

آموزش ریاضی دوازدهم تجربی

آشنایی با مقاطع مخروطی

(فصل ششم – درس اول)

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹ – ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به سایت **Algebra.com** است و هرگونه استفاده از این اثر و انتشار آن در پایگاه های مجازی بدون کسب مجوز ممنوع است و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار می گیرند.

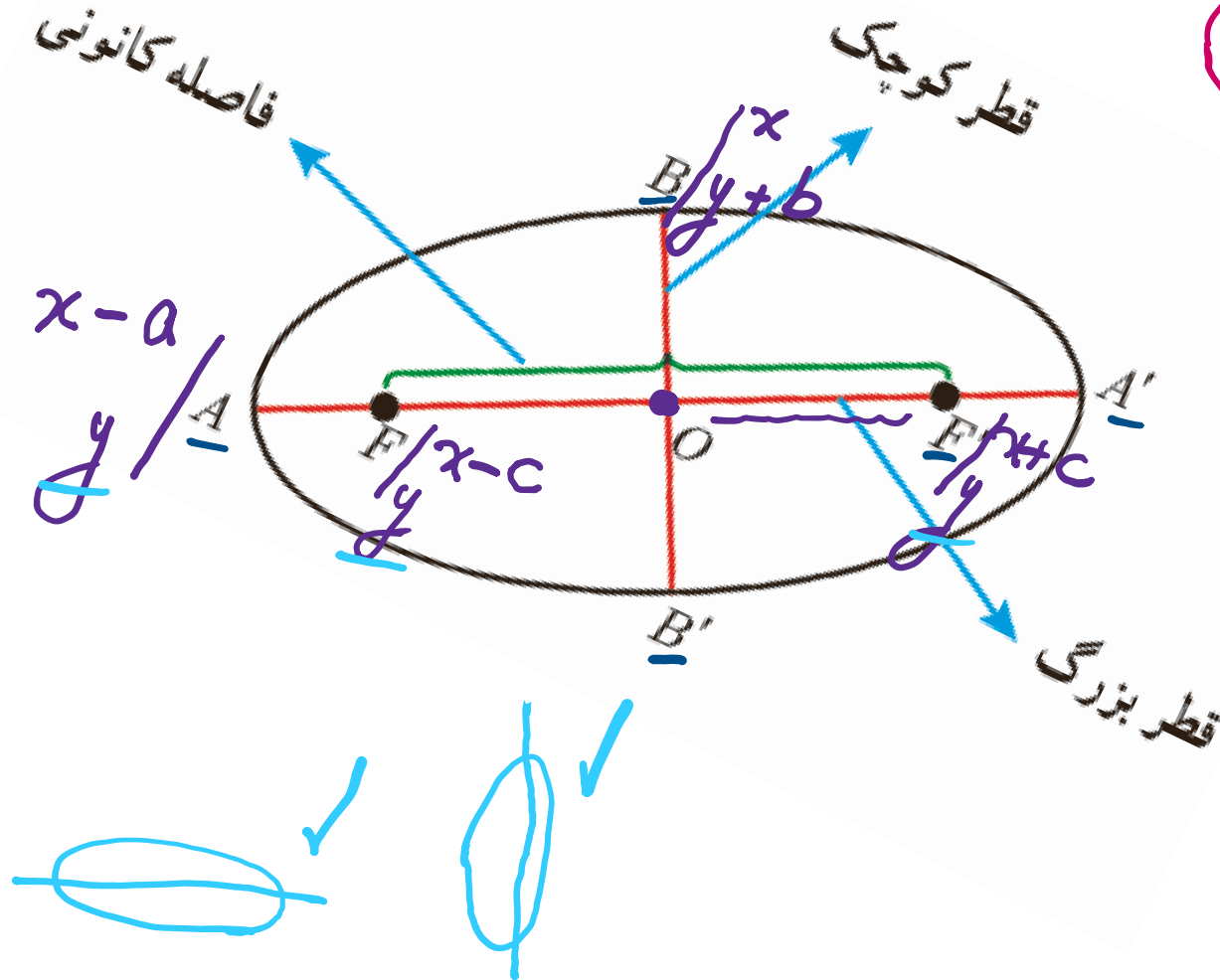
$$FF' = Y_C$$

$$AA' = r_a \quad BB' = r_b$$

$$a^r = b^r + c^r$$

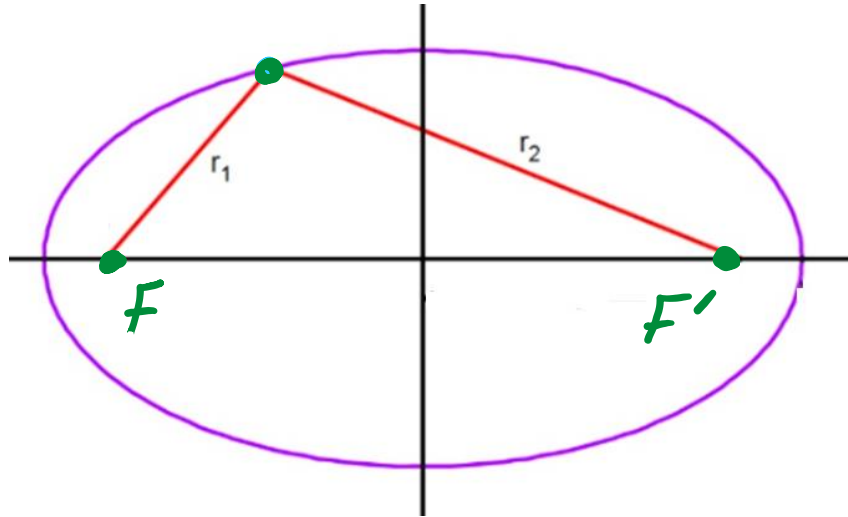
$$e = \frac{c}{a} = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}$$

$$0 \leq e < 1$$



نکته

مجموع فواصل هر نقطه روی بیضی از دو کانون آن، مقداری ثابت برابر $2a$ است.



$$r_1 + r_2 = 2a$$

مجموع فواصل نقطه‌ی P روی بیضی از دو نقطه‌ی ثابت M و N به طول‌های -3 و 4 روی محور x ها برابر 9 است. اندازه‌ی قطر کوچک این بیضی کدام است؟

کانون

$$Pa = 9 \rightarrow a = \frac{9}{2}$$

$$MN = Pc \rightarrow Pc = 7 \rightarrow c = \frac{7}{2}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow b^2 = a^2 - c^2 = \frac{11}{4} - \frac{49}{4} = \frac{14}{4}$$

$$\rightarrow b = \frac{\sqrt{14}}{2}$$

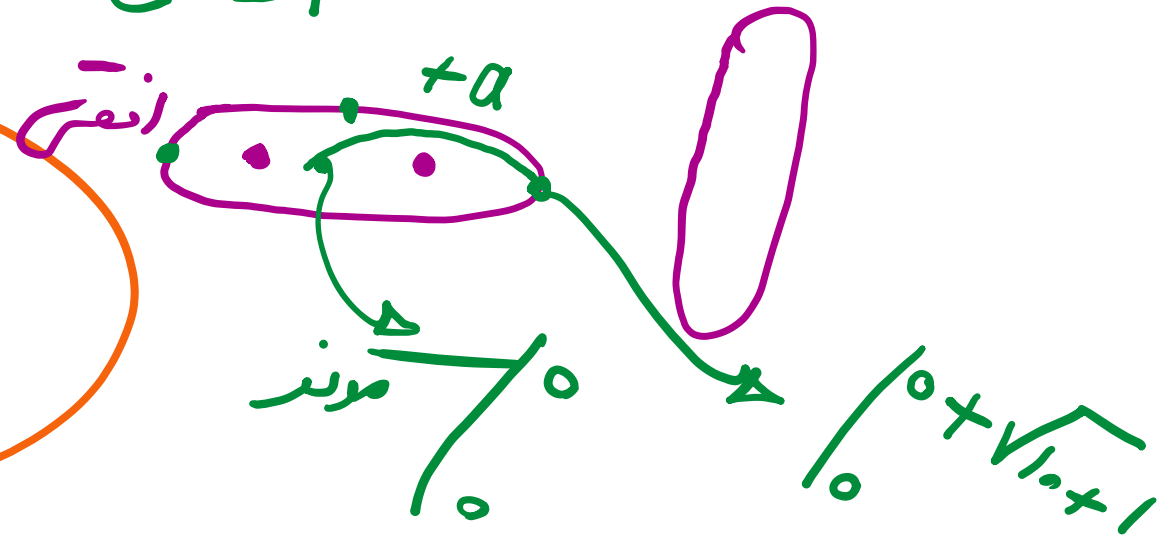
$$Pb = \sqrt{14}$$

نقاط $\underline{F}|_{\underline{0}}^3$ و $\underline{F}'|_{\underline{0}}^{-3}$ کانون‌های یک بیضی هستند. اگر نقطه $\underline{M}|_{\underline{2}}^3$ روی این بیضی واقع باشد، خروج از مرکز آن کدام است؟

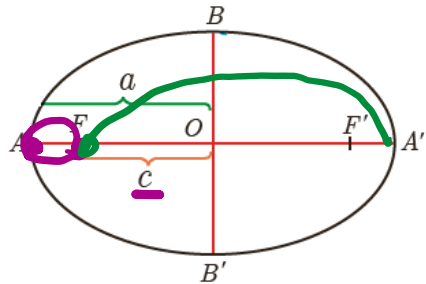
$$MF + MF' = 2a \rightarrow \sqrt{0+4} + \sqrt{3^2+4} = 2\sqrt{10} + 1 \rightarrow a = \sqrt{10} + 1$$

$$FF' = 2c \rightarrow 4 = 2c \rightarrow c = 2$$

$$e = \frac{c}{a} = \frac{2}{\sqrt{10} + 1}$$



طول قطر کوچک بیضی $4\sqrt{2}$ و فاصله یک کانون تا نزدیک ترین رأس 2 است. خروج از مرکز بیضی کدام است؟



$$2b = 4\sqrt{2} \rightarrow b = 2\sqrt{2}$$

استدلال

$$\frac{a-c}{a+c}$$

$$a - c = 2 \rightarrow a = 2 + c$$

$$a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow (2+c)^2 = 1 + c^2 \rightarrow 4 + 4c + c^2 = 1 + c^2$$

$$4c = -3 \rightarrow c = 1 \rightarrow a = 3$$

$$e = \frac{c}{a} = \frac{1}{3}$$

$$\begin{aligned} AA' &= 2a \\ BB' &= 2b \\ FF' &= 2c \end{aligned}$$

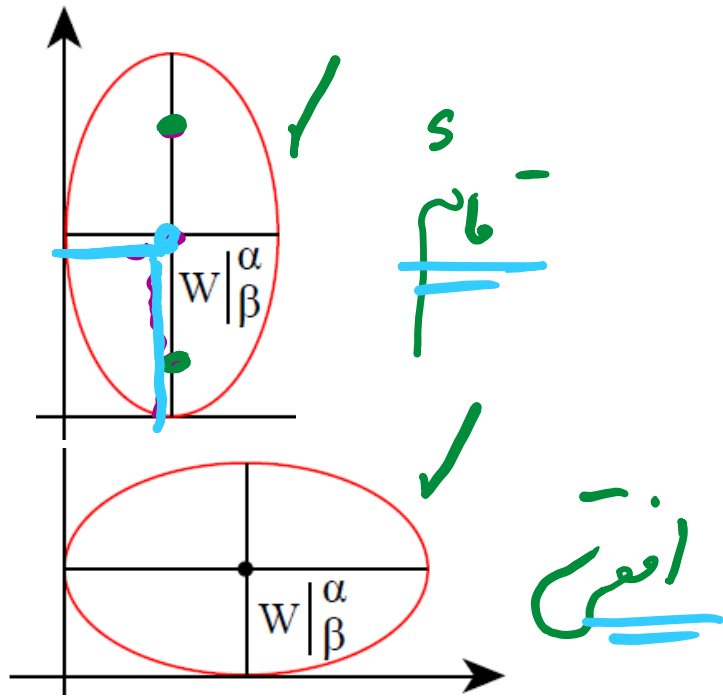
اگر یک بیضی به مرکز $(-1, -2)$ بر محورهای مختصات مماس باشد، کدام یک از نقاط زیر می تواند کانون این بیضی باشد؟

$(-1 + \sqrt{3}, -2)$ ④

$(-1 + \sqrt{2}, -2)$ ③

$(-1, -2 + \sqrt{3})$ ②

$(-1, -2 + \sqrt{2})$ ①



$a = 2$
 $b = 1 \rightarrow c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{3}$

$F \begin{matrix} -1 \\ -2 + \sqrt{3} \end{matrix}$

$F' \begin{matrix} -1 \\ -2 - \sqrt{3} \end{matrix}$

اگر در یک بیضی فاصله‌ی مرکز تا کانون $\sqrt{3}$ برابر فاصله‌ی مرکز تا رأس ناکانونی باشد، خروج از مرکز بیضی کدام است؟

$$c = \sqrt{3}b$$

$$a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow \underline{a^2} = b^2 + 3b^2 = 4b^2$$

$$e = \frac{c}{\underline{a}} = \sqrt{1 - \frac{b^2}{\underline{a^2}}} = \sqrt{1 - \frac{b^2}{4b^2}} = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

سایت علی جیرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۶۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۶۴۳۸۹

خروج از مرکز یک بیضی $\frac{3}{5}$ و طول قطر کوچک آن ۲۴ است. مجموع فاصله کانونی بیضی و قطر بزرگ آن کدام است؟

$$BB' = 2b = 24 \rightarrow b = 12 \checkmark$$

$$e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} \rightarrow \frac{9}{15} = 1 - \frac{144}{a^2} \rightarrow \frac{12}{a} = \frac{4}{5}$$

$$\rightarrow a = 15 \checkmark$$

$$c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{225 - 144} = 9$$

$$\rightarrow 2c + 2a = 18 + 30 = 48$$

در یک بیضی، قطر بزرگ آن ۳ برابر قطر کوچک آن است. خروج از مرکز بیضی کدام است؟

$$r_a = 3(r_b) \leadsto a = 3b$$

$$BB' = r_b$$

$$AA' = r_a$$

$$e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} = \sqrt{1 - \frac{b^2}{9b^2}} = \sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{\sqrt{1}}{3}$$

سایت علی جبرا Aligebra.com

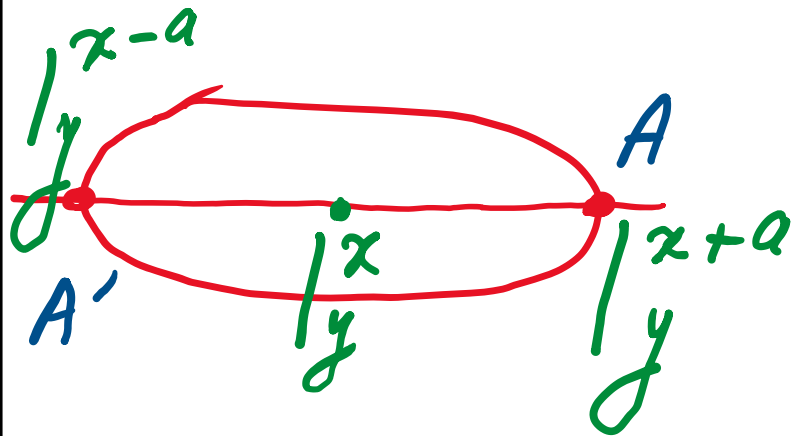
پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

در یک بیضی افقی به مرکز $\begin{matrix} 3 \\ 4 \end{matrix}$ ، طول قطر کوچک ۶ و فاصلهٔ کانونی برابر ۸ می باشد. مختصات یکی از دو سر قطر بزرگ این بیضی کدام است؟

$$2b = 6 \rightarrow b = 3$$

$$2c = 8 \rightarrow c = 4$$

$$a = \sqrt{b^2 + c^2} = \sqrt{9 + 16} = 5$$



$$A / x + a$$

$$A' / x - a$$

اگر مختصات دو سر قطر کوچک یک بیضی $B(3, 8)$ و $B'(3, 2)$ و خروج از مرکز آن $\frac{2}{3}$ باشد، طول قطر کانونی آن کدام است؟

$$BB' = 2b \rightarrow 4 = 2b \rightarrow b = 2$$

$$e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} \rightarrow \frac{4}{9} = 1 - \frac{4}{a^2} \rightarrow \frac{4}{a^2} = \frac{5}{9}$$

$$\rightarrow a^2 = \frac{36}{5} \rightarrow a = \frac{6}{\sqrt{5}}$$

$$AA' = 2a = \frac{12}{\sqrt{5}}$$

در یک بیضی به کانون‌های $(2, -1)$ و $(2, 7)$ ، اندازه قطر کوچک ۶ واحد است. خروج از مرکز این بیضی، کدام است؟

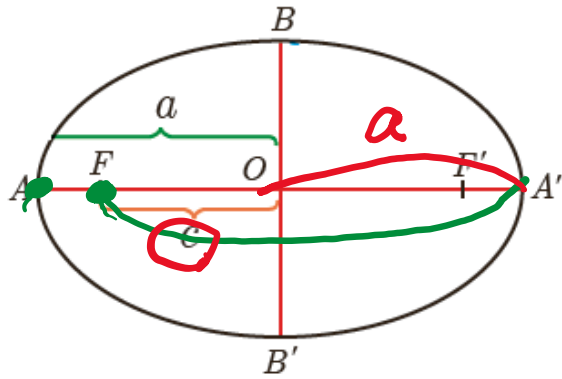
$$2b = 4 \rightarrow b = 2$$

$$FF' = 2c \rightarrow 2c = 8 \rightarrow c = 4$$

$$a^2 = b^2 + c^2 = 4 + 16 = 20 \rightarrow a = \sqrt{20}$$

$$e = \frac{c}{a} = \frac{4}{\sqrt{20}}$$

اگر فاصله ی کانون یک بیضی تا نزدیک ترین رأس به آن ۲ و تا دورترین رأس به آن ۸ باشد خروج از مرکز بیضی



$$\checkmark a - c = 2$$

$$\checkmark a + c = 8$$

$$2a = 10$$

$$a = 5$$

$$c = 3$$

$$e = \frac{c}{a} = \frac{3}{5}$$

اگر $F'(-3, 1), F(-1, 1)$ دو کانون یک بیضی با خروج از مرکز $\frac{\sqrt{3}}{3}$ باشند طول قطر کوچک این بیضی کدام است؟

$$FF' = 2c \rightarrow 2c = 2 \rightarrow c = 1 \quad \checkmark$$

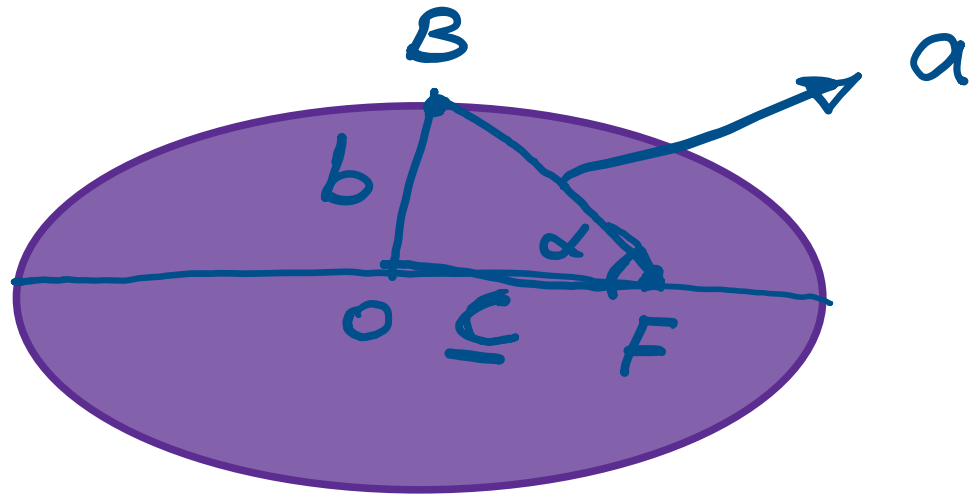
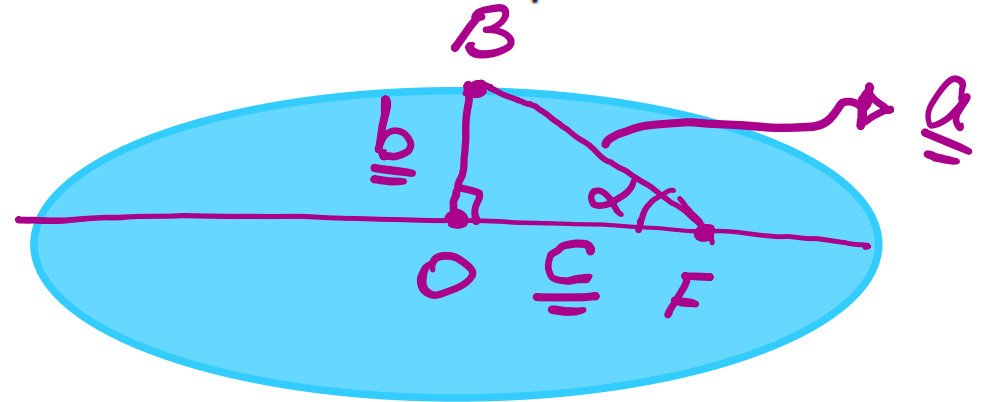
$$e = \frac{c}{a} \rightarrow \frac{1}{a} = \frac{\sqrt{3}}{3} \rightarrow a = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3} \quad \checkmark$$

$$b = \sqrt{a^2 - c^2} = \sqrt{3 - 1} = \sqrt{2}$$

$$\rightarrow BB' = 2b = 2\sqrt{2}$$

اگر خروج از مرکز یک بیضی $\frac{1}{2}$ باشد زاویه ی بین خطی که از کانون و رأس ناکانونی می گذرد با محور کانونی کدام است؟

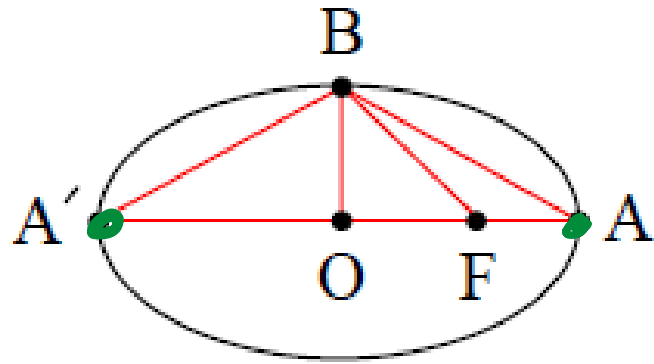
$$e = \frac{c}{a} = \frac{1}{2}$$



$$\cos \alpha = \frac{c}{a} = \frac{1}{2}$$

$$\alpha = 60^\circ$$

در شکل زیر اگر مساحت مثلث ABA' برابر ۱۵ و مساحت مثلث OBF برابر ۶ باشد خروج از مرکز بیضی کدام است؟



$$\underline{OA = a}$$

$$OF = c$$

$$e = \frac{c}{a}$$

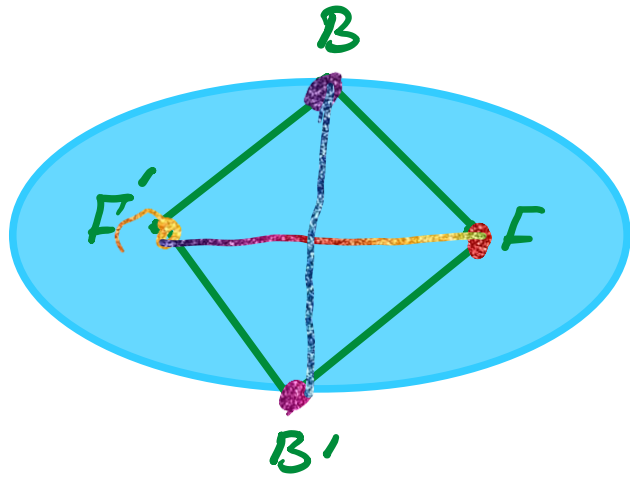
$$S_{ABA'} = \frac{1}{2} \times BO \times AA' = 15$$

$$S_{OBF} = \frac{1}{2} \times BO \times OF = 6$$

$$\frac{AA'}{OF} = \frac{15}{6}$$

$$\rightarrow \frac{2a}{c} = \frac{15}{6} = \frac{5}{2} \rightarrow \frac{a}{c} = \frac{5}{4} \rightarrow \frac{c}{a} = \frac{4}{5}$$

اگر چهارضلعی که دو کانون و رأس های ناکانونی یک بیضی می سازند مربع باشد، خروج از مرکز بیضی کدام است؟



$$FF' = BB' \rightarrow c = b$$

$$\rightarrow c = b \checkmark$$

$$\rightarrow a^2 = b^2 + c^2 = b^2 + b^2 = 2b^2$$

$$\rightarrow e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} = \sqrt{1 - \frac{b^2}{2b^2}} = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

سایت علی جیرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

اگر $W(1, 2)$ مرکز و $F(5, 2)$ یکی از کانون‌های بیضی‌ای باشد که از نقطه‌ی $M(4, 3)$ عبور می‌کند، خروج از مرکز بیضی

$$1 = \frac{\omega + x_{F'}}{r} \rightarrow x_{F'} = -3$$

$$r = \frac{r + y_{F'}}{r} \rightarrow y_{F'} = 2$$

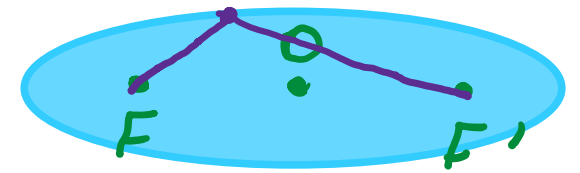
$$MF + MF' = 2a \rightarrow \sqrt{1+1} + \sqrt{19+1} = 5\sqrt{2} + \sqrt{2} = 6\sqrt{2}$$

$$2a = 6\sqrt{2} \rightarrow a = 3\sqrt{2}$$

$$FF' = 2c = 4$$

$$c = 2$$

$$e = \frac{c}{a} = \frac{2}{3\sqrt{2}}$$



در یک بیضی به کانون‌های $(-1, 2)$ و $(7, 2)$ ، اندازه قطر کوچک ۶ واحد است. خروج از مرکز این بیضی، کدام است؟

$$BB' = 2b = 6 \rightarrow b = ?$$

$$FF' = 2c = 1 \rightarrow c = ?$$

$$a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow a = ?$$

$$\rightarrow e = \frac{c}{a} = \underline{\hspace{2cm}} = ?$$