

آموزش ریاضی دوازدهم تجربی

قانون احتمال کل

(فصل هفتم)

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹ – ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به سایت **Aligebra.com** است و هرگونه استفاده از این اثر و انتشار آن در پایگاه های مجازی بدون کسب مجوز ممنوع است و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار می گیرند.

۱) ظرف A شامل ۴ مهره سیاه و ۲ مهره سفید و ظرف B شامل ۳ مهره سیاه و ۵ مهره سفید می باشد. از ظرف A، ۲ مهره و از ظرف B، ۳ مهره انتخاب کرده و در ظرف C (خالی) می ریزیم. سپس از ظرف C مهره های انتخاب می کنیم. احتمال آن که این مهره سیاه باشد کدام است؟

$A \mid \begin{array}{l} ۴ \text{ سیاه} \\ ۲ \text{ سفید} \end{array}$
 $B \mid \begin{array}{l} ۳ \text{ سیاه} \\ ۵ \text{ سفید} \end{array}$

$$P(\text{مطلوبه}) = \frac{۲}{۵} \times \frac{۴}{۶} + \frac{۳}{۵} \times \frac{۳}{۸} = \frac{۵۹}{۱۲۰}$$

۲) جعبه‌ی A شامل ۳ مهره‌ی سفید و ۵ مهره‌ی سیاه و جعبه‌ی B شامل ۴ مهره‌ی سفید و ۶ مهره‌ی سیاه می‌باشد؛ از جعبه‌ی A به طور تصادفی ۲ مهره وارد جعبه B می‌کنیم. سپس از جعبه‌ی B مهره‌ای خارج می‌کنیم؛ با چه احتمالی مهره خارج شده سفید است؟

A / ۳ سفید
۵ سیاه

B / ۴ سفید
۶ سیاه

$$P = \frac{1}{21} \times \frac{4}{11} + \frac{10}{21} \times \frac{4}{11} + \frac{15}{21} \times \frac{5}{11} = \frac{19}{41}$$

۱) ۲ سفید : $\frac{\binom{3}{2}}{\binom{8}{2}} = \frac{3}{28}$ ✓ $\xrightarrow{B} \frac{4}{11}$ ✓

۲) ۲ سیاه : $\frac{\binom{5}{2}}{\binom{8}{2}} = \frac{10}{28}$ ✓ $\xrightarrow{B} \frac{4}{11}$ ✓

۳) ۱ سفید ۱ سیاه : $\frac{\binom{3}{1} \binom{5}{1}}{\binom{8}{2}} = \frac{15}{28}$ ✓ $\xrightarrow{B} \frac{5}{11}$ ✓

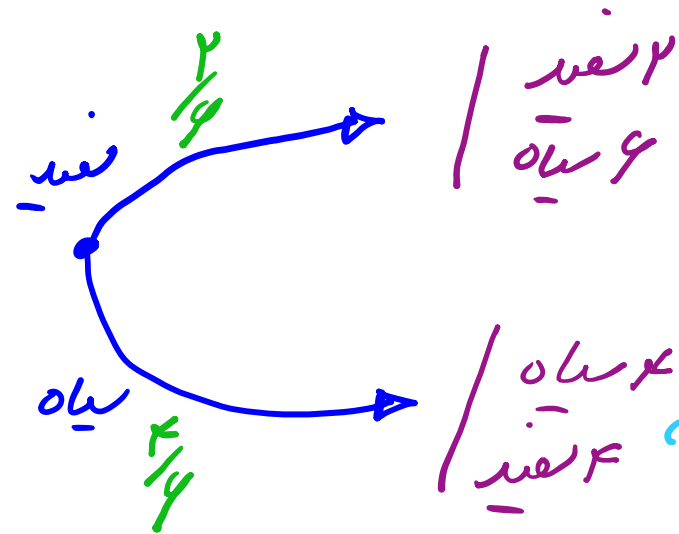
۳ احتمال انتقال نوعی بیماری ارثی از والدین به فرزند پسر ۱۰ درصد و به فرزند دختر ۶ درصد است. با کدام احتمال فرزندی که به دنیا می آید این نوع بیماری را ندارد؟

$$P(\text{صاحب}) = \frac{1}{2} \times \frac{90}{100} + \frac{1}{2} \times \frac{94}{100} = \frac{114}{200} = \frac{92}{100}$$

$$P = 92$$

۴) ۲ مهره‌ی سفید و ۴ مهره‌ی سیاه در کیسه‌ای موجود است. یک مهره از این کیسه به تصادف خارج می‌کنیم و بعد از مشاهده‌ی رنگ آن، آن مهره را به همراه دو مهره از رنگ دیگر به کیسه بر می‌گردانیم. اگر مجدداً سه مهره از کیسه خارج کنیم، احتمال این که فقط دو مهره از این ۳ مهره، سفید باشد، کدام است؟

۲ سفید / ۴ سیاه



$$\frac{\binom{2}{2} \binom{4}{1}}{\binom{1}{3}} = \frac{4}{54}$$

$$\frac{\binom{4}{2} \binom{4}{1}}{\binom{1}{3}} = \frac{14}{54}$$

$$P(A) = \frac{2}{4} \times \frac{4}{54} + \frac{4}{4} \times \frac{14}{54} = \frac{9}{27}$$

۵ در یک شهر صنعتی ۶۰ درصد جمعیت مرد و ۴۰ درصد آن زن هستند. اگر ۱۸ درصد مردان و ۱۲ درصد زنان تحصیلات دانشگاهی داشته باشند، چند درصد این جمعیت تحصیلات دانشگاهی دارند؟

$$P(\text{دانشگاه}) = 0/4 \times 0/12 + 0/4 \times 0/18 = 0/156$$

۱۵/۶٪

۶) ظرف A شامل ۴ مهره‌ی سفید و ۴ مهره‌ی سیاه و ظرف B شامل ۵ مهره‌ی سیاه و ۲ مهره‌ی سفید است. مهره‌ای به تصادف از ظرف A برداشته و در ظرف B قرار می‌دهیم. حال یکی از ظرف‌ها را به تصادف انتخاب کرده و مهره‌ای به تصادف از آن خارج می‌کنیم. با کدام احتمال مهره‌ی خارج شده سفید است؟

$$\begin{array}{l}
 \text{ظرف A} \quad \begin{array}{l} \text{سفید} \\ \text{سیاه} \end{array} \\
 \begin{array}{l} 1) \text{ سفید: } \frac{1}{2} \\ 2) \text{ سیاه: } \frac{1}{2} \end{array}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 \text{ظرف B} \quad \begin{array}{l} \text{سفید} \\ \text{سیاه} \end{array} \\
 \begin{array}{l} \xrightarrow{\text{سفید}} \frac{3}{8} \\ \xrightarrow{\text{سیاه}} \frac{2}{8} \end{array}
 \end{array}$$

$$P(\text{سفید}) = \frac{1}{2} \times \frac{3}{8} + \frac{1}{2} \left(\frac{\frac{1}{2} \times \frac{3}{8}}{1} + \frac{\frac{1}{2} \times \frac{2}{8}}{1} \right) = \frac{13}{32}$$

۷) تاس سالمی را پرتاب می کنیم. اگر ۱ بیاید دو سکه، اگر ۲ یا ۳ بیاید سه سکه و اگر بزرگ تر از ۳ بیاید چهار سکه پرتاب می کنیم. احتمال آنکه حداقل یک سکه رو بیاید کدام است؟

$$\begin{array}{l}
 1) \quad \text{عدد ۱} \rightarrow \frac{1}{6} \xrightarrow{\text{۲ سکه}} \frac{3}{4} \\
 2) \quad \text{عدد ۲ و ۳} \rightarrow \frac{2}{6} \xrightarrow{\text{۳ سکه}} \frac{7}{8} \\
 3) \quad \text{بزرگتر از ۳} \rightarrow \frac{3}{6} \xrightarrow{\text{۴ سکه}} \frac{15}{16}
 \end{array}$$

$$P(\text{P}) = \frac{1}{6} \times \frac{3}{4} + \frac{2}{6} \times \frac{7}{8} + \frac{3}{6} \times \frac{15}{16} = \frac{15}{16}$$

۸ در یک شهر ۱۰ درصد افراد فارغ التحصیل دانشگاه می باشند که ۲ درصد آن ها بیکارند درصد بیکاری بقیه افراد جامعه ۲۰ درصد است. یک نفر به تصادف از افراد این شهر انتخاب می کنیم. اگر بیکار باشد احتمال آن که فارغ التحصیل دانشگاه باشد چقدر است؟

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{0.1 \times 0.2}{0.1 \times 0.2 + 0.9 \times 0.2} = \frac{2\%}{11\%} = \frac{1}{9.1}$$

$$n(S) = \frac{10}{100} \times \frac{2}{100} + \frac{90}{100} \times \frac{20}{100} = 0.1 \times 0.2 + 0.9 \times 0.2$$

$$n(A) = \frac{10}{100} \times \frac{2}{100} = 0.1 \times 0.2$$

۹ ظرف A دارای ۴ مهره‌ی سفید و ۵ مهره‌ی سیاه است و هر یک از دو ظرف B و C دارای ۶ مهره‌ی سفید و ۳ مهره‌ی سیاه است. به تصادف یکی از سه ظرف را انتخاب کرده و ۴ مهره از آن خارج می‌کنیم. با کدام احتمال دو مهره از مهره‌های خارج شده، سفید است؟

A / سفید ۴
سیاه ۵

B / سفید ۶
سیاه ۳

C / سفید ۶
سیاه ۳

$$P(\text{دو سفید}) = \frac{1}{3} \times \frac{\binom{4}{2} \binom{5}{2}}{\binom{9}{2}} + \frac{1}{3} \times \frac{\binom{6}{2} \binom{3}{2}}{\binom{9}{2}} + \frac{1}{3} \times \frac{\binom{6}{2} \binom{3}{2}}{\binom{9}{2}}$$

$$P(\text{دو سفید}) = \frac{1}{3} \left(\frac{40}{126} + \frac{15}{126} + \frac{15}{126} \right) = \frac{50}{126} = \frac{25}{63}$$

۱۰ در جامعه‌ای نسبت زنان به مردان ۳ به ۲ می‌باشد. اگر ۴۰ درصد مردان و ۵۰ درصد زنان تحصیلات داشته باشند و یک نفر انتخاب شود، احتمال

آن که این نفر زن یا تحصیل کرده باشد، کدام است؟
 $\overline{B}$ $\overline{A}$

$$\frac{n(\text{زن})}{n(\text{مرد})} = \frac{3}{2} \rightarrow \begin{cases} P(\text{زن}) = \frac{3}{5} \\ P(\text{مرد}) = \frac{2}{5} \end{cases}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\rightarrow P(A \cup B) = \frac{3}{5} + \frac{3}{5} \times \frac{50}{100} + \frac{2}{5} \times \frac{40}{100} - \frac{3}{5} \times \frac{50}{100} = \frac{140}{100} = \frac{14}{10}$$

$$P(A) = \frac{3}{5}$$

$$P(B) = \frac{3}{5} \times \frac{50}{100} + \frac{2}{5} \times \frac{40}{100}$$

$$P(A \cap B) = \frac{3}{5} \times \frac{50}{100}$$

سایت علی جیرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۱۱) در ظرف A، ۳ سیب قرمز و ۴ سیب زرد و در ظرف B، ۵ سیب قرمز و ۳ سیب زرد وجود دارد. یکی از ظرف ها را به تصادف انتخاب کرده و دو سیب به طور متوالی و بدون جای گذاری خارج می کنیم. احتمال آن که هر دو سیب قرمز باشند چقدر است؟

۳ قرمز / ۴ زرد / A
۵ قرمز / ۳ زرد / B

$$P(\text{قرمز}) = \frac{1}{2} \times \frac{3}{7} \times \frac{2}{6} + \frac{1}{2} \times \frac{5}{8} \times \frac{4}{7} = \frac{1}{14} + \frac{5}{28}$$

$$\rightarrow P = \frac{7}{28} = \frac{1}{4} = 25\%$$

۱۲) ۳۰ درصد مردم روزنامه‌ی A و ۴۰ درصد روزنامه‌ی B مطالعه و هیچ فردی هر دو روزنامه را مطالعه نمی‌کند. احتمال این که روزنامه‌ی A

رویدادی را پوشش دهد $\frac{2}{3}$ و احتمال این که روزنامه‌ی B پوشش دهد $\frac{3}{4}$ است. احتمال این که فردی از این رویداد اطلاع نیابد، کدام است؟

$$P = \frac{30}{100} \times \frac{1}{\frac{2}{3}} + \frac{40}{100} \times \frac{1}{\frac{3}{4}} + \frac{30}{100}$$

A B

$$\rightarrow \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{3}{10} = \frac{5}{10} = 50\%$$

۱۳) هریک از اعداد طبیعی کوچک تر از ۱۲ را روی یک کارت نوشته و به تصادف کارتی از بین آن ها خارج می کنیم. اگر مضرب ۳ باشد، ۳ سکه و

اگر مضرب ۴ باشد، ۴ سکه پرتاب می کنیم. با کدام احتمال دقیقاً ۳ سکه رو می آید؟
 ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹، ۱۰، ۱۱

$$\begin{array}{l} \text{۳} \\ \text{ضد: } \frac{3}{11} \end{array} \xrightarrow{\text{۳ رو}} \frac{\binom{3}{3}}{1} = \frac{1}{1}$$

$$\begin{array}{l} \text{۴} \\ \text{ضد: } \frac{2}{11} \end{array} \xrightarrow{\text{۴ رو}} \frac{\binom{4}{3}}{16} = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$

$$P(3) = \frac{3}{11} \times \frac{1}{1} + \frac{2}{11} \times \frac{1}{4} = \frac{7}{44}$$

۱۴ سه ماشین A_1 ، A_2 و A_3 هر کدام به ترتیب ۰٫۵، ۰٫۳ و ۰٫۲ از قطعات یک ربات را می سازند و می دانیم درصد قطعات خراب تولید شده توسط این ماشین ها به ترتیب ۳٪، ۴٪ و ۵٪ می باشند. اگر یک قطعه از ربات را به تصادف برداریم، احتمال آنکه این قطعه خراب باشد چقدر است؟

$$P = 0.5 \times 0.03 + 0.3 \times 0.04 + 0.2 \times 0.05 = 0.037$$

$$P_1 = \frac{0.5 \times 0.03}{0.037}$$

$$P_2 = \frac{0.3 \times 0.04}{0.037}$$

$$P_3 = \frac{0.2 \times 0.05}{0.037}$$

۱۵) در یک کیسه ۴ توپ آبی، ۳ توپ قرمز و ۵ توپ سبز وجود دارد. احتمال پرباد بودن توپ برای توپ آبی $\frac{۳}{۵}$ ، برای توپ قرمز $\frac{۲}{۳}$ و برای توپ

سبز $\frac{۲}{۵}$ است. به تصادف یک توپ از کیسه بیرون می آوریم؛ با چه احتمالی این توپ پرباد است؟

$$P(P) = \frac{۴}{۱۲} \times \frac{۳}{۵} + \frac{۳}{۱۲} \times \frac{۲}{۳} + \frac{۵}{۱۲} \times \frac{۲}{۵}$$

$$\rightarrow P(P) = \frac{1}{۱۵}$$

۱۶) در یک شرکت صنعتی که ۶۰ درصد کارمندان آن زن می باشد، ۴ درصد مردان و ۱ درصد زنان مدرک دکتری دارند. اگر شخصی از این شرکت انتخاب کنیم که مدرک دکتری داشته باشد، احتمال اینکه مرد باشد چقدر است؟

$$P = \frac{60}{100} \times \frac{1}{100} + \frac{40}{100} \times \frac{4}{100} = 0.22 \quad \checkmark$$

$$P_1 = \frac{0.04 \times 0.4}{0.22} = \frac{0.016}{0.22} = \frac{1}{11}$$

۱۷) اگر احتمال تأخیر مترو در یک ایستگاه در روزهای شنبه و یکشنبه ۰٫۸ و در سایر روزها ۰٫۶ باشد، با چه احتمالی مترو به موقع به ایستگاه می آید؟

$$P = \frac{1}{V} \times 0.2 + \frac{5}{V} \times 0.4$$

$$= \frac{1}{V_0} + \frac{10}{V_0} = \frac{11}{V_0} = \frac{11}{100}$$

۱۸) بهروز جهت شرکت در یک مسابقه، از بین پرسش‌های ۵ بسته ریاضی، ۷ بسته تجربی و ۶ بسته علوم انسانی، به تصادف یک بسته اختیار کرده است. احتمال برنده شدن در هر بسته این دروس به ترتیب ۰٫۷ و ۰٫۸ و ۰٫۹ است. با کدام احتمال، بهروز برنده می‌شود؟

$$P = \frac{5}{11} \times \frac{7}{10} + \frac{7}{11} \times \frac{1}{10} + \frac{6}{11} \times \frac{9}{10}$$

$$= \frac{35 + 7 + 54}{110} = \frac{96}{110} = \frac{48}{55}$$

۱۹) سکه‌ی سالمی را پرتاب می‌کنیم. اگر رو آمد ۴ سکه‌ی دیگر پرتاب می‌کنیم و اگر پشت آمد سه سکه‌ی دیگر پرتاب می‌کنیم. با چه احتمالی دقیقاً دو بار رو دیده می‌شود؟

۱) $\frac{1}{2} \rightarrow 1, 0, 0, 0 : \frac{\binom{4}{1}}{2^4} = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$

۲) $\frac{1}{2} \rightarrow 1, 1, 0 : \frac{\binom{3}{2}}{2^3} = \frac{3}{8}$

$P(\text{دو بار رو}) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \times \frac{3}{8} = \frac{5}{16}$

۲۰ دو تاس سالم را پرتاب می کنیم. اگر حاصل ضرب اعداد رو شده مضرب ۴ باشد، دو سکه و در غیر این صورت سه سکه پرتاب می کنیم، چقدر

احتمال دارد حداقل یکی از سکه ها پشت بیاید؟

$$۴ \rightsquigarrow (۳) \quad ۱۲ \rightsquigarrow (۴) \quad ۲۰ \rightsquigarrow (۲) \quad ۲۱ \rightsquigarrow \times$$

$$۱ \rightsquigarrow (۲) \quad ۱۹ \rightsquigarrow (۱) \quad ۲۴ \rightsquigarrow (۲) \quad ۳۲ \rightsquigarrow \times \quad ۳۴ \rightsquigarrow (۱)$$

$$\left. \begin{array}{l} ۴ \text{ مضرب} \\ ۱۵ \end{array} \right\} : \frac{۱۵}{۳۶} \xrightarrow{\alpha ۲} \frac{۳}{۴}$$

$$\left. \begin{array}{l} ۲۱ \text{ مضرب} \\ ۳۶ \end{array} \right\} : \frac{۲۱}{۳۶} \xrightarrow{\alpha ۳} \frac{۷}{۱۲}$$

$$P = \frac{۱۵}{۳۶} \times \frac{۳}{۴} + \frac{۲۱}{۳۶} \times \frac{۷}{۱۲} = \frac{۷۹}{۹۹}$$