

# آموزش ریاضی دهم انسانی

## عبارت های جبری

(فصل اول – حذف از کتاب)

علی جبرا | سایت تخصصی آموزش ریاضی

**ALIGEBRA.COM**

۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹ – ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به سایت **Aligebra.com** است و هرگونه استفاده از این اثر و انتشار آن در پایگاه های مجازی بدون کسب مجوز ممنوع است و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار می گیرند.

$$(a \pm b)^2 = a^2 + b^2 \pm 2ab$$

$$(x \pm y)^2 = x^2 + y^2 \pm 2xy$$

$$(x - y)^2 = x^2 + y^2 - 2xy$$

$$(a \oplus b)(a \ominus b) = \underline{a}^r \ominus \underline{b}^r$$

$$(x - 3)(x + 3) = x^2 - 9$$

$$x^2 - 1 = (x - 1)(x + 1)$$

$$x^2 - 25 = (x - 5)(x + 5)$$

$$x^2 - 7 = (x - \sqrt{7})(x + \sqrt{7})$$

$$x^2 - 9 = (\underline{x - 3})(x + 3) = (x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3})(x^2 + 3)$$

$$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$$

$$(x+1)(x+2) = x^2 + 3x + 2$$

$$x^2 + 3x + 2 = (x+1)(x+2)$$

$$x^4 - 5x^2 + 4 = (x^2 - 1)(x^2 - 4) = (x-1)(x+1)(x-2)(x+2)$$

$$(x+3)^2 + 4(x+3) + 5$$

$$(x+3+1)(x+3+5) = (x+4)(x+6)$$

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

$$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$$

$$(x+1)^3 = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$(x-1)^3 = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$$

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$x^3 - 1 = (x-1)(x^2 + x + 1)$$

$$x^3 + 1 = (x+1)(x^2 - x + 1)$$

نکته:  $a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b)$

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

۱) مجموع سه عدد  $a, b, c$  برابر ۱۱ و مجموع حاصل ضرب دوبه دوی آنها برابر ۳ می باشد. مجموع مجزورات این سه عدد کدام است؟

$$a+b+c=11 \quad ab+ac+bc=13$$

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

↓

$$121 = x + 4 \rightarrow x = 121 - 4 = 117$$

↖

سایت علی جیرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹



۲ در تجزیه عبارت  $(x-2)(x^2-4x+4)-1$ ، کدام عامل ضرب، موجود است؟

$x+3$  ۴

$x-1$  ۳

$x-2$  ۲

$x-3$  ۱

$$(x-2)(x-2)^2-1 = (x-2)^3-1 \rightarrow \begin{cases} a=x-2 \\ b=1 \end{cases}$$

$$a^3-b^3 = (a-b)(a^2+ab+b^2)$$

$$\rightarrow (x-2-1)((x-2)^2+x-2+1)$$

$$= (\underline{x-3})((x-2)^2+x-1)$$

۳) کدام عامل در تجزیه عبارت  $(a-1)^2 - 1$  وجود ندارد؟

$a-3$  ۴

$a+4$  ۵

$a^2 - 2a + 4$  ۲

$a+1$  ۱

$$((a-1)^2 - 4)((a-1)^2 + 4)$$

$$(a-1-2)(a-1+2)(a^2-2a+1+4)$$

$$= (a-3)(a+1)(a^2-2a+5)$$

۴ اگر  $a + 2b = 3$  باشد، حاصل  $a(a + 2) + 4b(b + 1) + 4ab$  کدام است؟

$$a^2 + \underline{2a} + 4b^2 + \underline{4b} + 4ab$$

$$\underline{a^2 + 4b^2 + 4ab} + \underline{2a + 4b}$$

$$(\underline{a + 2b})^2 + 2(\underline{a + 2b}) = 9 + 6 = 15$$

سایت علی جیرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۵ در تجزیه عبارت  $(x^2 + x)^2 - 14x^2 - 14x + 24$  کدام عامل وجود دارد؟

~~$x + 4$~~  ۴

~~$x + 3$~~  ۳

~~$x - 2$~~  ۲

~~$x - 1$~~  ۱

$$(x^2 + x)^2 - 14(x^2 + x) + 24$$

$$(x^2 + x - 12)(x^2 + x - 2)$$

$$(x - 3)(x + 4)(x + 2)(x - 1)$$

۶ حاصل عبارت  $(2\sqrt{2})^3 + (3 - \sqrt{2})^3 + (-3 - \sqrt{2})^3$  کدام است؟

$$a + b + c = 0 \rightarrow a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$$

$$3(2\sqrt{2})(3 - \sqrt{2})(-3 - \sqrt{2})$$

$$= -3(2\sqrt{2})(3 - \sqrt{2})(3 + \sqrt{2})$$

$$= -3(2\sqrt{2})(9 - 2) = -42\sqrt{2}$$

۷ در تجزیه عبارت  $x^4 - 3x^3 + 8x - 24$  کدام عامل ضرب وجود دارد؟

$x + 3$  ۴

$x + 2$  ۳

$x - 2$  ۲

$x - 4$  ۱

$$\boxed{x^3}(\boxed{x-2}) + \boxed{1}(\boxed{x-2}) = (x-2)(x^3 + 1) \rightarrow \begin{matrix} a=x \\ b=2 \end{matrix}$$

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$(x-2)(x+2)(x^2 - 2x + 4)$$

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۶۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۶۴۳۸۹

۸ اگر  $\sqrt{x-2} + \sqrt{x+1} = 27$ ، مقدار  $\sqrt{x+1} - \sqrt{x-2}$  کدام است؟

$$(\sqrt{x+1} - \sqrt{x-2})(\sqrt{x+1} + \sqrt{x-2}) = \cancel{x+1} - \cancel{x-2}$$

$$\rightarrow \underbrace{(\sqrt{x+1} - \sqrt{x-2})}_A \underbrace{(\sqrt{x+1} + \sqrt{x-2})}_{27} = 3$$

$$\rightarrow A = \frac{3}{27} = \frac{1}{9}$$

۹ با افزودن کدام عدد به عبارت  $\frac{1}{4} - 6x + 4x^2$ ، مربع یک دوجمله‌ای حاصل می‌شود؟

$$1x^2 + 1x \rightarrow \left(\frac{b}{2}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} \rightarrow x^2 + 1x + \frac{1}{4} = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2$$

$$1x^2 + 1x \rightarrow \left(\frac{b}{2\sqrt{a}}\right)^2 = \left(\frac{1}{2 \times 1}\right)^2 = \frac{1}{4} \rightarrow 1x^2 + 1x + \frac{1}{4} = \left(1x + \frac{1}{2}\right)^2$$

$$1x^2 - 4x + \frac{1}{4} \rightarrow \left(\frac{-4}{2 \times 1}\right)^2 = \frac{16}{4}$$

~~۲~~



۱۰ در تجزیه عبارت  $۱۶x^3 - ۴x^2 - ۴x + ۱$  کدام عامل همواره وجود ندارد؟

①  $(۲x + ۱)$

②  $(۲x - ۱)$

③  $(۴x - ۱)$

④  $(۴x + ۱)$

$$[۴x^2] (۴x - ۱) - ۱ (۴x - ۱) = (۴x - ۱) (۴x^2 - ۱)$$

$$\rightarrow (۴x - ۱) (۲x - ۱) (۲x + ۱)$$

۱۱) در تجزیه‌ی عبارت  $x^3 - 2x^2 - 11x + 12$  کدام عامل وجود ندارد؟

$x + 3$  ۴

$x + 2$  ۵

$x - 4$  ۲

$x - 1$  ۱

$$x^3 - 2x^2 + \underbrace{x - 11x}_{-10x} + 12$$

$$x(x^2 - 2x + 1) - 11(x - 1) = x(\underline{x - 1})^2 - 11(\underline{x - 1})$$

$$(x - 1)(x^2 - x - 11) = (x - 1)(x - 4)(x + 3)$$

۱۲ اگر  $b = a - ۲$  و  $a^۲ - b^۲ = ۶$  باشند، آن گاه حاصل  $a + ۲b$  چقدر است؟

$$\rightarrow a - b = ۲$$

$$\rightarrow \underbrace{(a - b)}_۲ (a + b) = ۶ \rightarrow a + b = ۳$$

$$\begin{cases} a + b = ۳ \\ a - b = ۲ \end{cases} \rightarrow a = ۵/۲, b = ۱/۲$$

$$\rightarrow a + ۲b = ۵/۲ + ۱ = ۷/۲$$

برای اعداد حقیقی  $a$  و  $b$ ، اگر تساوی  $2a^2 + b^2 + 2ab + 4b - 2a + 13 = 0$  برقرار باشد، حاصل  $3a + 2b$  کدام است؟

$a^2 + a^2$

$9 + 4$

$$\rightarrow \underline{a^2} + \underline{b^2} + \underline{1} + \underline{2ab} + \underline{4b} + \underline{2a} + \underline{a^2 - 9a + 9} = 0$$

$$\rightarrow (a+b+1)^2 + (a-3)^2 = 0 \rightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=-5 \end{cases}$$

$$\rightarrow 3a + 2b = 9 - 10 = -1$$

۱۴) کدام عبارت در تجزیه عبارت  $a^6 - 3b^6 + 2a^3b^3$  وجود ندارد؟

۱)  $a - b$

۲)  $a^2 + ab + b^2$

۳)  $a^3 + 3b^3$

۴)  $a^2 - ab + b^2$

$$a^6 - b^6 - 2b^6 + 2a^3b^3$$

$$(a^3 - b^3)(a^3 + b^3) + 2b^3(a^3 - b^3)$$

$$\rightarrow (a^3 - b^3)(a^3 + b^3 + 2b^3)$$

$$\rightarrow (a - b)(a^2 + ab + b^2)(a^3 + 3b^3)$$

سایت علی جیرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۱۵) در تجزیه‌ی عبارت  $4x^3 - 6x^2 + 2x$ ، کدام عامل ضرب وجود دارد؟

$x+2$  ۴

$x+1$  ۳

$2x-1$  ۲ ✓

$2x+1$  ۱

$$\rightarrow x(4x^2 - 6x + 2) \rightarrow \begin{matrix} x=1 \\ x=1/2 \end{matrix} \rightarrow (x-1)(x-\frac{1}{2})$$

$$\rightarrow x(x-1)(x-\frac{1}{2}) = x(x-1)(2x-1)$$

$$ax^2+bx+c \rightarrow \begin{matrix} a+b+c=0 \rightarrow x=1 \\ b=a+c \rightarrow x=-1 \end{matrix}$$

۱۶ اگر  $(5x - \frac{3}{2x}) = 4$  باشد، حاصل  $(25x^2 + \frac{9}{4x^2})$  کدام است؟

$$(5x - \frac{3}{2x})^2 = 4^2$$

$$\rightarrow 25x^2 + \frac{9}{4x^2} - 15 = 16$$

$$\rightarrow 25x^2 + \frac{9}{4x^2} = 31$$

۱۷ کدام عامل در تجزیه عبارت  $(a-1)^3 - (a-1)$  وجود دارد؟

۱  $a+1$

۲  $a+2$

۳  $a-3$

۴  $a-2$

$$(a-1) \left( \underline{(a-1)^2 - 1} \right) = (a-1)(a-1-1)(a-1+1)$$

$$\rightarrow (a-1)(a-2)(a)$$

سایت علی جیرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹



۱۸ در تجزیه عبارت  $2x^2 - 3x - 35$  کدام عامل همواره وجود دارد؟

$2x + 7$  (۲)

$2x - 3$  (۳)

$x + 5$  (۲)

$x + 2$  (۱)

$$A = 2x^2 - 3x - 35 \xrightarrow{\times 2} 2A = 4x^2 - 6x - 70$$

$$\rightarrow 2A = (2x - 10)(x + 7)$$

$$\rightarrow A = (x - 5)(2x + 7)$$

۱۹ اگر  $A = 2x^3 - 1$  و  $B = 2x^3 + 1$  باشد، آن گاه حاصل عبارت  $3A^2 + 3B^2 - 6AB$  چه قدر است؟

$$\rightarrow 3(A^2 + B^2 - 2AB) = 3(A - B)^2$$

$$\rightarrow 3\left(\cancel{2}x^3 - 1 - \cancel{2}x^3 + 1\right)^2 = 3 \times 0 = 0$$

۲۰ اگر  $a + b = ۳$  و  $ab = ۲$  باشد، مقدار  $a^۳ + b^۳$  کدام است؟

$$a^۳ + b^۳ = (a+b)^۳ - ۳ab(a+b)$$

$$\rightarrow a^۳ + b^۳ = ۲۷ - ۳ \times ۲ \times ۳ = ۲۷ - ۱۸ = ۹$$