

آموزش ریاضی دهم انسانی

معادله های شامل عبارت های گویا

(فصل اول – درس سوم)

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹ – ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به سایت **Aligebra.com** است و هرگونه استفاده از این اثر و انتشار آن در پایگاه های مجازی بدون کسب مجوز ممنوع است و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار می گیرند.

$$\frac{4}{x+2} + \frac{4}{x-2} = x \quad \rightarrow \quad \frac{\cancel{4}x - \cancel{4} + \cancel{4}x + \cancel{4}}{(x+2)(x-2)} = x \quad \rightarrow \quad \frac{1x}{x^2-4} = \frac{x}{1}$$

$$\rightarrow x^2 - 4x = 1x \quad \rightarrow \quad x^2 - 12x = 0$$

$$x(x^2 - 12) = 0 \quad \rightarrow$$

$$\begin{cases} x = 0 \\ x^2 = 12 \end{cases}$$

$$x = \pm \sqrt{12}$$

۱) سرعت یک قایق موتوری، در آب راکد ۱۰۰ متر در دقیقه است. این قایق فاصله ۱۲۰۰ متری در رودخانه را رفته و برگشته است. اختلاف زمان

رفت و برگشت ۵ دقیقه است. سرعت آب رودخانه، چند متر در دقیقه است؟

$$V = \frac{x}{t} \quad t = \frac{x}{V}$$

$$t_{\text{رفت}} - t_{\text{برگشت}} = 5$$

$$\frac{1200}{100 - V} - \frac{1200}{100 + V} = 5$$

$$\frac{1200(100 + V - 100 + V)}{(100 - V)(100 + V)} = 5$$

$$\Rightarrow V^2 + 110V - 10000 = 0$$

$$(V - 10)(V + 50)$$

$$\begin{aligned} V &= 10 \checkmark \\ V &= -50 \times \end{aligned}$$

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۶۶۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۶۶۳۸۹

۲) پرنده‌ای فاصله یک کیلومتر را در جهت موافق باد رفته و در جهت مخالف باد برگشته است. اگر سرعت باد ۵ کیلومتر در ساعت و مدت رفت و برگشت ۹ دقیقه باشد، سرعت پرنده در هوای آرام، چند کیلومتر در ساعت است؟

$$\frac{1}{V+5} + \frac{1}{V-5} = \frac{9}{60} \rightarrow \frac{V+5 + V-5}{(V+5)(V-5)} = \frac{3}{20}$$

$$3V^2 - 10V - V5 = 0 \quad \Delta = 1000 \rightarrow \begin{cases} V = \frac{10 + 50}{9} = 15 \checkmark \\ V = \frac{10 - 50}{9} = \frac{-5}{3} \times \end{cases}$$

۳) بهروز یک مجله را به تنهایی ۹ ساعت زودتر از فرهاد تایپ می کند. اگر هر دو با هم کار کنند، در ۲۰ ساعت این کار انجام می شود. بهروز به تنهایی در چند ساعت این کار را انجام می دهد؟

$$\begin{array}{l} \text{فرهاد} \quad \frac{1}{k+9} \quad \text{بهروز} \quad \frac{1}{k} \\ \text{هر ساعت} \quad \text{هر ساعت} \end{array}$$

$$\frac{1}{k} + \frac{1}{k+9} = \frac{1}{20} \rightarrow \frac{k+9+k}{k(k+9)} = \frac{1}{20}$$

$$\rightarrow k^2 - 31k - 180 = 0 \rightarrow (k-39)(k+5) = 0 \rightarrow \begin{array}{l} k = 39 \\ k = -5 \times \end{array}$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0 \quad \rightarrow \quad \begin{cases} x = -1 \checkmark \\ x = 3 \end{cases}$$

معادله $\frac{x^2 + ax + 4}{x^2 - 2x - 3} = 0$ فقط یک ریشه دارد. چند مقدار برای a ممکن است؟ ۴

$$\Delta = 0 \rightarrow a^2 - 16 = 0 \rightarrow a = \pm 4$$

$$\begin{cases} a = 4 \rightarrow x^2 + 4x + 4 = 0 \rightarrow x = -2 \checkmark \\ a = -4 \rightarrow x^2 - 4x + 4 = 0 \rightarrow x = 2 \checkmark \end{cases}$$

$$x = -1 \rightarrow 1 - a + 4 = 0 \rightarrow a = 5$$

$$x^2 + 5x + 4 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = -1 \checkmark \\ x = -4 \checkmark \end{cases}$$

$$x = 3 \rightarrow 9 + 3a + 4 = 0 \rightarrow a = -\frac{13}{3} \checkmark$$

$$a = 4$$

$$a = -4$$

$$a = 5$$

$$a = -\frac{13}{3}$$

۵ اگر مجموعه جواب معادله $\frac{m+1}{3x} = \frac{5-x}{4x-x^2}$ تهی باشد، مقدار m برابر کدام گزینه می تواند باشد؟

۱ صفر

۲ ۱

۳ $\frac{11}{4}$ ✓

۴ $\frac{3}{4}$

$$\frac{m+1}{3x} = \frac{5-x}{x(4-x)}$$

$x \neq 0$

$$4(m+1) - x(m+1) = 5 - 1x$$

$$(m-1)x = 4m-11$$

$$\frac{4m-11}{m-1} = 0 \rightarrow m = \frac{11}{4} \checkmark$$

$$x = \frac{4m-11}{m-1}$$

$$m = 1$$

$$\frac{4m-11}{m-1} = 2 \rightarrow -11 = -1 \times$$

سایت علی جیرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۶۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۶۴۳۸۹

۶) نگین، پازلی را به تنهایی ۶ ساعت زودتر از امیر، کامل می کرد. پس از پنج ماه تمرین، سرعت نگین و امیر در تکمیل پازل به ترتیب ۳ و ۲ برابر شده است به طوری که هر دو باهم، همان پازل را در ۴ ساعت کامل می کنند. در حال حاضر اختلاف مدت زمانی که طول می کشد تا هریک به تنهایی پازل را کامل کنند، چند ساعت است؟

$$\begin{aligned} t &\rightarrow \frac{1}{t} \quad \text{سرعت امیر} \rightarrow \frac{3}{t} \\ t+6 &\rightarrow \frac{1}{t+6} \quad \text{سرعت نگین} \rightarrow \frac{2}{t+6} \end{aligned}$$

$$\frac{1}{4} \quad \checkmark$$

$$\frac{3}{t} + \frac{2}{t+6} = \frac{1}{4} \quad \times t(t+6) \times 4 \rightarrow t^2 - 12t - 12 = 0 \quad \left| \begin{array}{l} t=18 \\ t=-2 \end{array} \right. \checkmark$$

$$\text{زمان } t: \frac{t}{3} = \frac{18}{3} = 6 \quad \checkmark$$

$$\text{زمان } A: \frac{t+6}{2} = 12 \quad \checkmark$$

$$12 - 6 = 6 \quad \text{اختلاف}$$

معادله $x + \frac{5}{x} + 2 = -\frac{x}{x^2 + 5}$ چند جواب دارد؟

$$\frac{x^2}{x^2 + 5} + 2 = -\frac{x}{x^2 + 5}$$

$$A + \frac{1}{A} = -2 \rightarrow A = -1 \rightarrow \frac{x^2 + 5}{x} = \frac{-1}{1}$$

$$x^2 + 5 = -x \rightarrow x^2 + x + 5 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 1 - 4(1)(5) < 0$$

۸ به ازای کدام مقدار m ، یک ریشهٔ معادله $\frac{m}{x-2} + \frac{x}{x+1} = \frac{2x+4}{x^2-x-2}$ از قرینهٔ ریشهٔ دیگر یک واحد بیش تر است؟

$$\frac{mx+m+x^2-2x}{(x-2)(x+1)} = \frac{2x+4}{x^2-x-2} \rightarrow mx+m+x^2-2x = 2x+4$$

$$\rightarrow x^2 + (m-2)x + (m-4) = 0$$

$$\begin{matrix} \alpha \\ \beta \end{matrix} \rightarrow \alpha = -\beta + 1 \rightarrow \alpha + \beta = 1 \rightarrow -\frac{m-4}{1} = 1$$

$$\rightarrow m-4 = -1 \rightarrow m = 3$$

۹ اگر a ریشه معادله $\frac{1}{x+3} + \frac{1}{x+1} = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+5}$ باشد، حاصل $\frac{4a+1}{a}$ کدام است؟

$$\frac{1}{x+3} - \frac{1}{x+5} = \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1}$$

$$\frac{\cancel{x+5} - \cancel{x-3}}{(x+3)(x+5)} = \frac{\cancel{x+1} - \cancel{x-1}}{(x-1)(x+1)}$$

$$\cancel{x} + 1\cancel{x} + 15 = \cancel{x} - 1$$

$$1x = -16$$

$$\underline{\underline{x = -16}}$$

$$\frac{4(-16) + 1}{-16} = \frac{-64 + 1}{-16} = \frac{-63}{-16} = \frac{63}{16}$$

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۱۰ مجموع ریشه های معادله $\frac{x+1}{x-1} - \frac{x-1}{x+1} = 3x \left(1 - \frac{x-1}{x+1}\right)$ کدام است؟

$$\frac{(x+1)^2 - (x-1)^2}{(x-1)(x+1)} = 3x \left(\frac{x+1 - x + 1}{x+1} \right) \rightarrow \frac{\cancel{x+1}^2 \cancel{x+1} - \cancel{x-1}^2 \cancel{x-1}}{(x-1)(x+1)} = 3x \left(\frac{2}{x+1} \right)$$

$$\frac{3x}{(x-1)\cancel{(x+1)}} = \frac{6x}{\cancel{x+1}} \xrightarrow{x \neq -1} \frac{3x}{x-1} = 6x$$

$$\rightarrow 6x^2 - 6x = 6x \rightarrow 6x^2 - 12x = 0 \rightarrow \begin{cases} x=0 \checkmark \\ x=2 \checkmark \end{cases}$$