

آموزش ریاضی دوازدهم تجربی

حل تمرین های فصل پنجم

(کاربرد مشتق)

علی جبرا | سایت تخصصی آموزش ریاضی

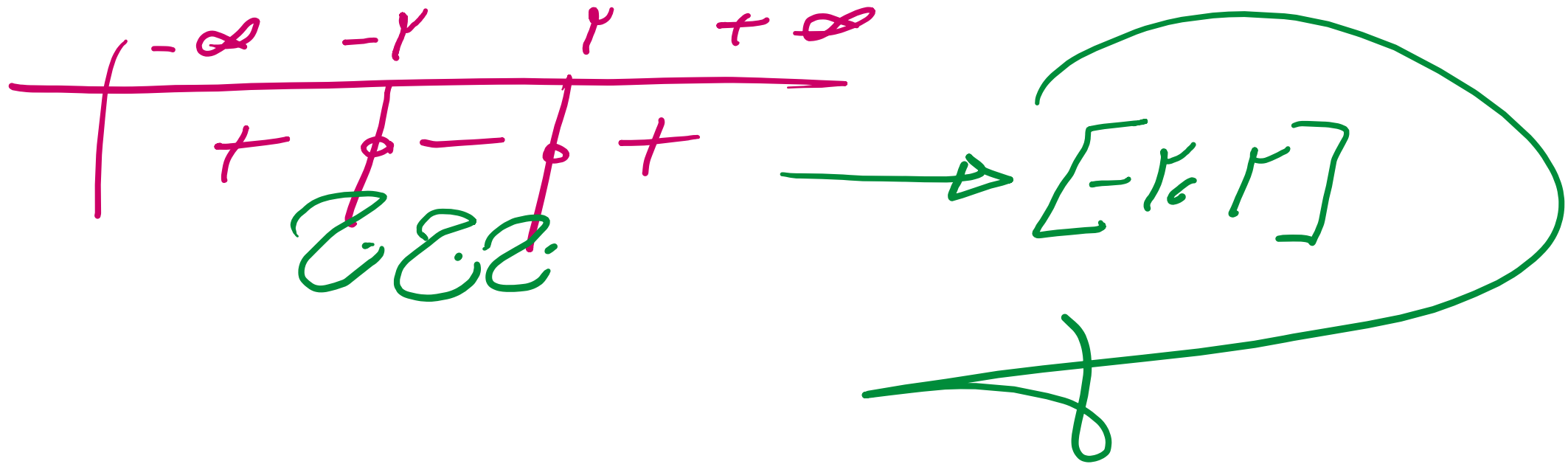
ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹ – ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به سایت **Aligebra.com** است و هرگونه استفاده از این اثر و انتشار آن در پایگاه های مجازی بدون کسب مجوز ممنوع است و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار می گیرند.

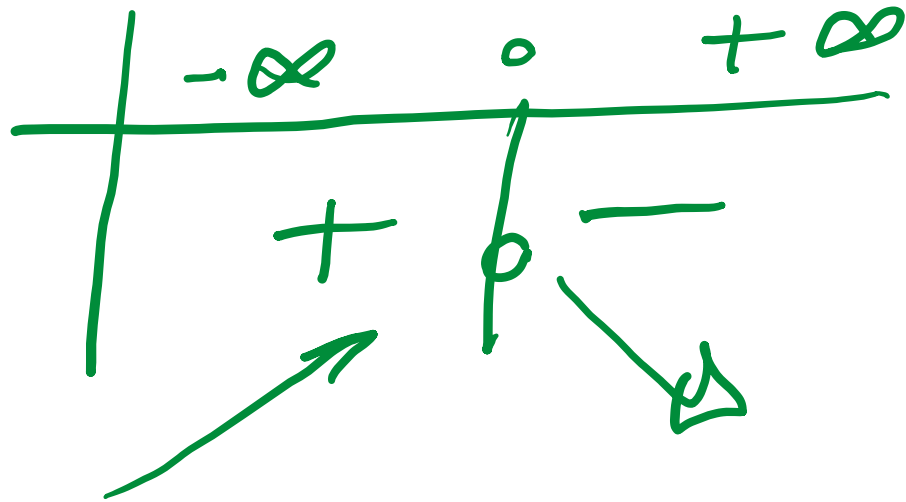
۱ بزرگ‌ترین بازه از $\mathbb{R}$ که تابع $f(x) = x^2 - 12x + 4$ در آن نزولی اکید باشد، کدام است؟ چرا؟

$$f'(x) = 2x - 12 = 0 \rightarrow x = 6 \rightarrow x = \pm 6$$



۲ با تشکیل جدول تغییرات تابع $g(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$ ، مشخص کنید تابع در چه بازه‌هایی صعودی اکید و در کدام بازه‌ها نزولی اکید است؟

$$g'(x) = \frac{0 - 2x}{(x^2 + 1)^2} \longrightarrow -2x = 0 \longrightarrow x = 0$$



$$(-\infty, 0]$$

$$[0, +\infty)$$

صعودی

نزولی

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۳ نقاط بحرانی توابع زیر را در صورت وجود به دست آورید.

الف) $f(x) = \sqrt{4-x^2}$

ب) $g(x) = x^3 + 3x^2 - 4$

پ) $h(x) = \sqrt[3]{x}$

$$f'(x) = \frac{-1x}{\sqrt{4-x^2}}$$

$$-1x = 0 \rightarrow x = 0$$

$$4-x^2 = 0 \rightarrow x = \pm 2$$

$$g'(x) = 3x^2 + 6x = 0$$

$$3x(x+2) = 0$$

$$x = 0$$

$$x = -2$$

$$h'(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}$$

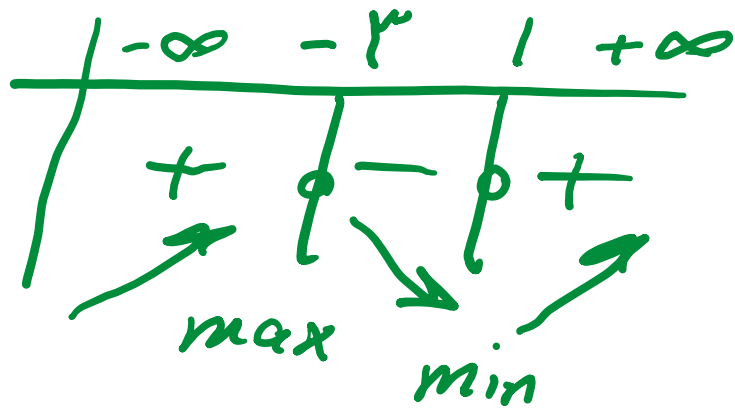
$$x = 0$$

۴ در هر یک از توابع زیر، ابتدا نقاط بحرانی تابع را به دست آورید و سپس با رسم جدول تغییرات تابع، نقاط ماکزیمم نسبی و مینیمم نسبی آن را در صورت وجود مشخص کنید.

الف) $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x - 10$ ب) $g(x) = -2x^3 + 3x^2 + 12x - 9$ پ) $h(x) = -x^3 - 3x + 2$

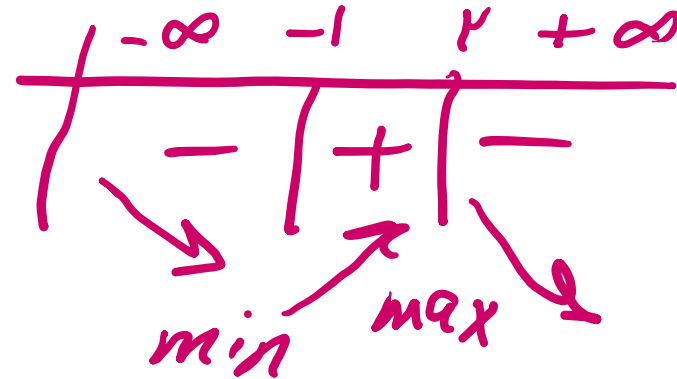
$$y' = 3x^2 + 6x - 9 = 0$$

$$x = 1, x = -3$$



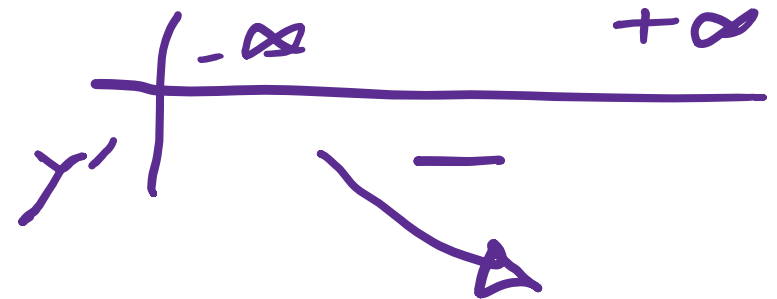
$$y' = -6x^2 + 6x + 12$$

$$x = -1, x = 2$$



$$y' = -3x^2 - 3$$

$$y' = 0 \rightarrow x^2 = -1 \quad x$$



مقادیر ماکزیمم مطلق و مینیمم مطلق توابع زیر را در بازه‌های مشخص شده، در صورت وجود به دست آورید.

الف) $f(x) = -2x^2 + 9x - 13$; $x \in [-1, 2]$

ب) $g(x) = x^2 + 2x - 5$; $x \in [-2, 1]$

الف) $y' = -4x + 9 = 0 \rightarrow -4x(9 - x) = 0 \rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=9 \end{cases}$ ✓

$f(-1) = -2$

$f(2) = 7$
max مطلق

$f(0) = -13$
min مطلق

ب) $y' = 2x + 2 = 0 \rightarrow x = -1$

$f(-2) = -17$
min مطلق

$f(1) = -2$
max مطلق

۶ اگر نقطه $(1, 2)$ ، نقطه اکسترمم نسبی تابع $f(x) = x^3 + bx^2 + d$ باشد، مقادیر b و d را به دست آورید.

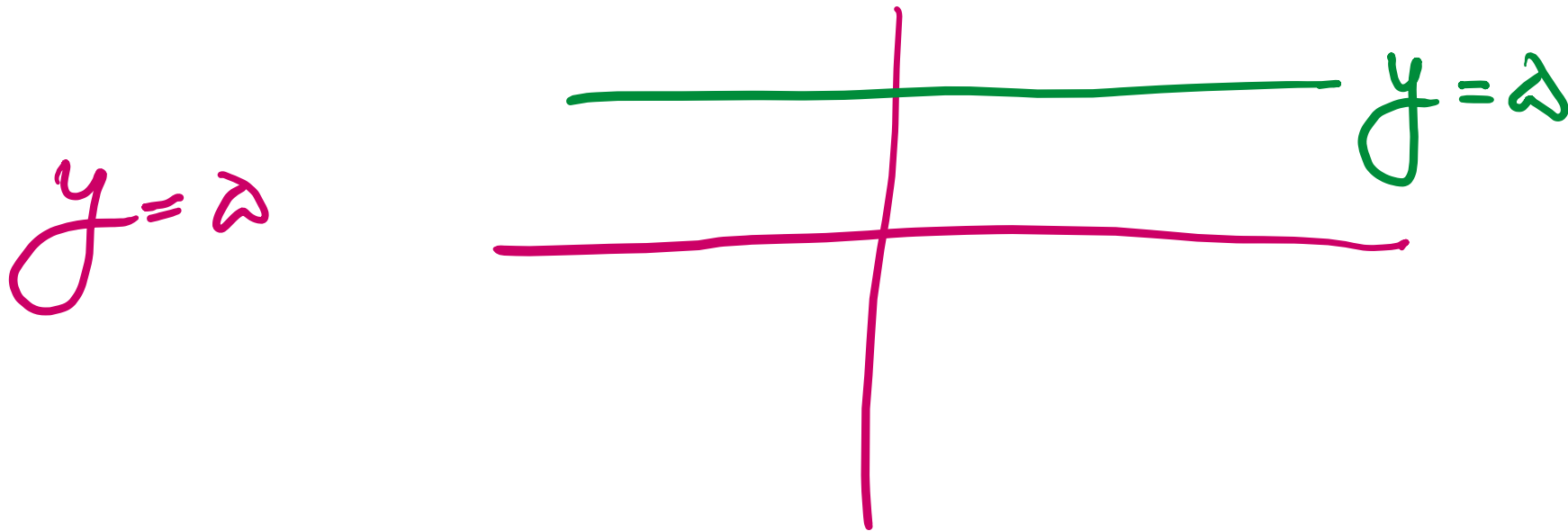
$$\left. \begin{array}{l} x=2 \\ y=1 \end{array} \right\} \rightarrow 1 + 4b + d = 1 \rightarrow 4b + d = -1$$

$$y' = 3x^2 + 2bx \xrightarrow{f'(2)=0} 12 + 4b = 0 \rightarrow b = -3$$

$$4(-3) + d = -1 \rightarrow d = 11$$

۷ نمودار تابعی مانند f با دامنه $\mathbb{R}$ را رسم کنید به طوری که هر نقطه دلخواه از D_f ، یک نقطه بحرانی f باشد. مسئله چند جواب دارد؟

$$y = a \longrightarrow y' = 0$$

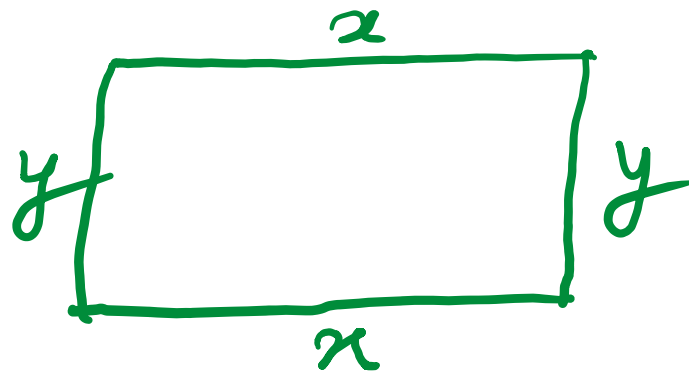


۱ کشاورزی می خواهد دور یک مزرعه مستطیل شکل به مساحت ثابت ۱۰۰۰۰ متر مربع را دیوارکشی کند. هزینه هر متر دیوارهای

شمالی و جنوبی ۲ میلیون تومان و هزینه هر متر دیوارهای شرقی و غربی ۸ میلیون تومان است.

الف) هزینه مورد نیاز برای انجام این کار را به صورت یک تابع بنویسید.

ب) ابعاد مزرعه چقدر باشد تا هزینه دیوارکشی به حداقل مقدار ممکن برسد؟



$$xy = 10000 \rightarrow y = \frac{10000}{x}$$

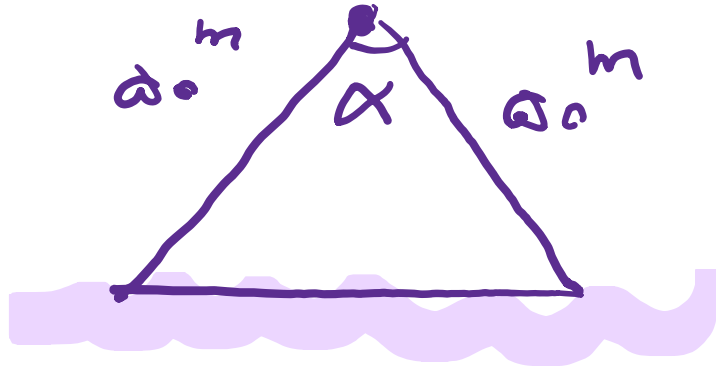
$$P(x) = 1x + 14y = 1x + \frac{140000}{x}$$

$$P'(x) = 0 \rightarrow 1 - \frac{140000}{x^2} = 0 \rightarrow x = 200 \rightarrow y = 50$$

ALIGEBRA.COM

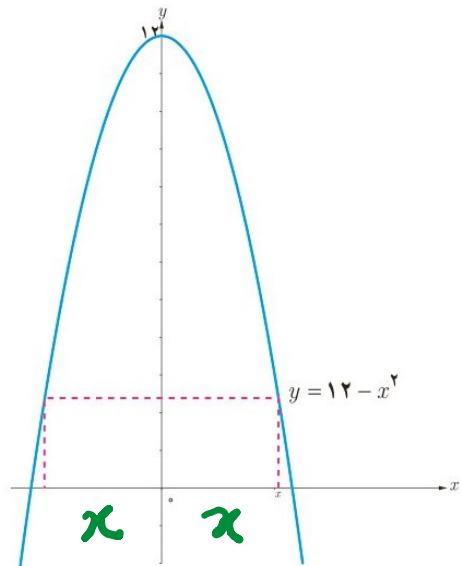
۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۲ الف) می‌خواهیم کنار رودخانه یک محوطه به شکل مثلث متساوی‌الساقین را نرده‌کشی کنیم به طوری که قاعده مثلث منطبق بر رودخانه باشد. اگر تنها هزینه ۱۰۰ متر نرده را در اختیار داشته باشیم، در این صورت بیشترین مساحت ممکن برای این مثلث چقدر خواهد بود؟



$$S = \frac{1}{2} \times 50 \times 50 \times \sin \alpha$$

$$\rightarrow S = 1250 \sin \alpha \xrightarrow{\sin \alpha = 1} S_{\max} = 1250$$



۳ ابعاد مستطیلی با بیشترین مساحت را تعیین کنید که دو رأس آن روی محور x ها و دو رأس دیگرش بالای محور x ها و روی سهمی $y = 12 - x^2$ باشند.

$$S = 1xy = 1x(12 - x^2)$$

$$S = 12x - x^3 \rightarrow S' = 12 - 3x^2$$

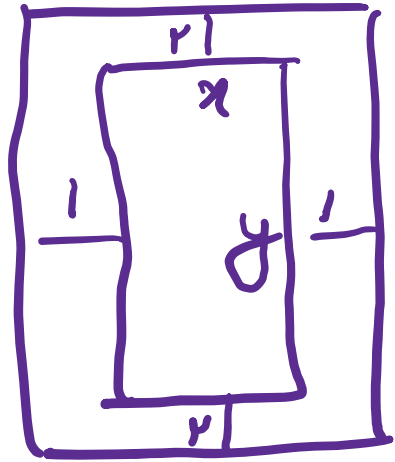
$$S' = 0 \rightarrow 12 - 3x^2 = 0 \rightarrow x^2 = 4 \rightarrow x = 2$$

$$x = 2 \rightarrow y = 1$$

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۴ هر صفحه مستطیل شکل از یک کتاب جیبی، شامل یک متن با مساحت ثابت 32 cm^2 خواهد بود. هنگام طراحی قطع این کتاب، لازم است حاشیه‌های بالا و پایینی هر صفحه 2 cm و حاشیه‌های کناری هر کدام یک سانتی متر در نظر گرفته شوند. ابعاد صفحه را طوری تعیین کنید که مساحت هر صفحه از کتاب کمترین مقدار ممکن باشد.



$$S = (x+2)(y+2)$$

$$xy = 32$$

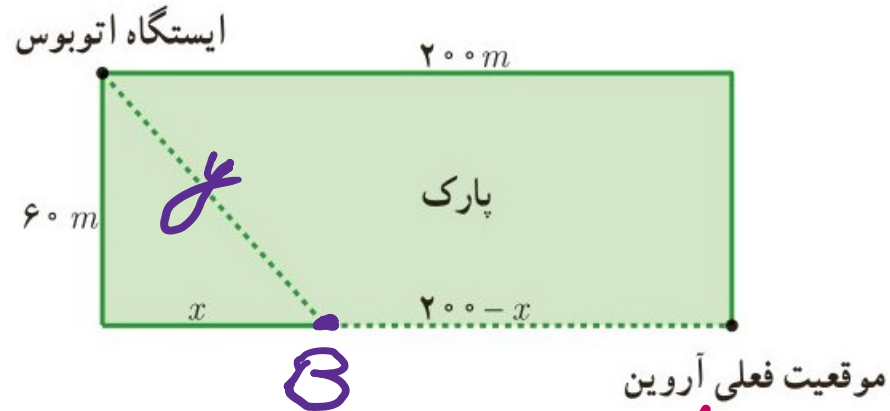
$$S = (x+2)\left(\frac{32}{x} + 2\right)$$

$$S = 32 + 2x + \frac{64}{x} + 4 \rightarrow S' = 2 - \frac{64}{x^2}$$

$$S' = 0 \rightarrow 2x^2 = 64 \rightarrow x = 4 \rightarrow y = 8$$

$$\text{ابعاد : } x+2 = y \quad y+2 = 12$$

۵ آروین می خواهد به ایستگاه اتوبوسی برود که در 200 متری غرب و 60 متری شمال موقعیت فعلی او بعد از پارک قرار دارد. او می تواند با سرعت 3 متر بر ثانیه از پیاده رو کنار پارک به سمت غرب برود. همچنین، می تواند از درون پارک و تنها با سرعت 2 m/s عبور کند. با توجه به شکل، مقدار x را طوری تعیین کنید که او در کمترین زمان ممکن به ایستگاه برسد.



$$t_1 = \frac{200 - x}{\mu}$$

$$t_2 = \frac{y}{\nu} = \frac{\sqrt{3^2 60^2 + x^2}}{2}$$

$$T = \frac{200 - x}{\mu} + \frac{\sqrt{3^2 60^2 + x^2}}{2} \rightarrow T' = \frac{1}{\mu} + \frac{1}{2} \left(\frac{-x}{\sqrt{3^2 60^2 + x^2}} \right) = 0$$

$$\frac{x}{2\sqrt{3^2 60^2 + x^2}} = \frac{1}{\mu} \rightarrow 9x^2 = 1^2 400 + 1^2 x^2$$

$$\rightarrow 8x^2 = 1^2 400 \rightarrow x^2 = 175 \rightarrow x = 13.23 \text{ m}$$

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ – ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

علی جبرا | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به سایت **Algebra.com** است و هرگونه استفاده از این اثر و انتشار آن در پایگاه های مجازی بدون کسب مجوز ممنوع است و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار می گیرند.