

آموزش ریاضی دهم انسانی

حل تمرین های فصل دوم

(تابع)

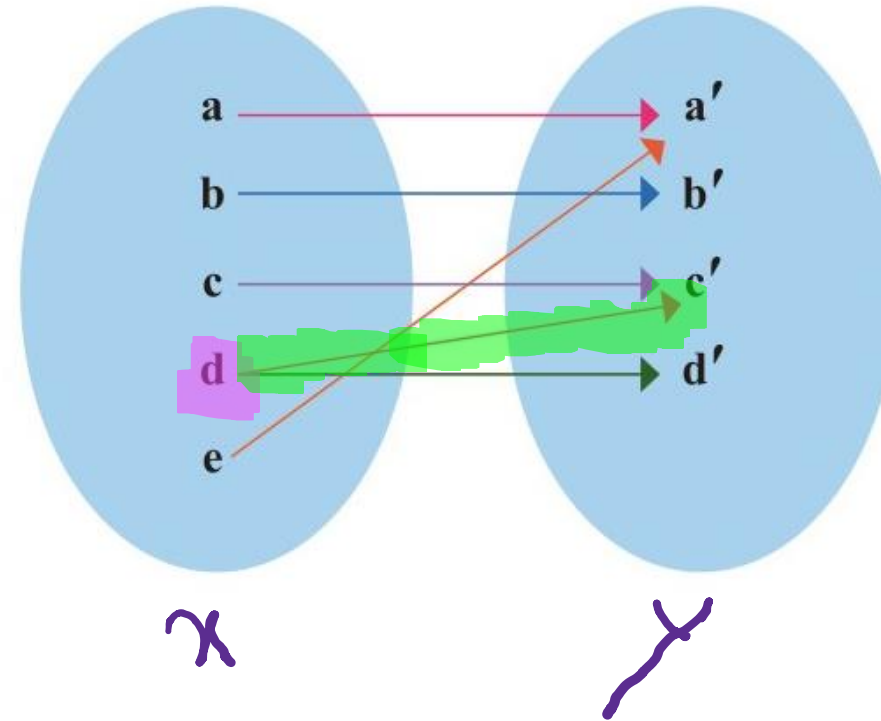
علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹ – ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به سایت **Aligebra.com** است و هرگونه استفاده از این اثر و انتشار آن در پایگاه های مجازی بدون کسب مجوز ممنوع است و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار می گیرند.

۱. نمودار پیکانی یک رابطه رسم شده است. با حذف کدام عضو این رابطه تابع خواهد شد؟



۲. اگر A مجموعه‌ای ۳ عضوی و B مجموعه‌ای ۲ عضوی فرض شود. سه تابع از مجموعه A به مجموعه B را تعریف کنید.

$$A = \{a, b, c\} \quad B = \{1, 2\}$$

$$f_1 = \{(a, 1), (b, 1), (c, 2)\}$$

$$f_2 = \{(a, 1), (b, 2), (c, 2)\}$$

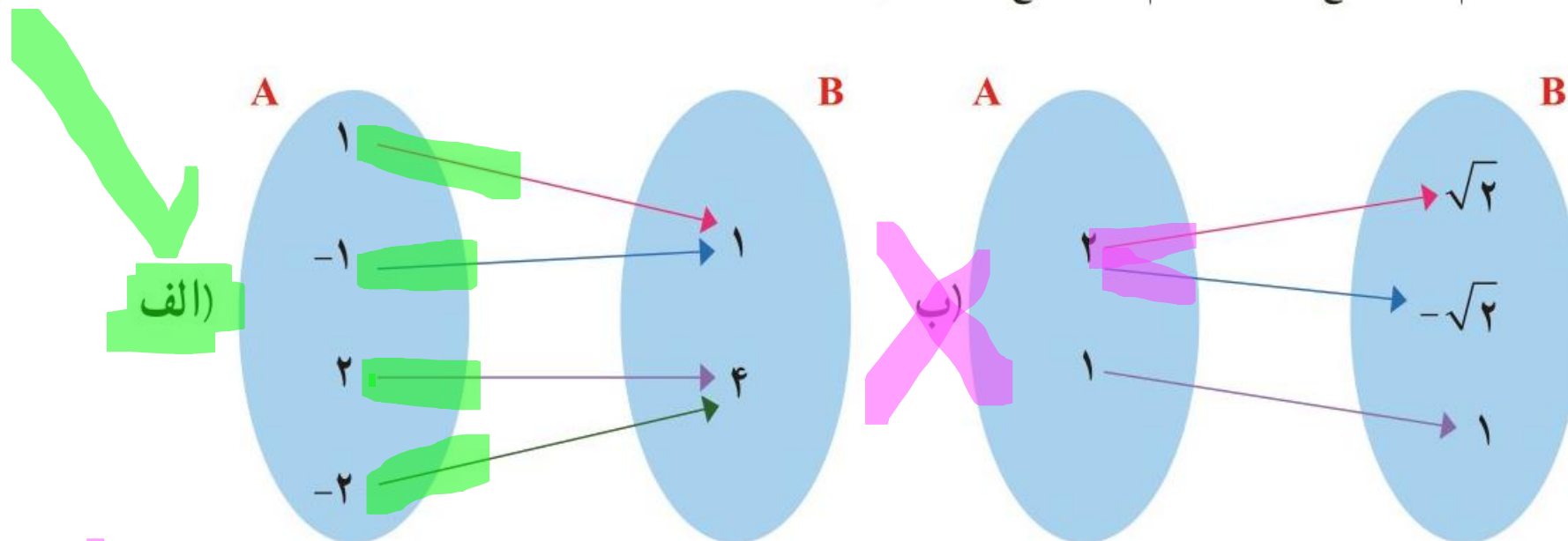
$$f_3 = \{(a, 2), (b, 2), (c, 1)\}$$

۳. در رابطه زیر جاهای خالی را اعدادی قرار دهید که این رابطه تابع نباشد.

$$f = \{(2, 3), (\dots, 5), (3, \dots), (\dots, \dots)\}$$

$$f = \{(2, 3), (2, 5), (3, 10), (9, 5)\}$$

۴. کدام رابطه تابع است و کدام رابطه تابع نیست؟ چرا؟



(پ) $f = \{(2, 1), (3, 2), (2, 2), (3, 4), (5, 1)\}$

(ت) رابطه‌ای که به هر شخص، شماره ملی او را نسبت می‌دهد.

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۵. اگر رابطه f تابع باشد، در این صورت حاصل $x^2 + y^2$ را به دست آورید. (مجموعه f را پس از محاسبه x و y بنویسید).

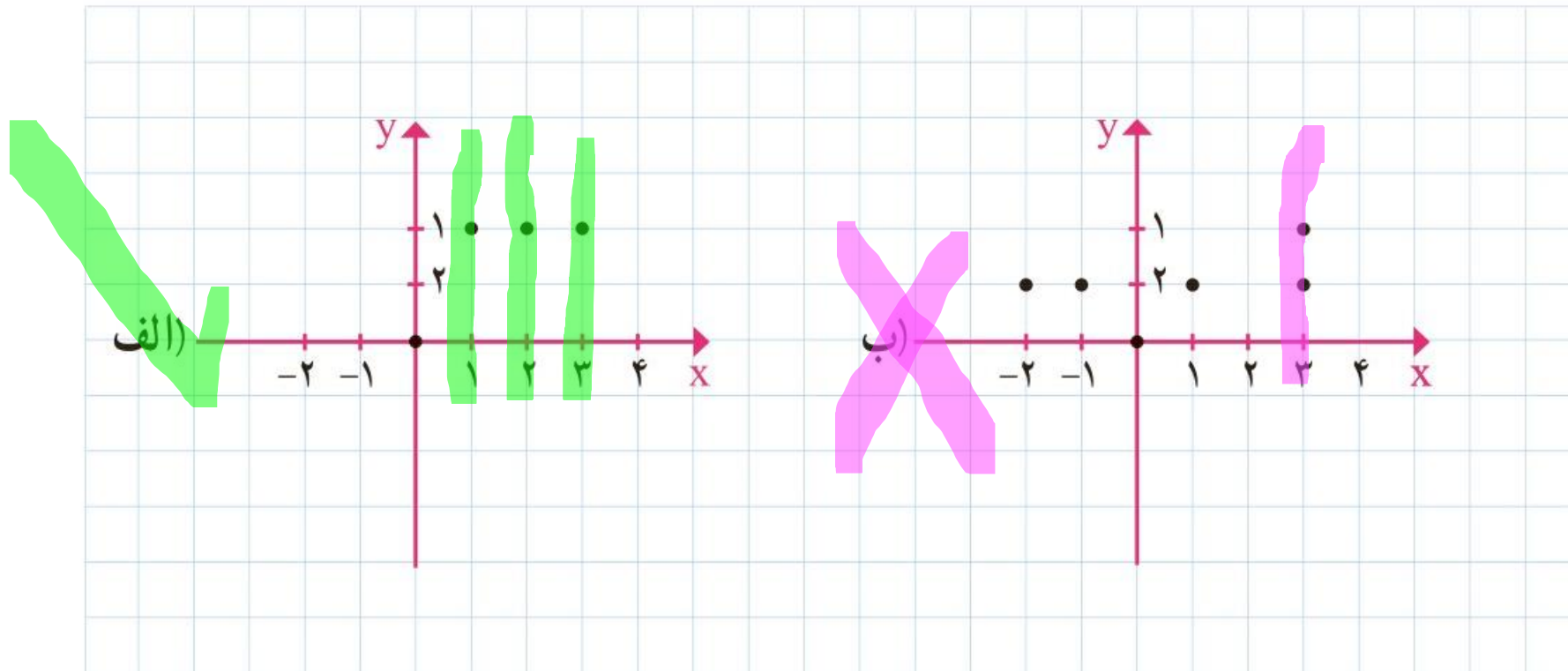
$$f = \{(2, x+y), (2, 4), (5, 2), (3, 4), (5, x-y)\}$$

$$\begin{array}{l} x+y=2 \\ x-y=2 \end{array} \rightarrow x+y=2 \rightarrow y=1$$

$$\begin{array}{l} x+y=2 \\ x-y=2 \end{array} \rightarrow x=0$$

$$f = \{(2, 2), (5, 2), (3, 4)\}$$

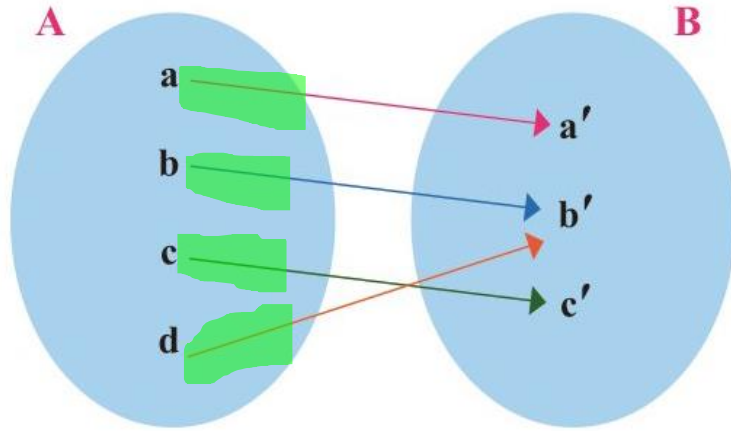
۶. نمودار کدام رابطه یک تابع را مشخص می کند؟



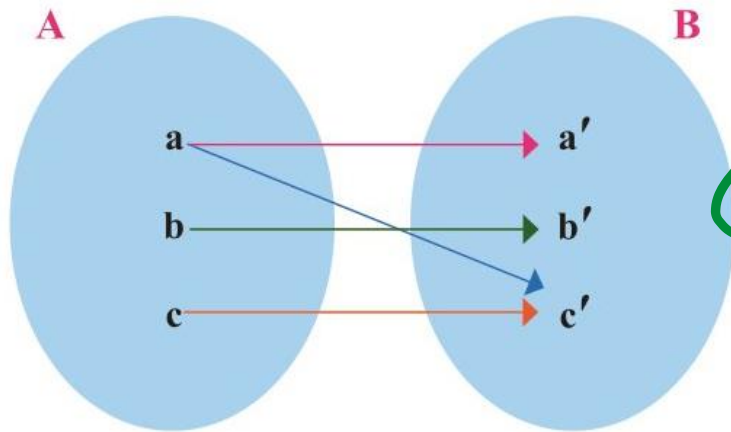
ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۱. کدام یک از رابطه‌های زیر تابع است؟ چرا؟ برای هر رابطه نمودار مختصاتی را رسم کنید.



$$f = \{(a, a'), (b, b'), (c, c'), (d, c')\}$$



$$g = \{(a, a'), (a, b'), (b, c'), (c, c')\}$$

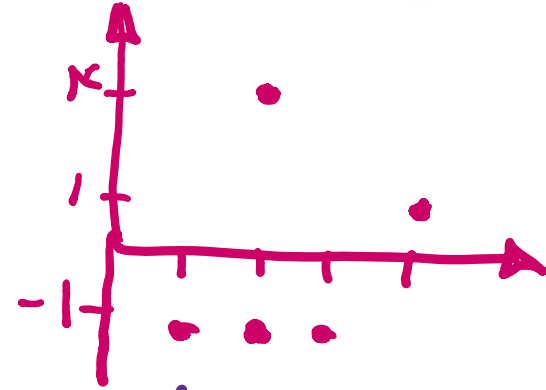
ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

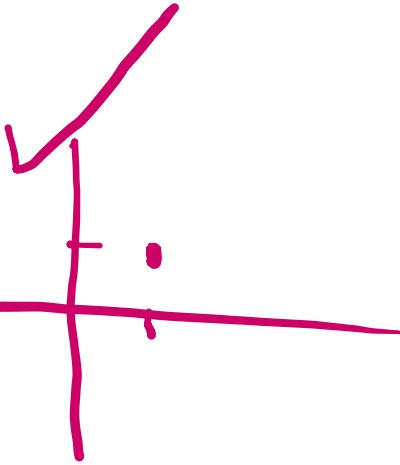
۱. کدام یک از رابطه‌های زیر تابع است؟ چرا؟ برای هر رابطه نمودار مختصاتی را رسم کنید.

پ) $f = \{(2, -1), (3, -1), (1, -1), (4, 1), (2, 4)\}$

X

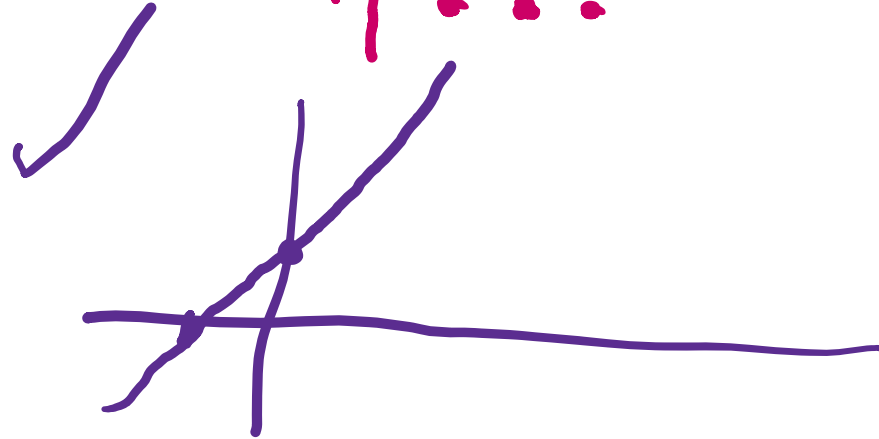


ت) $g = \{(1, 1)\}$



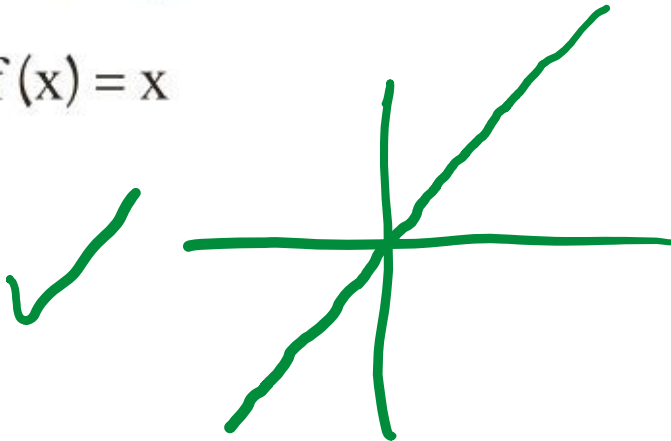
ث) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$f(x) = 2x + 1$



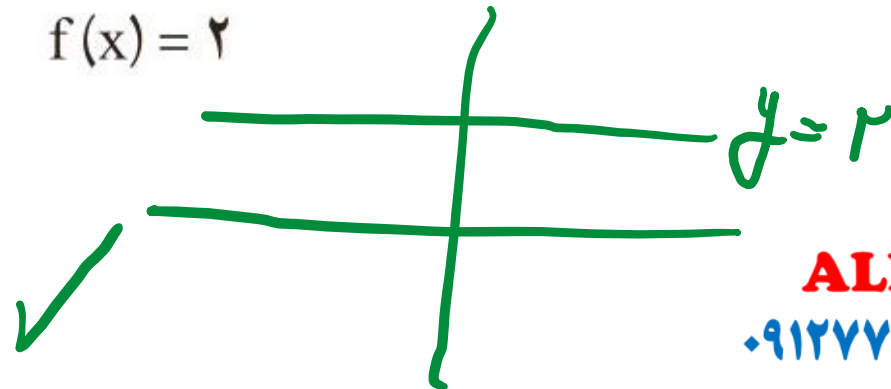
ج) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$f(x) = x$



ح) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$f(x) = 2$



ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۲. بُرد هریک از توابع زیر را با توجه به ضابطه و دامنه داده شده، به دست آورید.

الف) $f: A \rightarrow B$
 $f(x) = x^2 + x + 1$, $A = \{0, -1, 1, 2, -2\}$

$$R_f = \{1, 3, 5\}$$

$$\begin{aligned} f(0) &= 1 & f(-1) &= 1 & f(1) &= 3 \\ f(2) &= 5 & f(-2) &= 3 \end{aligned}$$

ب) $f: A \rightarrow B$
 $f(x) = \frac{x+1}{x}$, $A = \{\frac{1}{2}, 1, -1, 2, -2\}$

$$R_f = \{0, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, 2, 3\}$$

$$f(\frac{1}{2}) = 3 \quad f(1) = 2 \quad f(-1) = 0$$

$$f(2) = \frac{3}{2} \quad f(-2) = \frac{1}{2}$$

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۲. بُرد هریک از توابع زیر را با توجه به ضابطه و دامنه داده شده، به دست آورید.

پ) $f: A \rightarrow B$
 $f(x) = \sqrt{x+1}$, $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 8\}$

$$R_f = \{1, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{9}\}$$

$$f(0) = 1 \quad f(1) = \sqrt{2} \quad f(4) = \sqrt{8}$$
$$f(2) = \sqrt{3} \quad f(8) = 3$$

ت) $f: A \rightarrow B$
 $f(x) = x$, $A = \mathbb{N} = \{0, 1, 2, \dots\}$

$$R_f = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$$

ث) $f: A \rightarrow B$
 $f(x) = 0$, $A = \mathbb{R}$

$$R_f = \{0\}$$

۳. تابع f به هر عدد حقیقی، دو برابر مکعب همان عدد، منهای ۴ را نسبت می دهد. f کدام تابع است؟
حاصل $f(3)$ را بیابید.

الف) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $f(x) = 2(x - 4)^3$

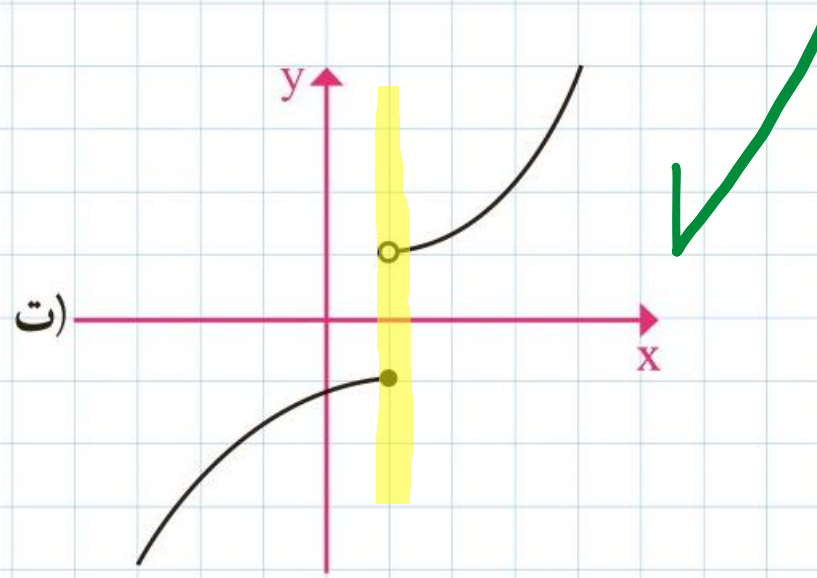
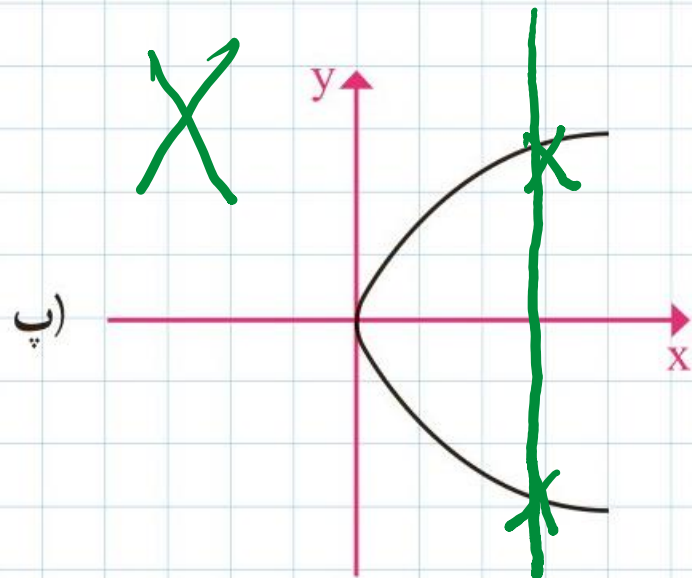
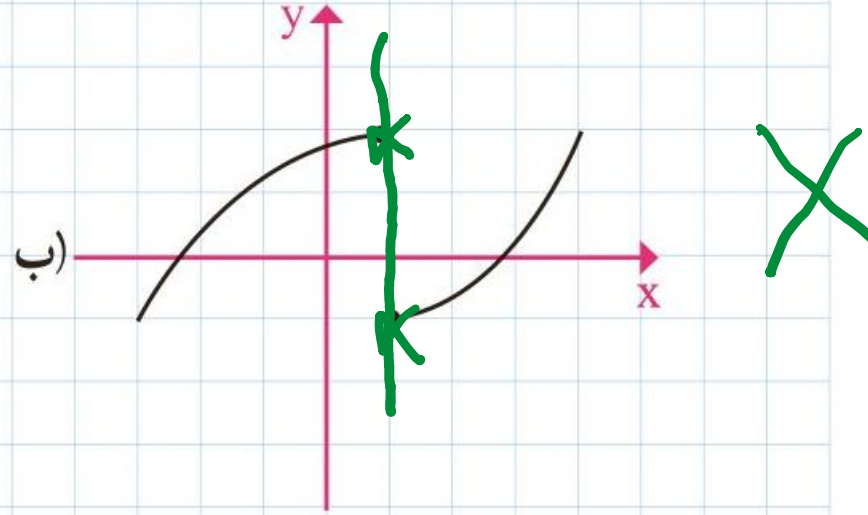
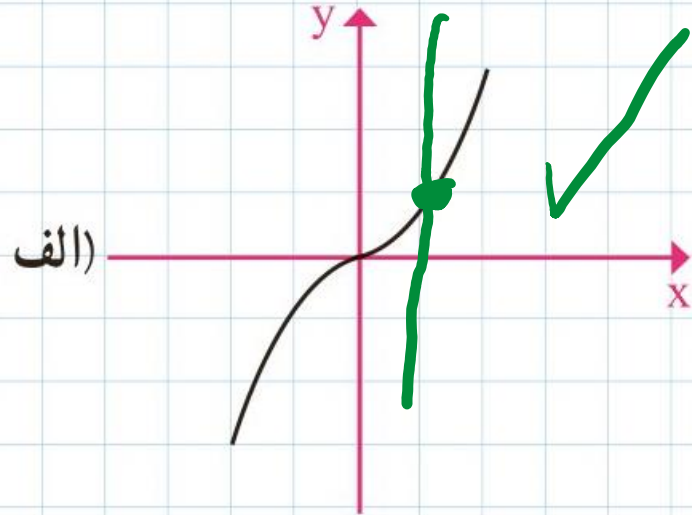
ب) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $f(x) = 2\sqrt[3]{x - 4}$

پ) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $f(x) = 2x^3 - 4$

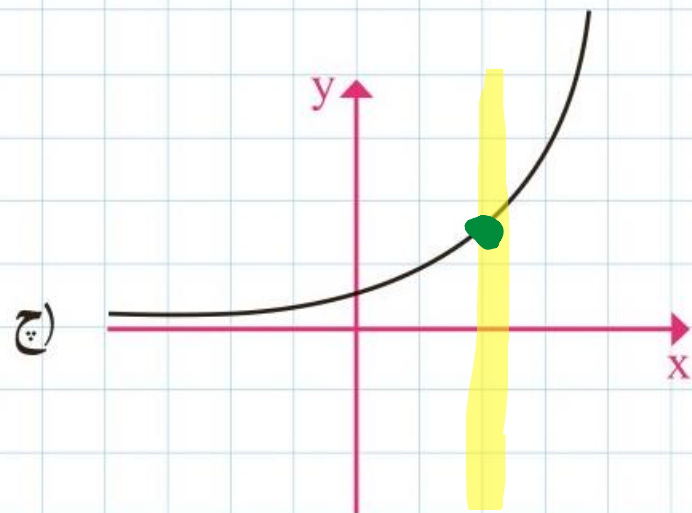
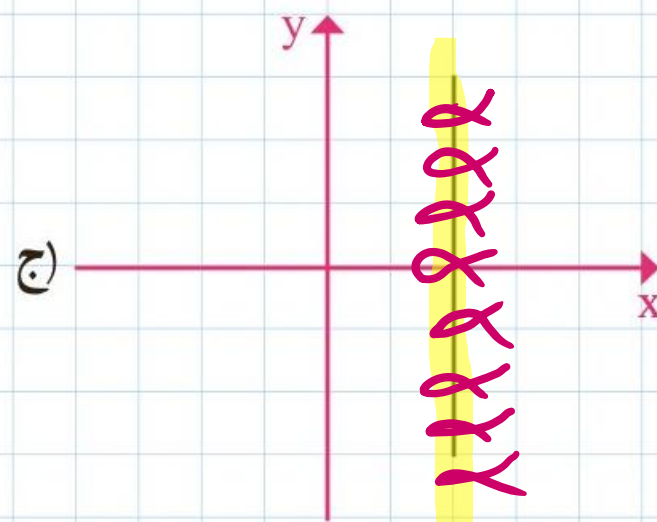
ت) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $f(x) = 2\sqrt{x} - 4$

$$f(3) = 2 \times 3^3 - 4 = 54 - 4 = 50$$

۴. کدام نمودار، نمایش یک تابع می باشد؟ چرا؟



۴. کدام نمودار، نمایش یک تابع می باشد؟ چرا؟



۱. مقادیر m و n را چنان بیابید تا در تابع با ضابطه $f(x) = mx + n$ داشته باشیم: $f(1) = 1$ و $f(2) = 4$.

$$f(1) = 1 \longrightarrow m + n = 1$$

$$f(2) = 4 \longrightarrow 2m + n = 4$$

$$+ \begin{cases} m + n = 1 & m = 2 \\ 2m + n = 4 \end{cases} \longrightarrow 4 + n = 4 \longrightarrow n = -2$$

$$\begin{cases} -m - n = -1 \end{cases} \longrightarrow -2 + 2 = -1 = -1 \quad \checkmark$$

$$m = 2$$

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

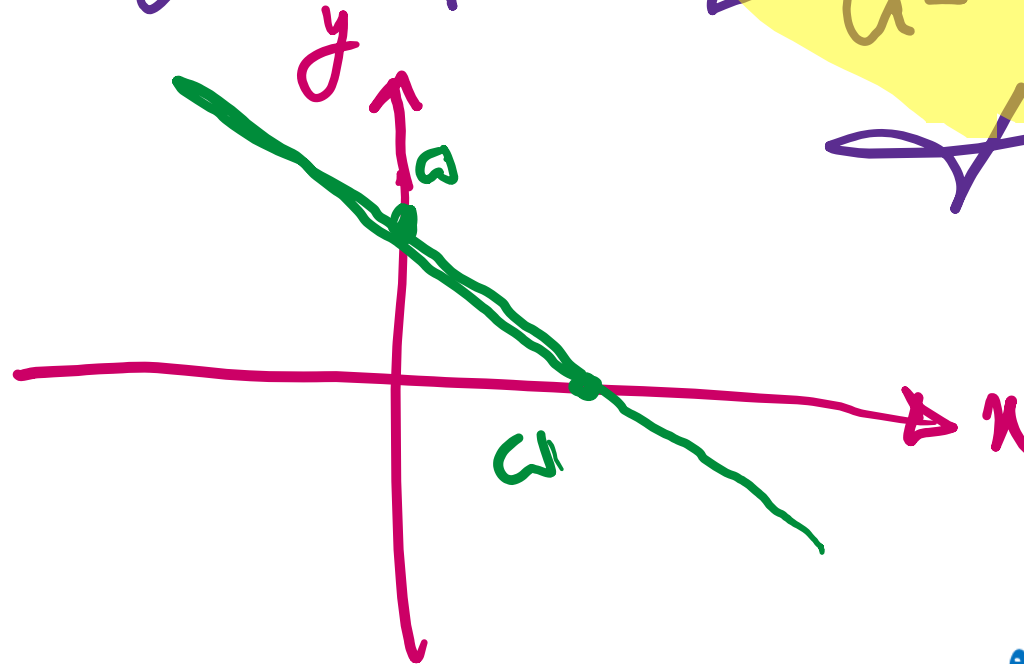
۲. ضابطه تابع خطی f را که از نقاط (۲,۳) و (۴,۱) می گذرد، مشخص کنید و نمودار آن را رسم نمایید.

$$y = ax + b \rightarrow \begin{cases} 1a + b = 1 \rightarrow -1 + b = 1 = 1 \checkmark \\ 2a + b = 3 \xrightarrow{a=-1} -2 + b = 3 \rightarrow b = 5 \end{cases}$$

$$1a = -1 \rightarrow a = -1$$

$$y = -x + 5$$

x	0	5
y	5	0



ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

$$y = ax + b$$

۳. در تابع خطی f داریم $f(1)=5$ و $f(2)=8$ ، مقادیر $f(-3)$ و $f(5)$ را بیابید.

$$\begin{cases} 1a + b = 5 \\ a + b = 8 \end{cases} \xrightarrow{a=3} \begin{cases} 3 + b = 5 \\ 3 + b = 8 \end{cases} \rightarrow b = 2$$

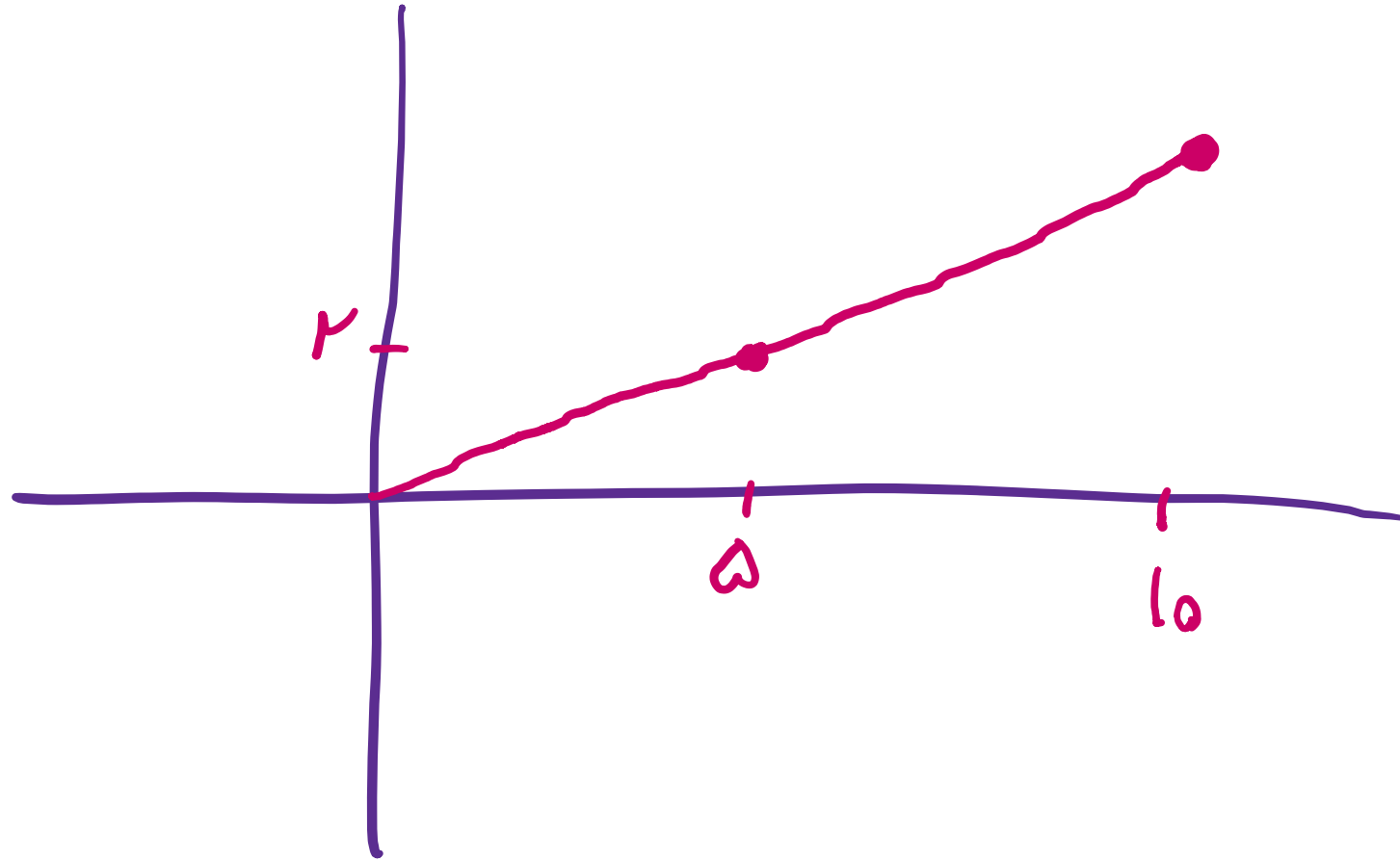
$a = 3$

$$y = 3x + 2 \rightarrow \begin{cases} f(5) = 15 + 2 = 17 \\ f(-3) = -9 + 2 = -7 \end{cases}$$

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۴. نمودار تابعی خطی را رسم کنید که دامنه آن برابر $A = \{x \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x \leq 10\}$ و از نقطه $M \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}$ بگذرد.



ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۵. نمودار یک تابع خطی از مبدأ می‌گذرد و $f(2) = 7$ است. در این صورت اختلاف $f(0/1)$ و $f(-0/1)$ را به دست آورید.

$$f(0) = 0$$

$$f(2) = 7$$

$$y = ax + b \rightarrow \begin{cases} 0 + b = 0 \rightarrow b = 0 \\ 2a + 0 = 7 \rightarrow a = \frac{7}{2} \end{cases}$$

$$y = ax + b = \frac{7}{2}x \rightarrow \begin{cases} f(0/1) = \frac{0 \cdot 7}{2} \\ f(-0/1) = \frac{-0 \cdot 7}{2} \end{cases}$$

$$\frac{0 \cdot 7}{2} - \left(\frac{-0 \cdot 7}{2} \right) = \frac{0 \cdot 7}{2} + \frac{0 \cdot 7}{2} = 0$$

۶. رابطه بین درجه دما بر حسب سانتی گراد و فارنهایت به صورت $F = \frac{9}{5}C + 32$ است. دمای یک جسم 20° درجه سانتی گراد بالا رفته است. دمای آن بر حسب فارنهایت چقدر افزایش داشته است؟

$$\begin{aligned} F_1 &= \frac{9}{5}C_1 + 32 \\ F_2 &= \frac{9}{5}C_2 + 32 \end{aligned} \rightarrow F_2 - F_1 = \frac{9}{5}(C_2 - C_1) + 0$$

$$\text{جواب} = \frac{9}{5} \times 10 = 9 \times 2 = 18$$

$$\text{جواب} = \frac{9}{5} \times 10 = 9 \times 2 = 18$$

۷. یک شرکت برای تولید x کالا، $C(x) = 3000 + 50x$ تومان هزینه می کند و هر کالا را ۷۰ تومان می فروشد.

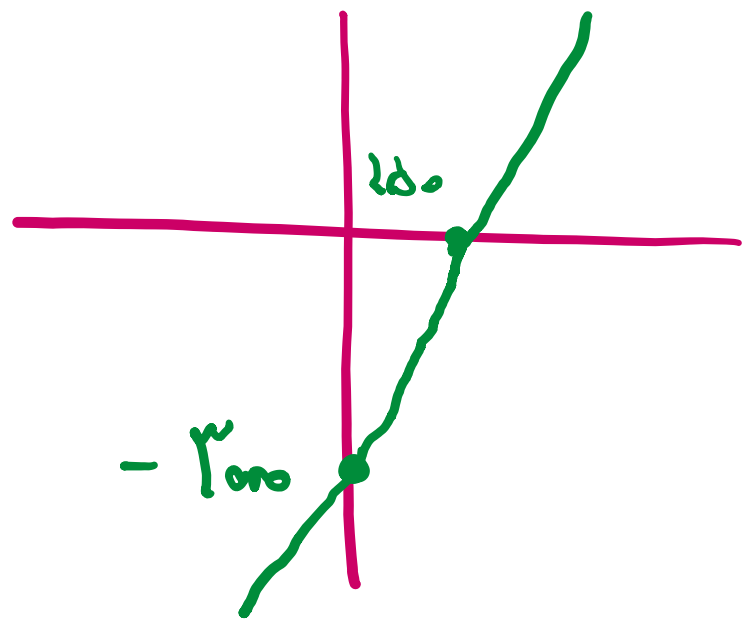
$$R(x) = 70x$$

الف) تابع سود را تعیین و نمودار آن را رسم کنید.

$$P(x) = 70x - 3000 - 50x = 20x - 3000$$

ب) این شرکت حداقل چه تعداد از این کالا را باید بفروشد تا سوددهی آغاز شود؟

x	0	150
$P(x)$	-3000	0



$$P(x) = 0$$

$$20x - 3000 = 0 \rightarrow 20x = 3000$$

$$x = \frac{3000}{20} = 150$$

150

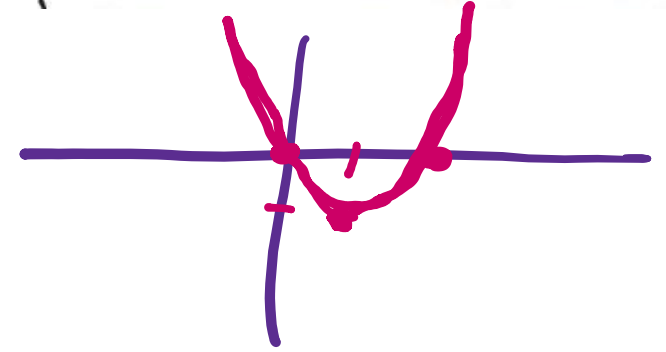
ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۱. نمودار سهمی‌های به معادله‌های $y = x^2 - 2x$ و $y = -(x-1)^2 + 1$ و $y = x^2 + 4x + 1$ را رسم کنید.

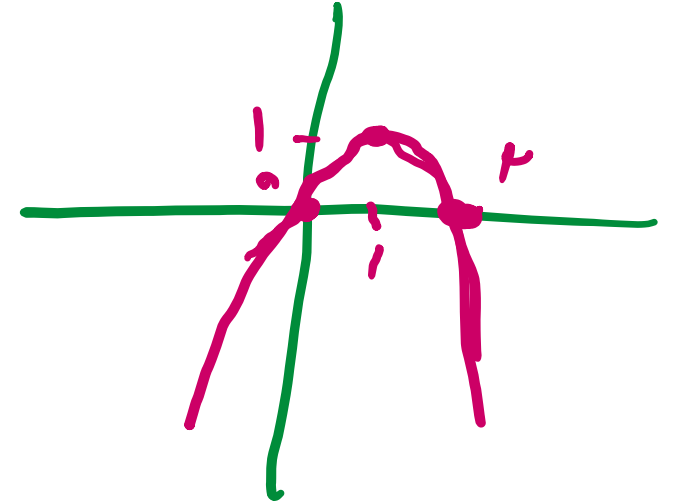
$$y = x^2 - 2x \quad x = \frac{-b}{2a} = \frac{2}{2} = 1 \rightarrow A \begin{vmatrix} 1 \\ -1 \end{vmatrix}$$

$$x^2 - 2x = 0 \rightarrow x(x-2) = 0 \rightarrow x = 0, x = 2$$



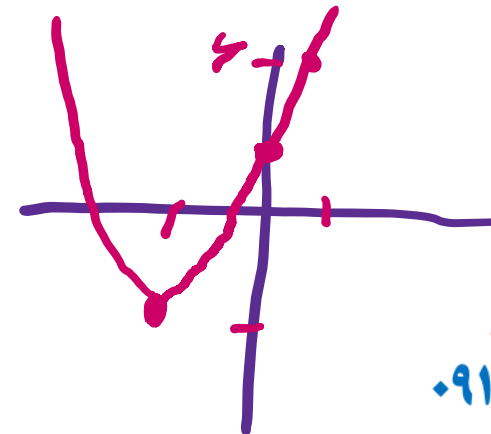
$$y = -(x-1)^2 + 1 \rightarrow A \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \end{vmatrix}$$

$$-(x-1)^2 + 1 = 0 \rightarrow (x-1)^2 = 1 \rightarrow \begin{cases} x-1 = 1 \rightarrow x = 2 \\ x-1 = -1 \rightarrow x = 0 \end{cases}$$



$$y = x^2 + 4x + 1 \quad x = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2} = -2 \rightarrow A \begin{vmatrix} -2 \\ -2 \end{vmatrix}$$

$$\begin{array}{r|rr} x & 0 & 1 \\ \hline y & 1 & 5 \end{array}$$



ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۲. اگر تابع درآمد به صورت $y = -\frac{1}{2}x^2 + 30x$ و تابع هزینه به صورت $y = 18x + 40$ باشد، ماکسیم مقدار سود را مشخص کنید.

$$P(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 30x - 18x - 40 = -\frac{1}{2}x^2 + 12x - 40$$

$$x = \frac{-b}{1a} = \frac{-12}{1 \cdot (-\frac{1}{2})} = 12$$

$$x=12 \rightarrow P(12) = -\frac{1}{2}(12)^2 + 12(12) - 40 = 32$$

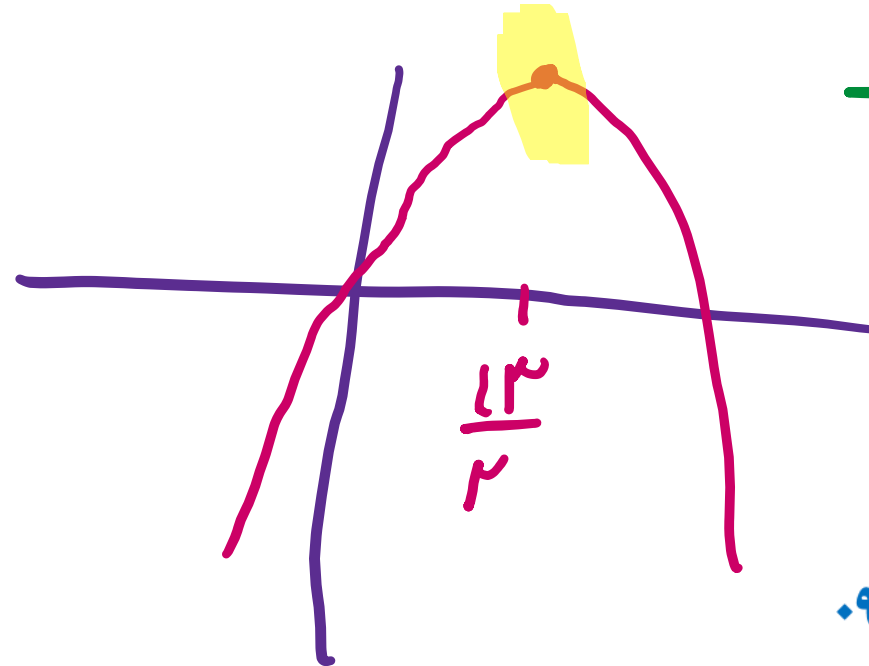
۳. محیط مستطیلی ۲۶ متر است. اگر اندازه یکی از اضلاع آن را با x و مساحت آن را با s نشان دهیم، ابتدا نمودار تابع مساحت را بر حسب x رسم کنید. سپس به کمک نمودار مشخص کنید به ازای چه مقداری از x مساحت مستطیل ما کسیم می شود.

$$2x + 2y = 26 \rightarrow x + y = 13 \rightarrow y = 13 - x$$

$$S = xy = x(13 - x) = 13x - x^2 \rightarrow S' = -2x + 13$$

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-13}{-2} = \frac{13}{2}$$

$$S\left(\frac{13}{2}\right) = 42,25$$



ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۴. اگر $2x+a=100$ باشد x و a را طوری بیابید که $y=xa$ ماکسیمم شود.

$$y = xa = 100x - 2x^2 = 100x - 2x^2$$

$$2x + a = 100 \rightarrow a = 100 - 2x$$

$$y = x(100 - 2x) = 100x - 2x^2 \rightarrow y = -2x^2 + 100x$$

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-100}{2(-2)} = \frac{-100}{-4} = 25$$

$$a = 100 - 2x = 100 - 2(25) = 50$$

$$\begin{aligned} x &= 25 \\ a &= 50 \end{aligned}$$

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۵. در یک تولیدی، نوعی لامپ، برای مصارف پزشکی تولید می شود. این تولیدی هریک از لامپ ها را می تواند به قیمت ۲۰۰ تومان بفروشد. اگر در هر روز x واحد لامپ تولید کند و بفروشد و تابع هزینه آن برابر $c(x) = x^2 + 40x + 100$ باشد:

$$R(x) = 200x$$

الف) تابع سود روزانه این تولیدی را بنویسید.

$$P(x) = 200x - x^2 - 40x - 100$$

ب) چند لامپ در روز تولید کند تا بیشترین سود را داشته باشد؟

پ) بیشترین سود روزانه این کارگاه چقدر است؟

$$P(x) = -x^2 + 160x - 100$$

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-160}{-2} = 80$$

$$x = 80$$

$$P(80) = -(80)^2 + 160(80) - 100 = 6300$$

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹ – ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱

علی جبرا | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به سایت **Algebra.com** است و هرگونه استفاده از این اثر و انتشار آن در پایگاه های مجازی بدون کسب مجوز ممنوع است و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار می گیرند.