

آموزش ریاضی دهم انسانی

حل معادله درجه دو

(فصل اول – درس دوم)

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹ – ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به سایت **Aligebra.com** است و هرگونه استفاده از این اثر و انتشار آن در پایگاه های مجازی بدون کسب مجوز ممنوع است و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار می گیرند.

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta > 0 \xrightarrow{\sim 1, 2} x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$\Delta = 0 \xrightarrow[\text{منفرد}]{\sim 1} x = \frac{-b}{2a}$$

$$\Delta < 0 \rightarrow \text{ریشه حقیقی ندارد}$$

معادله درجه دوم - روش دلتا

$$3x^2 - 5x + 2 = 0 \rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -5 \\ c = 2 \end{cases}$$

$$\Delta = (-5)^2 - 4(3)(2) = 25 - 24 = 1$$

$$x = \frac{5 \pm 1}{6} \rightarrow \begin{cases} x = \frac{6}{6} = 1 \\ x = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \end{cases}$$

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۶۶۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۶۶۳۸۹

معادله درجه دوم - روش تجزیه

$$\underline{\underline{x^2 - 5x + 6 = 0}} \quad \text{ضرب: } \quad (x - 2)(x - 3) = 0 \quad \rightarrow \quad \begin{cases} x - 2 = 0 \rightarrow x = 2 \\ x - 3 = 0 \rightarrow x = 3 \end{cases}$$

$$\underline{\underline{x^2 + 5x + 6 = 0}} \quad \text{ضرب: } \quad (x + 2)(x + 3) = 0 \quad \rightarrow \quad \begin{cases} x + 2 = 0 \rightarrow x = -2 \\ x + 3 = 0 \rightarrow x = -3 \end{cases}$$

$$\underline{\underline{x^2 + 4x + 4 = 0}} \quad \text{ضرب: } \quad (x + 2)(x + 2) = 0 \quad \rightarrow \quad x + 2 = 0 \rightarrow x = -2 \quad \checkmark$$

$$\underline{\underline{x^2 - x - 6 = 0}} \quad \text{ضرب: } \quad (x - 3)(x + 2) = 0 \quad \rightarrow \quad \begin{cases} x - 3 = 0 \rightarrow x = 3 \\ x + 2 = 0 \rightarrow x = -2 \end{cases}$$

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۶۶۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۶۶۳۸۹

معادله درجه دوم - روش پیشرفته تجزیه

$$\underline{1}x^2 - 5x + 4 = 0 \xrightarrow{x^3} \underline{1}x^2 - 5(\underline{1}x) + \underline{4} = 0 \rightarrow (1x - 2)(1x - 3) = 0$$

$\rightarrow \begin{cases} 1x - 2 = 0 \rightarrow x = \frac{2}{1} \\ 1x - 3 = 0 \rightarrow x = 3 \end{cases}$

$$\underline{5}x^2 - 4x + 1 = 0 \xrightarrow{x5} \underline{15}x^2 - 4(5x) + 5 = 0 \rightarrow (5x - 5)(5x - 1) = 0$$

$\rightarrow \begin{cases} 5x - 5 = 0 \rightarrow x = 1 \\ 5x - 1 = 0 \rightarrow x = \frac{1}{5} \end{cases}$

$$ax'' + bx + c = 0$$

معادله درجه دوم - حالت خاص

✓ 1) $c = 0$

$$x'' + \omega x = 0 \rightarrow x(x + \omega) = 0 \quad \left| \begin{array}{l} x = 0 \\ x + \omega = 0 \end{array} \right. \rightarrow x = -\omega$$

$$x'' - f x = 0 \rightarrow x(x - f) = 0 \quad \left| \begin{array}{l} x = 0 \\ x - f = 0 \end{array} \right. \rightarrow x = f$$

✓ 2) $b = 0$

$$x'' - f = 0 \rightarrow x'' = f \rightarrow x = \pm \sqrt{f}$$

$$10x'' - 9 = 0 \rightarrow 10x'' = 9 \rightarrow x'' = \frac{9}{10} \rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{9}{10}}$$

$$x'' + f = 0 \rightarrow x'' = -f \rightarrow X$$

$$x'' + 10 = 0 \rightarrow x'' = -10 \rightarrow X$$

سایت علی جیرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

$$ax^r + bx + c = 0$$

معادله درجه دوم - حالت خاص

$$1) a + b + c = 0 \rightarrow \left| \begin{array}{l} x = 1 \\ x = \frac{c}{a} \end{array} \right.$$

$$x^r + x - 1 = 0 \rightarrow \left| \begin{array}{l} x = 1 \\ x = -1 \end{array} \right.$$

$$2) b = a + c \rightarrow \left| \begin{array}{l} x = -1 \\ x = \frac{-c}{a} \end{array} \right.$$

$$1x^r + 0x + 1 = 0 \rightarrow \left| \begin{array}{l} x = -1 \\ x = \frac{-1}{1} \end{array} \right.$$

$$1x^r - 0x + 1 = 0 \rightarrow \left| \begin{array}{l} x = 1 \\ x = \frac{1}{1} \end{array} \right.$$

$$1x^r - 1x - 1 = 0 \rightarrow \left| \begin{array}{l} x = 1 \\ x = -\frac{1}{4} \end{array} \right.$$

$$0x^r + 1x - 1 = 0 \rightarrow \left| \begin{array}{l} x = -1 \\ x = \frac{1}{0} \end{array} \right.$$

$$1x^r + x - 1 = 0 \rightarrow \left| \begin{array}{l} x = -1 \\ x = \frac{1}{4} \end{array} \right.$$

سایت علی جیرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۶۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۶۴۳۸۹

$$(x+3)^2 - 6(x+3) + 2 = 0 \quad A = x+3$$

$$A^2 - 6A + 2 = 0 \rightarrow \begin{cases} A=1 \rightarrow x+3=1 \rightarrow x=-2 \\ A=2 \rightarrow x+3=2 \rightarrow x=-1 \end{cases}$$

$$(2x-3)^2 + 4(2x-3) + 4 = 0 \quad A = 2x-3$$

$$A^2 + 4A + 4 = 0 \rightarrow (A+2)^2 = 0 \rightarrow A = -2$$

$$2x-3 = -2 \rightarrow 2x = 1 \rightarrow x = \frac{1}{2}$$

$$\underline{1}x^2 + bx + c = 0 \rightarrow \left(\frac{b}{2}\right)^2 \rightarrow \left(\frac{b}{2\sqrt{a}}\right)^2$$

معادله درجه دوم - روش مربع کامل

$$x^2 + 2x = 0 \rightarrow x^2 + 2x + 1 - 1 = 0 \rightarrow (x+1)^2 = 1 \rightarrow x+1 = \pm 1$$

$$\begin{cases} x+1=1 \rightarrow x=0 \\ x+1=-1 \rightarrow x=-2 \end{cases}$$

$$x^2 - 6x = 1 \rightarrow x^2 - 6x + 9 - 9 = 1 \rightarrow (x-3)^2 = 10 \rightarrow x-3 = \pm \sqrt{10}$$

$$\begin{cases} x-3 = \sqrt{10} \rightarrow x = \sqrt{10} + 3 \\ x-3 = -\sqrt{10} \rightarrow x = -\sqrt{10} + 3 \end{cases}$$

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۶۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۶۴۳۸۹

معادله درجه دوم - جمع و ضرب ریشه ها

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad \Delta > 0 \rightarrow \begin{cases} \alpha \\ \beta \end{cases}$$

$$\alpha + \beta = \frac{-b}{a}$$

$$\alpha \cdot \beta = \frac{c}{a}$$

$$\underline{1}x^2 - \underline{5}x + \underline{6} = 0 \rightarrow \begin{cases} \alpha = 1 \\ \beta = 6 \end{cases}$$

$$\alpha + \beta = +5$$

$$\alpha \cdot \beta = 6$$

$$\underline{3}x^2 + \underline{1}x - \underline{6} = 0 \rightarrow \begin{cases} \alpha + \beta = -\frac{1}{3} \\ \alpha \cdot \beta = \frac{-6}{3} \end{cases}$$

$$\underline{\underline{a \cdot c < 0}} \quad \checkmark$$

$$\Delta = \underline{\underline{b^2 - 4ac}} = +$$

معادلات زیر را با روش ریشه گیری حل کنید.

$$\text{الف) } 3x^2 = 27 \rightarrow x^2 = 9 \rightarrow x = \pm 3 \quad \checkmark$$

$$\text{ب) } 4x^2 = 1 \rightarrow x^2 = \frac{1}{4} \rightarrow x = \pm \frac{1}{2} \quad \checkmark$$

$$\text{پ) } t^2 + 10 = 0 \rightarrow t^2 = -10 \rightarrow t = \pm \sqrt{-10} \quad \times$$

سایت علی جیرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۶۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۶۴۳۸۹

معادلات زیر را با روش ریشه گیری حل کنید.

$$\text{ت) } (a-2)^2 = 0 \rightarrow a-2=0 \rightarrow a=2 \checkmark$$

$$\text{ث) } (x+3)^2 = 16 \rightarrow x+3 = \pm 4$$
$$\begin{cases} x+3=4 \rightarrow x=1 \checkmark \\ x+3=-4 \rightarrow x=-7 \checkmark \end{cases}$$

$$\text{ج) } (x-3)^2 = 5 \rightarrow x-3 = \pm \sqrt{5}$$
$$\begin{cases} x-3=\sqrt{5} \rightarrow x=\sqrt{5}+3 \checkmark \\ x-3=-\sqrt{5} \rightarrow x=-\sqrt{5}+3 \checkmark \end{cases}$$

معادله ی $(x^2 - 1)^2 = 6$ را حل کنید و تعداد جواب های آن را تعیین کنید.

$$x^2 - 1 = \pm \sqrt{6}$$

۱) $x^2 - 1 = \sqrt{6} \rightarrow x^2 = \sqrt{6} + 1 \rightarrow x = \pm \sqrt{\sqrt{6} + 1}$. جواب

۲) $x^2 - 1 = -\sqrt{6} \rightarrow x^2 = -\sqrt{6} + 1$ $x = \times$

معادلات زیر را به روش مربع کامل حل کنید.

الف) $x^2 - 10x + 24 = 0$

$$\left(\frac{b}{a}\right)^2 = \left(\frac{-10}{1}\right)^2 = 100$$

$$x^2 - 10x + 100 - 100 + 24 = 0 \rightarrow (x - 5)^2 - 100 + 24 = 0 \rightarrow (x - 5)^2 = 76$$

$$x - 5 = 1 \rightarrow x = 6$$

$$x - 5 = -1 \rightarrow x = 4$$

معادلات زیر را به روش کلی حل کنید.

$$\text{الف) } 3x^2 - 5x + 7 = 0 \rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -5 \\ c = 7 \end{cases}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 25 - 4(3)(7) = 25 - \underline{12 \times 7} < 0$$

مصادیق پیدا

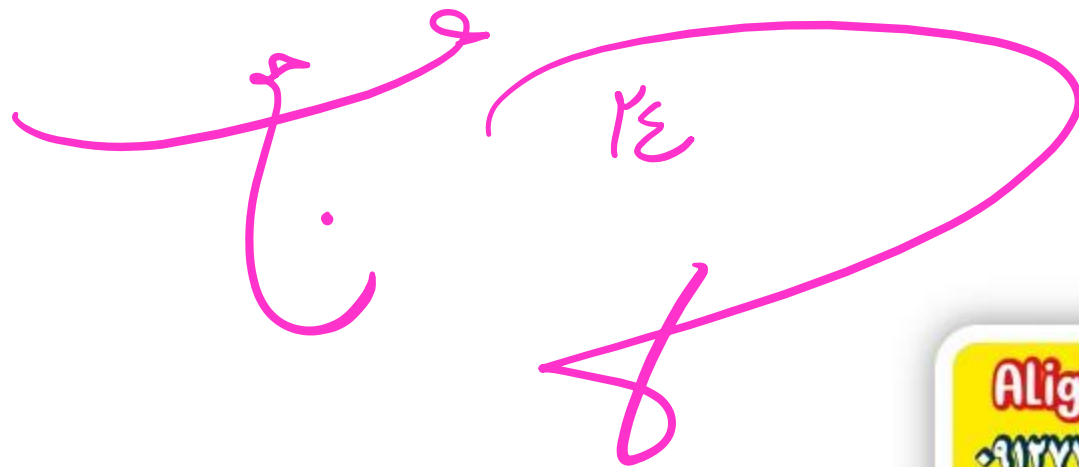
مجموع مربعات سه عدد مثبت متوالی زوج، ۲۰۰ است؛ حاصل جمع آن سه عدد کدام است؟ $\frac{1}{2}x / \frac{1}{2}x+2 / \frac{1}{2}x+4$

$$\left(\frac{1}{2}x\right)^2 + \left(\frac{1}{2}x+2\right)^2 + \left(\frac{1}{2}x+4\right)^2 = 200 \rightarrow \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{4}x^2 + 1x + 4 + \frac{1}{4}x^2 + 1\frac{1}{2}x + 4 = 200$$

$$\rightarrow 1\frac{1}{2}x^2 + 2\frac{1}{2}x - 192 = 0 \rightarrow x^2 + 2x - 128 = 0$$

$$(x + 16)(x - 10) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = -16 & \times \\ x = 10 & \checkmark \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{1}{2}x = 4 \\ \frac{1}{2}x+2 = 6 \\ \frac{1}{2}x+4 = 8 \end{cases}$$



اختلاف سنی دو برادر با یکدیگر سه سال است؛ اگر سه سال دیگر، حاصل ضرب سن آنها برابر با ۲۷۰ باشد، نسبت سن کنونی آن ها به یکدیگر چقدر است؟

$$\underline{x} \rightarrow \underline{x+3}$$

$$x(x+3) = \underline{270} \rightarrow x^2 + 3x - 270 = 0 \rightarrow (x+18)(x-15) = 0$$

$$x+18=0 \rightarrow x=-18$$

$$x-15=0 \rightarrow x=\underline{15}$$

$$\text{کوچک} = 15 - 3 = \underline{12}$$

$$\text{بزرگ} = 12 + 3 = \underline{15}$$

$$\text{نسبت} = \frac{15}{12} = \frac{5}{4}$$

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۶۶۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۶۶۳۸۹

$$x^4 - 3x^2 + 2 = 0$$

$$A = x^2$$

$$A^2 - 3A + 2 = 0$$

$$\begin{array}{l} | A=1 \rightarrow x^2=1 \rightarrow x=\pm 1 \\ | A=2 \rightarrow x^2=2 \rightarrow x=\pm\sqrt{2} \end{array}$$

$$\left(\frac{x^2}{3} - 2\right)^2 - 7\left(\frac{x^2}{3} - 2\right) + 6 = 0$$

$$A = \frac{x^2}{3} - 2$$

$$A^2 - 7A + 6 = 0 \quad \left| \begin{array}{l} A=1 \\ A=6 \end{array} \right.$$

$$1) \frac{x^2}{3} - 2 = 1 \rightarrow \frac{x^2}{3} = 3 \rightarrow x^2 = 9 \rightarrow x = \pm 3$$

$$2) \frac{x^2}{3} - 2 = 6 \rightarrow \frac{x^2}{3} = 8 \rightarrow x^2 = 24 \rightarrow x = \pm \sqrt{24}$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2\left(x + \frac{1}{x}\right) = 0 \quad A = x + \frac{1}{x}$$

$$A^2 - 2A = 0 \rightarrow A(A - 2) = 0 \quad \left| \begin{array}{l} A = 0 \\ A = 2 \end{array} \right.$$

$$1) \quad x + \frac{1}{x} = 0 \xrightarrow{\times x} x^2 + 1 = 0 \rightarrow x^2 = -1 \rightarrow X$$

$$2) \quad x + \frac{1}{x} = 2 \xrightarrow{\times x} x^2 + 1 = 2x \rightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \rightarrow (x - 1)^2 = 0$$

$$x = 1$$

به ازای کدام مقادیر a ، معادله‌ی درجه‌ی دوم $\underline{3}x^2 + \underline{a}x - \underline{3} = 0$ دو جواب حقیقی و متمایز دارد؟

$$\Delta > 0 \rightarrow a^2 - 4(3)(-3) > 0 \rightarrow \underline{\underline{a^2 + 36}} > \underline{\underline{0}}$$

$$\rightarrow a \in \mathbb{R}$$

معادله‌ی درجه‌ی دوم $x(2x - 5) = a$ به ازای یک مقدار a ریشه‌ی مضاعف دارد. مقدار ریشه‌ی مضاعف کدام است؟

$$2x^2 - 5x - a = 0$$

$$\Delta = 0 \rightarrow 25 - 4(2)(-a) = 0 \rightarrow 25 + 8a = 0 \rightarrow a = -\frac{25}{8}$$

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{5}{4}$$

$$y = 0$$

$$x^2 - 2x + 1 = 0 \rightarrow (x-1)^2 = 0$$

$$x = 1 \checkmark$$

$$y = 0 \checkmark$$

یکی از جواب های معادله ی $\underline{3x^2} - 5x + c = 0$ برابر ۲ است. جواب دیگر معادله کدام است؟

$$\underline{x=2} \rightarrow 12 - 10 + c = 0 \rightarrow \underline{c = -2} \quad \checkmark$$

$$3x^2 - 5x - 2 = 0$$

$$\alpha \cdot \beta = \frac{c}{a} \rightarrow 2 \times \beta = \frac{-2}{3} \rightarrow \underline{\beta = -1/3}$$

معادله ی $\underline{x^3 + x^2 - 18x - 18 = 0}$ چند ریشه دارد؟

$$x^2(\underline{x+1}) - 18(\underline{x+1}) = 0$$

$$\hookrightarrow (x+1)(x^2-18) = 0$$

$$1) x+1=0 \rightarrow x=-1 \quad \checkmark$$

$$2) x^2-18=0 \rightarrow x^2=18 \rightarrow x=\pm\sqrt{18}$$

مجموع ریشه‌های معادله‌ی $-3x^2 + 4x + 5 = 0$ کدام است؟

$$\alpha + \beta = \frac{-b}{a} = \frac{-4}{-3} = \frac{4}{3}$$

$$\alpha \cdot \beta = \frac{c}{a} = \frac{5}{-3}$$

مجموع ریشه‌های حقیقی معادله‌ی $(x^2 + x)^2 - 18(x^2 + x) + 72 = 0$ کدام است؟

$$A = x^2 + x \rightarrow A^2 - 18A + 72 = 0 \rightarrow (A - 4)(A - 12) = 0$$

$$1) A = 4 \rightarrow x^2 + x = 4 \rightarrow x^2 + x - 4 = 0 \rightarrow \text{جمع ریشه‌ها} = \frac{-b}{a} = -1 \quad \checkmark$$

$$2) A = 12 \rightarrow x^2 + x = 12 \rightarrow x^2 + x - 12 = 0 \rightarrow \text{جمع ریشه‌ها} = \frac{-b}{a} = -1 \quad \checkmark$$

$$\text{جمع} = -1 - 1 = -2$$