مجذور آن دو عدد بزرگ تر است.» کدام است؟  
① ② ① ②

$$x, y \in \mathbb{R}, (x+y)^2 > x^2 + y^2$$



دسته‌ای برای مشخص شدن تعدادشان گزاره «ما و ما و نصف ما و نصفه‌ای از نصف ما، گر تو هم با ما شوی جملگی صد می‌شویم» را می‌خواندند، تعداد آنها چند نفر است؟

$\frac{1}{4}x$        $\frac{1}{2}x$        $x$        $x$

$$x + x + \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}x + 1 = 100$$

$$\frac{11}{4}x = 99 \rightarrow x = 36$$

تساوی  $\frac{10}{100}x + x = 5$  به صورت کلامی کدام گزینه می تواند باشد؟ ( $x$ : قیمت فروش کالا)

(۱) ده درصد دو برابر قیمت فروش کالایی برابر ۵ شده است.

(۲) قیمت کالایی پس از کسر ده درصد تخفیف از آن برابر ۵ شده است.

(۳) ۱۰ درصد قیمت فروش کالایی به علاوه قیمت فروش آن برابر ۵ است. ✓

(۴) قیمت کالایی بعد از ۹۰ درصد تخفیف برابر ۵ شده است.

$$۱) \frac{10}{100} (2x) = 5$$

$$۳) \frac{10}{100} x + x = 5$$

$$۲) x - \frac{10}{100} x = 5$$

$$۴) x - \frac{90}{100} x = 5$$

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

در کدام گزینه عبارت کلامی داده شده به نماد ریاضی آن تبدیل نشده است؟

✓ (۱) عددی به علاوه ۵، مساوی دو برابر آن عدد است.  $\leftarrow \underline{x + 5} = \underline{2x}$

✓ (۲) حاصل ضرب دو عدد حقیقی، برابر مجموعشان است.  $\leftarrow \underline{x \times y} = \underline{x + y}$

$$x^3 > \sqrt{x+5}$$

(۳) مکعب یک عدد، بزرگتر از ۷ برابر آن عدد، به علاوه ۵ است.  $\leftarrow \underline{x^3} > \underline{7(x+5)}$

(۴) دو برابر جذر عددی، برابر خودش است.  $\leftarrow \underline{2\sqrt{x}} = \underline{x}$

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

$$\boxed{\cancel{x-1}}(x+2) = \boxed{\cancel{x-1}}$$

$$(x-1)(x+2) = x-1 \rightarrow (x-1)(x+2) - (x-1) = 0$$

$$\rightarrow \underline{(x-1)} \underline{(x+2-1)} = 0 \rightarrow \left| \begin{array}{l} x=1 \quad \checkmark \\ x=-1 \quad \checkmark \end{array} \right.$$

فرض  $a = b$   $\begin{matrix} a=1 \\ b=1 \end{matrix}$  1=1 ?

$\times a \rightarrow a^r = ab$

$\cancel{5}x \neq 4x \neq$

$-b^r \rightarrow a^r - b^r = ab - b^r$

$\cancel{5} = 4 \quad \Sigma \Sigma$

$\rightarrow \underline{\underline{(a-b)}}(a+b) = b \underline{\underline{(a-b)}} \quad \Sigma \Sigma$

$\rightarrow a+b = b \rightarrow r=1 ?$

دانش آموزی ادعا می کند که تنها جواب معادله ی  $x^2 - 2x = 0$  برابر  $x = 2$  است، و استدلال او به صورت زیر است؟ چرا استدلال او نادرست است؟

$$x^2 - 2x = 0$$

$$\underline{x(x - 2)} = 0 \quad \checkmark$$

$$\frac{\underline{x}(x-2)}{\underline{x}} = \frac{0}{\underline{x}} \Rightarrow x - 2 = 0 \Rightarrow \boxed{x = 2} \quad \text{نقص}$$

$$x^2 - 2x = 0 \rightarrow \underline{x}(\underline{x-2}) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \quad \checkmark \\ x = 2 \quad \checkmark \end{cases}$$

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

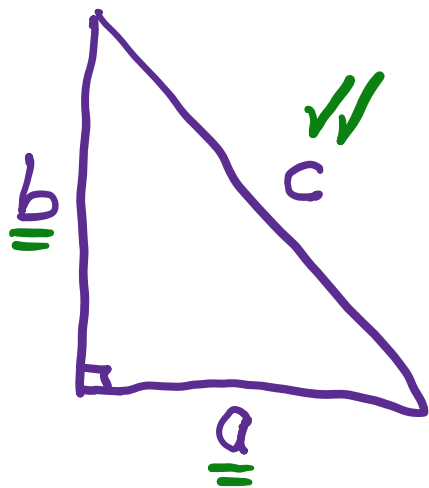
در هر مورد گزاره‌ای همراه با یک استدلال نادرست برای آن داده شده است. دلیل نادرستی استدلال را بیان کنید.

(الف) اگر طول و عرض یک مستطیل را دو برابر کنیم، آن گاه مساحت آن نیز دو برابر می‌شود.

$$S = x \cdot y \xrightarrow{\text{دو برابر کردن}} \begin{matrix} x \rightarrow 2x \\ y \rightarrow 2y \end{matrix} \rightarrow S = (2x)(2y) = 4xy$$

در هر مورد گزاره‌ای همراه با یک استدلال نادرست برای آن داده شده است. دلیل نادرستی استدلال را بیان کنید.

(ب) در یک مثلث قائم الزاویه به اضلاع قائمه  $a$  و  $b$  و وتر  $c$  همانند شکل زیر اگر ضلع  $a$  را دو برابر کنیم، آن گاه وتر آن نیز دو برابر می‌شود.



$$c = \sqrt{\underline{b}^2 + a^2}$$

$$\rightarrow \cancel{2}c = \sqrt{b^2 + (\cancel{2}a)^2}$$

$$\rightarrow \underline{\cancel{2}c} = \sqrt{\underline{b}^2 + \underline{\cancel{2}a}^2} \quad \times$$

$$\begin{array}{l} a \rightarrow \underline{\cancel{2}a} \\ b \rightarrow \underline{\cancel{2}b} \end{array} \rightarrow \sqrt{\cancel{2}b^2 + \cancel{2}a^2} = \sqrt{\underline{\cancel{2}} (b^2 + a^2)} \\ = \underline{\cancel{2}} \sqrt{b^2 + a^2} = \underline{\cancel{2}c}$$



کدام گزینه نادرست است؟

$$= 4x + 1 = \boxed{P + 1} \checkmark$$

$$P = 4x \rightarrow 4(x+1)$$

(۱) اگر به طول ضلع مربعی ۲ واحد اضافه کنیم به محیط آن ۸ واحد اضافه می شود.

$$P + 2\pi \checkmark$$

(۲) اگر به شعاع دایره‌ای ۱ واحد اضافه کنیم به محیط آن  $2\pi$  اضافه می شود.  $P = 2\pi r \rightarrow 2\pi(r+1) = \underline{2\pi r + 2\pi}$

$$P = 2x + 2y$$

(۳) اگر به طول مستطیلی ۲ واحد و به عرض آن ۱ واحد اضافه کنیم به محیط آن ۳ واحد اضافه می شود.

$$P + 3$$

$$y + 1$$

$$x + 2$$

$$P = 2x + 2 + 2y + 1 = 2x + 2y + 3 = \boxed{P + 3} \checkmark$$

(۴) اگر اضلاع مربعی را دو برابر کنیم مساحت آن ۴ برابر می شود.

$$S = x^2$$

$$(2x)^2 = 4x^2 = 4S \checkmark$$


سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

دانش آموزی ادعا می کند که معادله  $x^2 - 4x + 3 = x - 3$  فقط یک ریشه دارد و آن  $x = 2$  است، با توجه به استدلال زیر، در صورت وجود اشتباه در چه مرحله ای دچار اشتباه شده است؟

$$x^2 - 4x + 3 = x - 3$$

تجزیه سمت چپ  
مرحله ۱  $\longrightarrow (x-1)(x-3) = x-3$

تقسیم دو طرف بر  $x-3$   
مرحله ۲  $\longrightarrow x-1 = 1$  

یافتن جواب  
مرحله ۳  $\longrightarrow x = 2$

$$\rightarrow (x-1)(x-3) - (x-3) = 0$$

$$\rightarrow (x-3)(x-1-1) = 0 \quad \left| \begin{array}{l} x=2 \\ x=3 \end{array} \right.$$

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

از تساوی  $x = \frac{2y-a}{y-1}$  می‌خواهیم  $y$  را به دست آوریم، در کدام گزینه درست استدلال شده است؟

$$\underline{x} = \frac{2y-a}{y-1} \quad (1)$$

$$\Rightarrow xy - 1 = 2y - a$$

$$\Rightarrow xy - 2y = 1 - a$$

$$\Rightarrow y(x-2) = 1-a$$

$$y = \frac{1-a}{x-2}$$

$$x = \frac{2y-a}{y-1} \quad (2)$$

$$\Rightarrow -xy = 2y - a$$

$$\Rightarrow -xy - 2y = -a$$

$$\Rightarrow y(-x-2) = -a$$

$$\Rightarrow y = \frac{-a}{-x-2}$$

$$\underline{x} = \frac{2y-a}{y-1} \quad (1)$$

$$\Rightarrow xy - x = 2y - a$$

$$\Rightarrow xy - 2y = x - a$$

$$\Rightarrow y(x-2) = x-a$$

$$\Rightarrow y = \frac{a-x}{2-x}$$

$$y = \frac{x-a}{x-2}$$

$$x = \frac{2y-a}{y-1} \quad (3)$$

$$\Rightarrow xy - x = 2y - a$$

$$\Rightarrow xy = \frac{2y-a}{-x}$$

$$\Rightarrow y = \frac{2y-a}{-x^2}$$

در مثال زیر خطا در گام چندم استدلال زیر باعث شده تا استدلالی غلط به دست آید؟

مثال: اگر  $x > y$  آنگاه  $\sqrt[3]{\frac{(x+1)^2}{4}} > \sqrt[3]{\frac{(y+1)^2}{4}}$

گام اول:  $\sqrt[3]{\frac{(x+1)^2}{4}} > \sqrt[3]{\frac{(y+1)^2}{4}}$

گام دوم:  $(\sqrt[3]{\frac{(x+1)^2}{4}})^3 > (\sqrt[3]{\frac{(y+1)^2}{4}})^3$

طرفین را به توان ۳ می‌رسانیم. ✓

$$\sqrt{x^2} = |x|$$

گام سوم:  $\frac{(x+1)^2}{4} > \frac{(y+1)^2}{4}$

رادیکال از طرفین حذف می‌شود. ✓

گام چهارم:  $\sqrt{\frac{(x+1)^2}{4}} > \sqrt{\frac{(y+1)^2}{4}}$

از طرفین جذر می‌گیریم. ✓

گام پنجم:  $\frac{x+1}{2} > \frac{y+1}{2}$

طرفین را در ۲ ضرب می‌کنیم.

$$\frac{|x+1|}{2} > \frac{|y+1|}{2}$$

گام ششم:  $x+1 > y+1$

۱ را از طرفین حذف می‌کنیم.

گام هفتم:  $x > y$

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

اگر  $x^2 + 1$  عددی زوج باشد، کدام نتیجه زیر نادرست است؟

(۱)  $x$  فرد است.

(۲)  $x + 1$  زوج است.

(۳)  $(x + 1)^2$  زوج است.

(۴)  $x^3 + 1$  فرد است.

۱)  $x = 3 \rightarrow x^2 + 1 = 9 + 1 = 10 \checkmark$

۲)  $x + 1 = 4 \rightarrow x = 3 \rightarrow \checkmark$

۳)  $(x + 1)^2 = 16 \rightarrow x + 1 = 4 \rightarrow x = 3 \rightarrow \checkmark$

۴)  $x^3 + 1 = 9 \rightarrow x^3 = 8 \rightarrow x = 2 \rightarrow x^2 + 1 = 4 + 1 = 5$

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

در اثبات گزاره «اگر ارتفاع و قاعده مثلثی را دو برابر کنیم مساحت آن دو برابر می شود» در کدام مرحله از اثبات اشتباهی رخ داده

۱) ارتفاع مثلث  $h$  ، قاعده مثلث  $a$  :

۲) مساحت مثلث  $S = \frac{ah}{2}$

۳) مساحت مثلث جدید  $S' = \frac{2ah}{2}$

۴)  $\frac{S'}{S} = \frac{\frac{2ah}{2}}{\frac{ah}{2}} = 2$

$$\frac{(2a)(2h)}{2} = \frac{4ah}{2}$$

زوج =  $2k$

فرد =  $2k+1$  ،  $2k-1$

ثابت کنید اگر  $n$  عددی صحیح و  $n^2$  زوج باشد؛ آن گاه  $n$  زوج است.

فرض  $n^2$  زوج :  
صحت :  $n$  زوج

~~✓~~

$n = 2k+1$  فرد  $\rightarrow n^2 = (2k+1)^2 = 2k^2 + 2k + 1$   
 $= 2(\underbrace{2k^2 + 2k}_{k'}) + 1 = \underline{2k'+1}$  فرد  $\times$

ثابت کنید اگر  $n$  عددی صحیح و  $n^2$  فرد باشد آن گاه  $n$  فرد است.

فرد  $n^2$  : فرض  
فرد  $n$  : صحیح

ثابت

$$n = 2k \rightarrow n^2 = (2k)^2 = 4k^2 = 2(2k^2) = 2k'$$

توجه

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹



ثابت کنید اگر  $k$  عددی صحیح و  $k^2 + 1$  عددی زوج باشد، آن گاه  $k$  فرد است.

زوج:  $k^2 + 1$   
فرد:  $k$

$$k = 2n \rightarrow (2n)^2 + 1 = 4n^2 + 1 = 2(2n^2) + 1$$

$$\rightarrow 2n^2 + 1 \rightarrow \text{فرد} \quad \times$$

$$"P \Rightarrow Q \equiv \sim Q \Rightarrow \sim P"$$

مقدمه ۱: اگر امشب شب چهاردهم ماه باشد، آنگاه ماه کامل است.

①

مقدمه ۲: امشب، شب چهاردهم ماه است.

①

نتیجه: ماه کامل است.

②

مقدمه ۱: اگر باران ببارد، زمین خیس می شود.

①

مقدمه ۲: زمین خیس شده است.

①

نتیجه: باران باریده است.

②

گزاره روبه‌رو را به صورت قیاس استثنایی بنویسید.

اگر کسی مرا دوست داشته باشد، روز تولدم برای من هدیه می‌خرد.

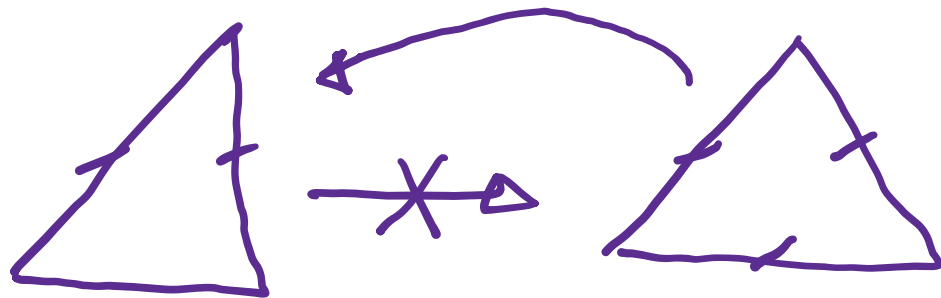
\* علی مرا دوست دارد ، علی روز تولدم برای من هدیه می‌خرد

\* علی برای من هدیه می‌خرد ، علی مرا دوست دارد . (  $x, y$  )

مقدمه ی (۱): اگر مثلثی متساوی الاضلاع باشد، آنگاه متساوی الساقین هم می باشد.  
مقدمه ی (۲): مثلث  $ABC$  متساوی الساقین است. مثلث  $ABC$  متساوی الاضلاع است.

نقطه

مخالصه



سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

"اگر مثلثی متساوی الاضلاع باشد آن گاه متساوی الساقین نیز هست. می دانیم مثلث  $ABC$  متساوی الساقین است پس مثلث  $ABC$  متساوی الاضلاع است."

استدلال نادیده  
نوع مخالفه

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

در مورد استدلال‌های زیر به ترتیب کدام گزینه صحیح است؟

الف) اگر دو خط موازی باشند یکدیگر را قطع نمی‌کنند دو خط  $d_1, d_2$  موازی هستند پس یکدیگر را قطع نمی‌کنند.

①

②

③

④

ب) اگر چهار ضلعی مربع باشد قطرهای آن یکدیگر را نصف می‌کنند در چهار ضلعی  $ABCD$  قطرهای یکدیگر را نصف می‌کنند، پس مربع است.

①

②

③

④

~~۱) مغالطه - قیاس استثنایی~~

~~۲) قیاس استثنایی - قیاس استثنایی~~

~~۳) قیاس استثنایی - مغالطه~~

~~۴) مغالطه - مغالطه~~

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

در جای خالی زیر، کدام گزینه قرار بگیرد تا قیاس استثنایی کامل گردد؟

مقدمه ۱: اگر  $1 < x < 10$ ، آن گاه  $x^2 > x$ .....

مقدمه ۲: عدد  $x^2$  بزرگتر از ۱ و کوچکتر از ۱۰ است.

نتیجه:  $x^2$  بزرگتر از ۵ است.

$$1 < x < 10$$

$$x^2 > x$$

(۱)  $x^2$  مثبت است.

$$x^2 < 5 \quad (۲)$$

(۳)  $x^2$  مربع کامل است.

$$x^2 > x \quad (۴)$$

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

کدام گزینه در مورد نوع استدلال‌های زیر درست است؟

الف) از اینکه دو خط موازی هیچ گاه یکدیگر را قطع نمی‌کنند و دو خط  $d_1$  و  $d_2$  موازی هستند، نتیجه می‌شود که دو خط  $d_1$  و  $d_2$  همدیگر را قطع نمی‌کنند.

ب) مقدمه ۱: اگر باران نبارد، آنگاه زمین خیس نمی‌شود.  
مقدمه ۲: زمین خیس نیست.  
نتیجه: باران نمی‌بارد.

~~(۲) مغالطه - مغالطه~~  
~~(۴) مغالطه - قیاس استثنایی~~

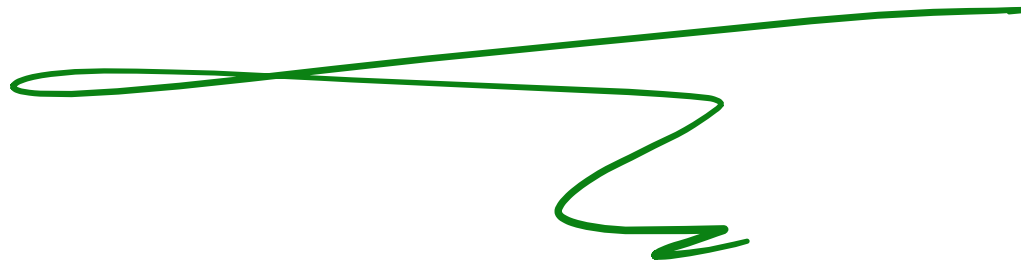
~~(۱) قیاس استثنایی - مغالطه~~  
~~(۳) قیاس استثنایی - قیاس استثنایی~~



مقدمه «۱»: اگر فردی به همه سوالات یک درس در کنکور جواب درست بدهد، آن گاه درصدش برابر ۱۰۰ خواهد شد.  
مقدمه «۲»: امیر درس ریاضی را در کنکور ۱۰۰ زده است.  
∴ امیر به همه سوالات درس ریاضی در کنکور جواب درست داده است.

①

مخالصه



سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹