آموزش ریاضی دوازدهم تجربی

خلاصه ای از مفاهیم احتمال

(فصل هفتم)

علی جبرا|سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ – ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به سایت Aligebra.com است و هرگونه استفاده از این اثر و انتشار آن در پایگاه های مجازی بدون کسب مجوز ممنوع است و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار می گیرند.

احتمال

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

$n(A)$ → حالت مطلوب

$n(S)$ → کل

$$\binom{5}{2} = \binom{5}{3} = 10$$

$$\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!\,(n-r)!}$$

$$\binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1$$

$$\binom{n}{1} = \binom{n}{n-1} = n$$

سایت علی جبرا Aligebra.com
پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ – ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۱ حروف کلمه‌ی $ATAXIA$ را بریده به‌طور تصادفی کنار هم قرار می‌دهیم با کدام احتمال هر سه حرف A کنار هم قرار می گیرند؟

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۲۴}{۱۲۰}=\frac{۱}{۵}$$

$$n(S)=\frac{۶!}{۳!}=\frac{۶\times۵\times۴\times۳!}{۳!}=۱۲۰$$

$$\underline{AAA}\ \underline{T}\ \underline{X}\ \underline{I} \rightarrow n(A)=۴!=۲۴$$

$$\rightarrow \underline{ABC}\ \underline{D}\ \underline{E}\ \underline{F} \rightarrow ۴!\times۳!$$

Aligebra.com سایت علی جبرا
پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ – ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۲ دو تاس را با هم می‌اندازیم. با کدام احتمال دو عدد رو شده، متوالی هستند؟

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$$

$$n(S) = 6 \times 6 = 36$$

$$n(A) = \begin{cases} (1,2)(2,3)(3,4)(4,5)(5,6) \\ (2,1)(3,2)(4,3)(5,4)(6,5) \end{cases} \rightarrow n(A) = 10$$

Aligebra.com سایت علی جبرا
پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ – ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۳ هر یک از ارقام ۵ و ۴ و ۳ و ۲ و ۱، بر روی پنج کارت یکسان نوشته شده است، به تصادف سه کارت از آن‌ها را کنار هم قرار می‌دهیم. با کدام احتمال عدد سه رقمی حاصل مضرب ۳ می‌باشد؟

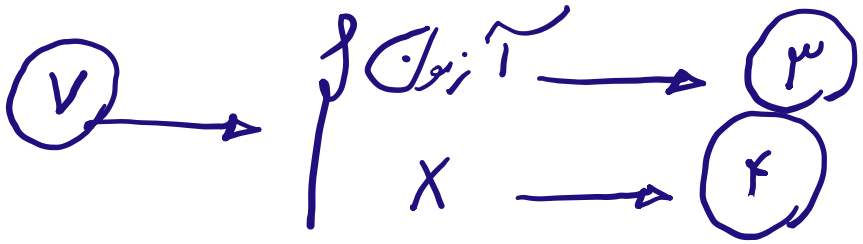
$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۲۴}{۶۰}=\frac{۴}{۱۰}=۰/۴$$

$$n(S)=۵\times۴\times۳=۶۰$$

$$n(A)=\begin{cases}۱،۲،۳ \rightarrow ۳!=۶\\ ۱،۳،۵ \rightarrow ۳!=۶\\ ۲،۳،۴ \rightarrow ۳!=۶\\ ۳،۴،۵ \rightarrow ۳!=۶\end{cases} \rightarrow n(A)=۴\times۶=۲۴$$

سایت علی جبرا Aligebra.com
پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ – ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۴ در آزمایشگاهی ۷ موش نگهداری می‌شوند که بر روی ۳ موش آزمون مهارت انجام شده است. اگر ۲ موش از بین آنان تصادفی انتخاب شوند، با کدام احتمال، لااقل بر روی یکی از آن دو، آزمون انجام شده است؟



$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{15}{21}=\frac{5}{7}$$

$$n(S)=\binom{7}{2}=\frac{7\times6}{2}=21$$

$$\binom{n}{2}=\frac{n\times(n-1)}{2}$$

$$n(A)=\binom{3}{1}\times\binom{4}{1}+\binom{3}{2}=3\times4+3=15$$

سایت علی جبرا Aligebra.com
پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۵ اگر با ارقام ۱, ۲, ۴, ۶ یک عدد چهار رقمی با ارقام متمایز بسازیم چقدر احتمال دارد این عدد زوج باشد؟

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۱۸}{۲۴}=\frac{۳}{۴}=۰/۷۵$$

$$n(S): ___ \times ___ \times ___ \times ___ = ۲۴$$

$$n(A): ___ \times ___ \times ___ \times ___ = ۱۸$$

(زوج)

سایت علی جبرا Aligebra.com
پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ – ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۶ شش گوی یکسان با شماره های ۱ تا ۶ در یک ظرف قرار دارند، به تصادف دو گوی از آنها برمی داریم، با کدام احتمال جمع اعداد این دو گوی کم تر از ۶ است؟

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۴}{۱۵}$$

$$n(S)=\binom{۶}{۲}=\frac{۶\times۵}{۲}=۱۵$$

$$n(A):\{(۱,۲)(۱,۳)(۱,۴)(۲,۳)\}\rightarrow n(A)=۴$$

Aligebra.com سایت علی جبرا
پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ – ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۷ در جعبه‌ای ۳ مهره‌ی سفید، ۲ مهره‌ی سیاه و ۵ مهره‌ی قرمز موجود است. اگر دو مهره از آن بیرون آوریم، با کدام احتمال این دو مهره همرنگ نیستند؟

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۳۱}{۴۵}$$

$$n(S)=\binom{۱۰}{۲}=\frac{۱۰\times ۹}{۲}=۴۵$$

$$n(A)=\underbrace{\binom{۳}{۱}\binom{۲}{۱}}_{۶}+\underbrace{\binom{۳}{۱}\binom{۵}{۱}}_{۱۵}+\underbrace{\binom{۲}{۱}\binom{۵}{۱}}_{۱۰}=۳۱$$

Aligebra.com سایت علی جبرا
پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ – ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۸ دو تاس را با هم می‌اندازیم، احتمال آن‌که مجموع دو عدد رو شده مضرب ۴ باشد، کدام است؟

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{9}{36}=\frac{1}{4}=0/25$$

$$n(S)=6\times 6=36$$

$$n(A)=\begin{cases}4 \to (1,3)(3,1)(2,2)\\ 8 \to (2,6)(6,2)(3,5)(5,3)(4,4)\\ 12 \to (6,6)\end{cases} \to n(A)=9$$

سایت علی جبرا Aligebra.com
پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۹ در آزمایشگاهی ۳ موش سفید و ۵ موش سیاه نگهداری می‌شوند. اگر به‌طور تصادفی ۴ موش از بین آن‌ها جهت آزمایشی برداشته شوند، با کدام احتمال فقط یکی از موش های مورد آزمایش، سفید است؟

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۳۰}{۷۰}=\frac{۳}{۷}$$

$$n(S)=\binom{۸}{۴}=\frac{۸!}{۴!\times ۴!}=\frac{۸\times ۷\times ۶\times ۵\times ۴!}{۴!\times ۴\times ۳\times ۲}=۷۰$$

$$n(A)=\binom{۳}{۱}\times\binom{۵}{۳}=۳\times ۱۰=۳۰$$

Aligebra.com سایت علی جبرا
پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ – ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۱۰ احتمال این که از چهار فرزند یک خانواده دو فرزند پسر و دو فرزند دختر باشند کدام است؟

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{6}{16}=\frac{3}{8}$$

$$n(S)=2\times2\times2\times2=2^4=16$$

پسر $\leftarrow 2^n$

پسر $\leftarrow 2^n$

فرزند $\leftarrow 2^n$

$n(A)$ PPDD

$$n(A)=\frac{4!}{2!\times2!}=\frac{4\times3\times2}{2\times2}=6$$

سایت علی جبرا Aligebra.com
پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

(۱۱) در آزمایشگاهی ۵ موش سالم و ۳ موش دیابتی نگهداری می شوند، اگر دو موش از محفظه گریخته باشند، با کدام احتمال فقط یکی از موش های فراری دیابتی است؟

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۱۵}{۲۸}$$

$$n(S) = \binom{۸}{۲} = \frac{۸ \times ۷}{۲} = ۲۸$$

$$n(A) = \binom{۳}{۱} \times \binom{۵}{۱} = ۳ \times ۵ = ۱۵$$

سایت علی جبرا Aligebra.com
پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ – ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۱۲ دریک اتوبوس ۵ مرد و ۴ زن وجود دارد. این اتوبوس شروع به حرکت می‌کند. اگر ۱ نفر در ایستگاه اوّل، ۱ نفر در ایستگاه دوم و مابقی در آخرین ایستگاه پیاده شوند، احتمال آن که همه‌ی مردها در یک ایستگاه پیاده شده باشند، کدام است؟

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۱۲}{۷۲}=\frac{۱}{۶}$$

$$n(S)=\binom{۹}{۱}\times\binom{۸}{۱}=۹\times۸=۷۲$$

$$n(A)=\binom{۴}{۱}\times\binom{۳}{۱}=۴\times۳=۱۲$$

سایت علی جبرا Aligebra.com
پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ – ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۱۳ احتمال آن‌که از سه موش انتخاب شده از ۶ موش سفید و ۵ موش سیاه، هر سه موش سفید باشند، کدام است؟

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۲۰}{۱۶۵}=\frac{۴}{۳۳}$$

$$n(S)=\binom{۱۱}{۳}=\frac{۱۱!}{۳!\times ۸!}=\frac{۱۱\times ۱۰\times ۹\times ۸!}{۳\times ۲\times ۸!}=۱۶۵$$

$$n(A)=\binom{۶}{۳}=\frac{۶!}{۳!\times ۳!}=\frac{۶\times ۵\times ۴\times ۳!}{۳\times ۲\times ۳!}=۲۰$$

Aligebra.com سایت علی جبرا
پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ – ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۱۴ هر یک از کشورهای D, C, B, A دارای ۵ شناگر می‌باشند؛ با چه احتمالی ۴ شناگری که برای مسابقات المپیک انتخاب می‌شوند دارای سه ملیت متفاوتند؟

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۳۰۰۰}{۴۱۴۵} = \frac{۲۰۰}{۳۲۳}$$

$$n(S) = \binom{۲۰}{۴} = \frac{۲۰!}{۴! \times ۱۶!} = \frac{۲۰ \times ۱۹ \times ۱۸ \times ۱۷ \times ۱۶!}{۴ \times ۳ \times ۲ \times ۱۶!} = ۴۱۴۵$$

$$n(A) = \binom{۴}{۳}\binom{۵}{۲}\binom{۵}{۱}\binom{۵}{۱} \times ۳ = ۴ \times ۱۰ \times ۵ \times ۵ \times ۳ = ۳۰۰۰$$

Aligebra.com سایت علی جبرا
پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۱۵ در یک جمع ۵ نفره، ۳ برادر حضور دارند. این ۵ نفر را در یک ردیف کنار هم می‌چینیم. با چه احتمالی فقط دو برادر کنار هم هستند؟

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۷۲}{۱۲۰}=\frac{۳}{۵}$$

$$n(S)=۵\times۴\times۳\times۲\times۱=۵!=۱۲۰$$

$$n(A')=\begin{cases} A_1\ \underline{B}\ A_2\ \underline{C}\ A_3 \rightarrow ۳!\times۲!=۶\times۲=۱۲ \\ \underline{A_1A_2A_3}\ ،\ \underline{B}\ ،\ \underline{C} \rightarrow ۳!\times۳!=۶\times۶=۳۶ \end{cases}$$

$$\rightarrow n(A')=۱۲+۳۶=۴۸$$

$$\rightarrow n(A)=n(S)-n(A')=۱۲۰-۴۸=۷۲$$

Aligebra.com سایت علی جبرا
پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۰، ۱، ۲، ۳، ۴

۱۶ با ارقام ۰ تا ۴، یک عدد سه رقمی با ارقام متمایز می‌نویسیم. با کدام احتمال عدد ساخته شده بر ۶ بخش‌پذیر است؟

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۱۳}{۴۸}$$

$$n(S): \frac{۴}{} \times \frac{۴}{} \times \frac{۳}{} = ۴۸$$

$n(A)=$

- ۰، ۱، ۲ → ۱۲۰، ۲۱۰، ۱۰۲ → ۳
- ۰، ۲، ۴ → ۲۴۰، ۴۲۰، ۲۰۴، ۴۰۲ → ۴
- ۱، ۲، ۳ → ۳۱۲، ۱۳۲ → ۲
- ۲، ۳، ۴ → ۲۳۴، ۳۲۴، ۴۳۲، ۳۴۲ → ۴

$\rightarrow n(A)=۱۳$

سایت علی جبرا Aligebra.com
پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ – ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۱۷ از بین ۵ مهره‌ی سفید و ۳ مهره‌ی سیاه سه مهره به تصادف انتخاب می کنیم چقدر احتمال دارد هر سه مهره هم رنگ باشند؟

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{11}{56}$$

$$n(S) = \binom{8}{3} = \frac{8!}{3! \times 5!} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5!}{3 \times 2 \times 5!} = 56$$

$$n(A) = \binom{5}{3} + \binom{3}{3} = 10 + 1 = 11$$

Aligebra.com سایت علی جبرا
پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۱۸ در بین اعداد سه رقمی یک عدد فرد انتخاب می کنیم احتمال این که این عدد مضرب ۳ باشد چقدر است؟

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۱۵۰}{۴۵۰}=\frac{۱}{۳}$$

$$n(S):\ \begin{matrix}۱۰۱\\ \vdots\\ ۹۹۹\end{matrix}\ \rightarrow\ n(B)=\frac{۹۹۹-۱۰۱}{۲}+۱=۴۴۹+۱=۴۵۰$$

$$n(A)=\frac{۴۵۰}{۳}=۱۵۰$$

سایت علی جبرا Aligebra.com
پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۱۹ در جعبه‌ای ۳ مهره‌ی سفید، ۴ مهره‌ی سیاه و ۲ مهره‌ی سبز است. به تصادف ۳ مهره بیرون می آوریم. با کدام احتمال هیچ دو مهره همرنگ نیستند؟

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۲۴}{۸۴}=\frac{۲}{۷}$$

$$n(S)=\binom{۹}{۳}=\frac{۹!}{۳!\times ۶!}=۸۴$$

$$n(A)=\binom{۳}{۱}\binom{۴}{۱}\binom{۲}{۱}=۳\times ۴\times ۲=۲۴$$

سایت علی جبرا Aligebra.com
پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ – ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۲۰ از ۷ دانش آموز ریاضی و ۵ دانش آموز تجربی یک تیم ۵ نفری تشکیل می شود. با کدام احتمال لااقل سه نفر آنان گروه تجربی است؟

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۲۴۶}{۷۹۲}=\frac{۴۱}{۱۳۲}$$

$$n(S)=\binom{۱۲}{۵}=\frac{۱۲!}{۵!\times ۷!}=۷۹۲$$

$$n(A)=\binom{۵}{۳}\binom{۷}{۲}+\binom{۵}{۴}\binom{۷}{۱}+\binom{۵}{۵}=۲۴۶$$

$$۲۱۰ \qquad ۳۵ \qquad ۱$$

Aligebra.com سایت علی جبرا
پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ – ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹