

آموزش ریاضی دوازدهم تجربی

حل تمرین های فصل سوم

(حد)

علی جبرا | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹ – ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به سایت **Aligebra.com** است و هرگونه استفاده از این اثر و انتشار آن در پایگاه های مجازی بدون کسب مجوز ممنوع است و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار می گیرند.

۱ الف) نشان دهید چند جمله‌ای $f(x) = 2x^3 + x^2 + 1$ بر دو جمله‌ای $x+1$ بخش پذیر است.
 ب) به کمک تقسیم، $f(x)$ را به صورت حاصل ضرب عامل‌ها بنویسید.

$$\begin{array}{r} \cancel{2x^3} + \cancel{x^2} + 1 \\ \cancel{2x^3} + 1x^2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x+1 \\ \hline 2x^2 - x + 1 \end{array}$$

$$2x^3 + x^2 + 1 = (x+1)(2x^2 - x + 1)$$



$$\begin{array}{r} -\cancel{x} + 1 \\ -\cancel{x} - x \\ + \quad + \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x+1 \\ x+1 \\ \hline 0 \end{array}$$

۲ حدهای زیر را در صورت وجود محاسبه کنید.

الف) $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{2x^2 - x}{4x^2 - 1}$

$$\frac{0}{0} \rightarrow \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{x(\cancel{2x-1})}{(\cancel{2x-1})(2x+1)} = \frac{\frac{1}{2}}{2} = \frac{1}{4}$$

ب) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^3 - 4x^2 - 4x - 5}{x^2 - 25}$

$$\frac{0}{0} \rightarrow \lim_{x \rightarrow 5} \frac{(\cancel{x-5})(x^2 + x + 1)}{(\cancel{x-5})(x+5)} = \frac{15 + 5 + 1}{5 + 5} = \frac{21}{10}$$

پ) $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^2 + 3x - 4}{x^3 + 4x^2 + x + 4}$

$$x^2(x+4) + x+4$$

$$\frac{0}{0} \rightarrow \lim_{x \rightarrow -4} \frac{(\cancel{x+4})(x-1)}{(\cancel{x+4})(x^2+1)} = \frac{-5}{17}$$

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

$$\begin{array}{r}
 x^r - 1x^r - 1x - a \\
 x^r - a x^r \\
 \hline
 x^r - 1x - a \\
 x^r - a x \\
 \hline
 x - a \\
 x - a \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

$$\frac{x-a}{x^r+x+1}$$

الف) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{2x-1}}{x^2 - x}$

ب) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{2 - \sqrt{x+1}}$

پ) $\lim_{x \rightarrow -8} \frac{2x+16}{\sqrt[3]{x+2}}$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{2x-1}}{x^2 - x} \times \frac{x + \sqrt{2x-1}}{x + \sqrt{2x-1}} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1)}{x(x-1)(x+\sqrt{2x-1})} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{2 - \sqrt{x+1}} \times \frac{2 + \sqrt{x+1}}{2 + \sqrt{x+1}} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+3)(2+\sqrt{x+1})}{(2-\sqrt{x+1})(2+\sqrt{x+1})} = -24$$

$$\lim_{x \rightarrow -8} \frac{2x+16}{\sqrt[3]{x+2}} \times \frac{\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{2} \sqrt[3]{x+2}}{\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{2} \sqrt[3]{x+2}} = \lim_{x \rightarrow -8} \frac{2(x+8)(\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{2} \sqrt[3]{x+2})}{(x+8)(\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{2} \sqrt[3]{x+2})}$$

$$= 2(8 + 8 + 8) = 48$$

الف) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x}$

ب) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-1}{|x|}$

پ) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{x-1}$

الف) $\frac{1}{0^+} = +\infty$

ب) $\frac{-1}{0^+} = -\infty$

پ) $\frac{+1}{0^-} = -\infty$

ت) $\lim_{x \rightarrow -6} \frac{9}{(x+6)^2}$

ث) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{-1}{(x-3)^4}$

ج) $\lim_{x \rightarrow \frac{-1}{2}} \frac{4x+1}{(2x+1)^2}$

ت) $\frac{9}{0^+} = +\infty$

ث) $\frac{-1}{0^+} = -\infty$

ج) $\frac{-1}{0^+} = -\infty$

$$ج) \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{1-5x}{x^2-9}$$

$$ج) \frac{-14}{0^+} = -\infty$$

$$ز) \frac{+6}{0^+} = +\infty$$

$$خ) \frac{1}{0^-} = -\infty$$

$$ح) \lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{-3x}{x^2-4}$$

$$خ) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi^+}{2}} \frac{1}{\cos x}$$

د) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \tan x$

ذ) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \tan x$

ر) $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{[x] - 3}{x - 3}$

د) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{1}{0^+} = +\infty$

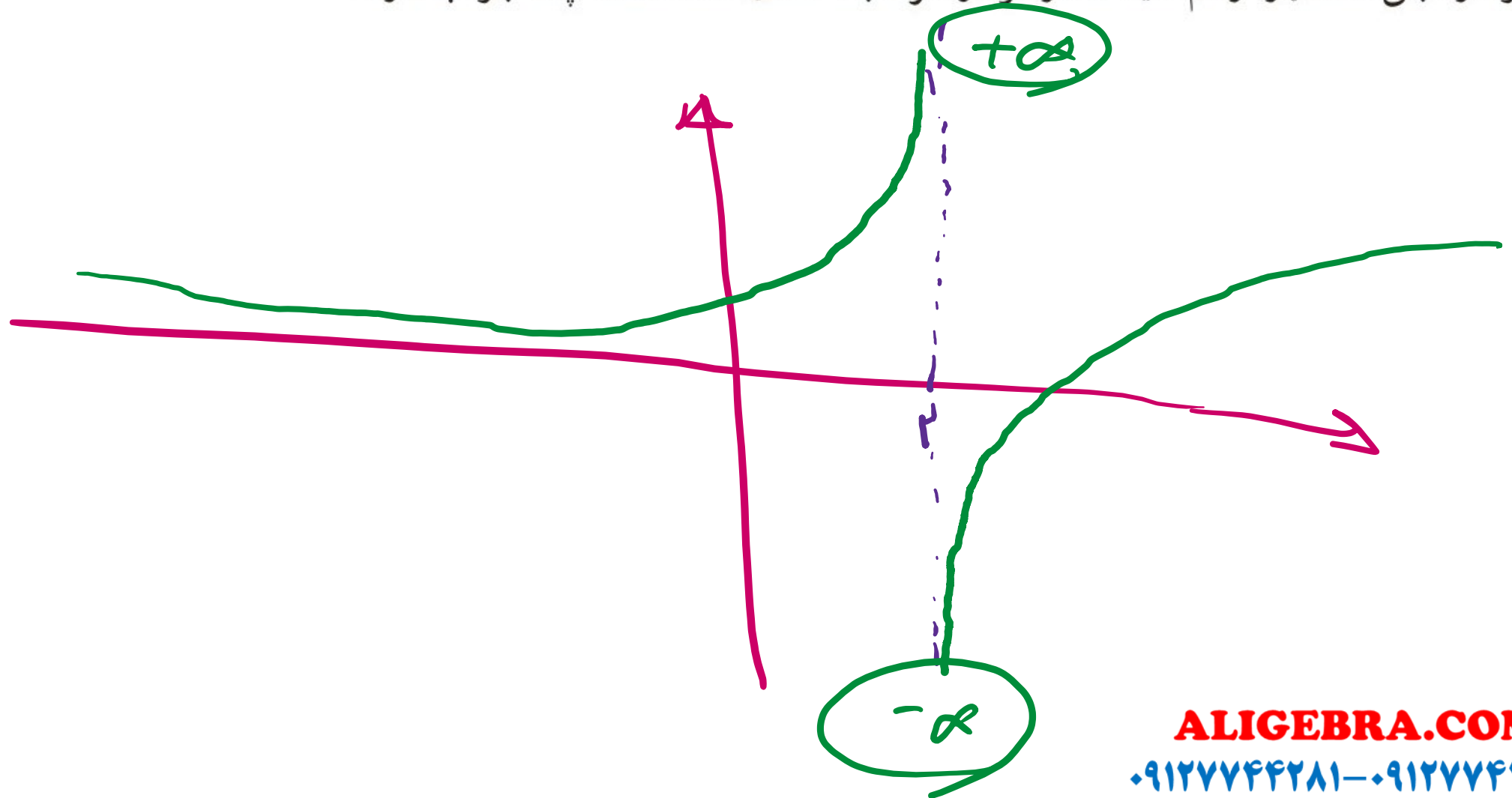
ذ) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{1}{0^-} = -\infty$

ر) $\frac{-1}{0^-} = +\infty$

۵ الف) عبارت $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = +\infty$ به چه معناست؟ توضیح دهید.

ب) عبارت $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = -\infty$ به چه معناست؟ توضیح دهید.

پ) نمودار تابعی مانند f را رسم کنید که در هر دو شرط بالا صدق کند. مسئله چند جواب دارد؟



ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۱ نمودار هر یک از تابع‌های زیر را رسم کنید و سپس حدود خواسته شده را به دست آورید.

الف) $f(x) = \frac{1}{x}$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$$

$$= 0$$

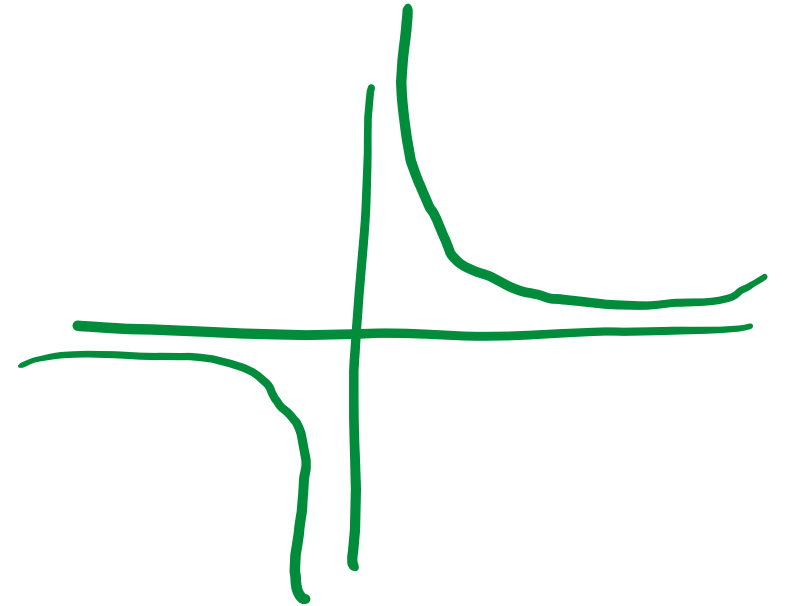
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$$

$$= 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$$

$$x \rightarrow 0^+ : +\infty$$

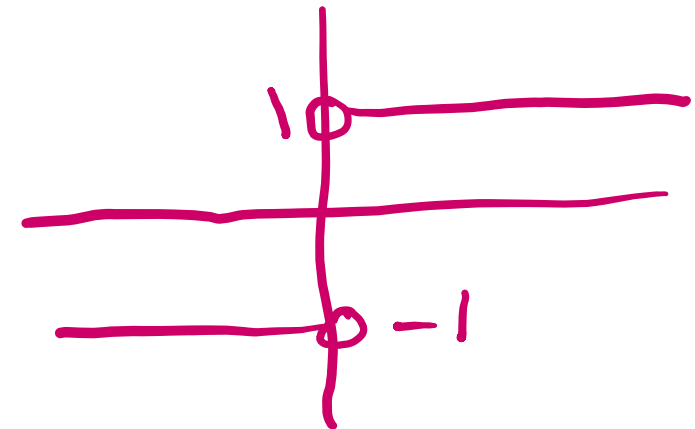
$$x \rightarrow 0^- : -\infty$$



ب) $g(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$: $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +1$$

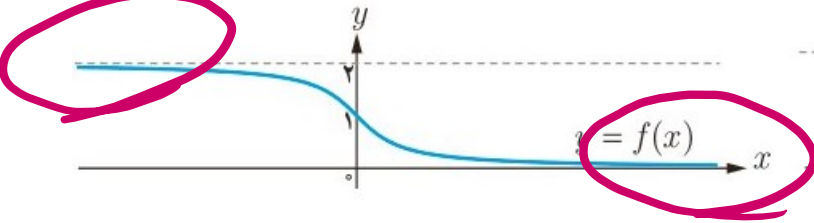


ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۲ با توجه به نمودار توابع، حدود خواسته شده را بنویسید.

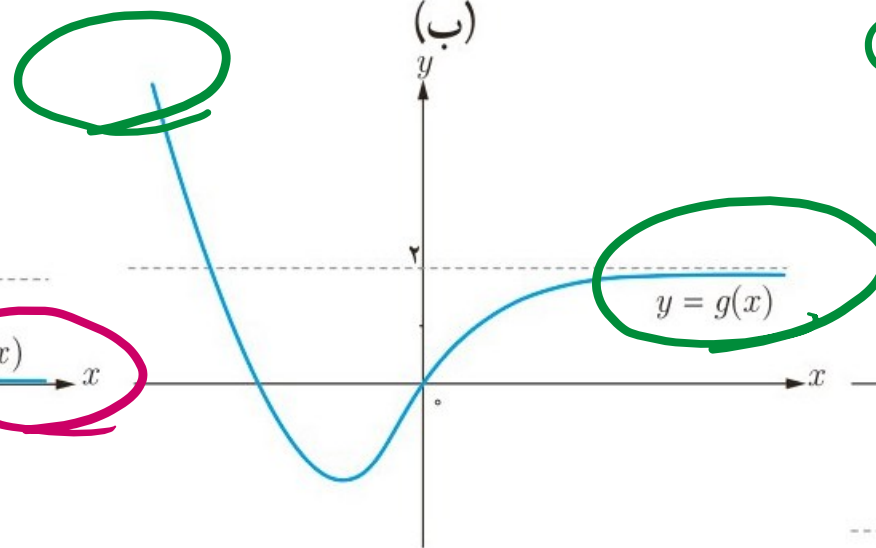
(الف)



$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \dots 2$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \dots 0$$

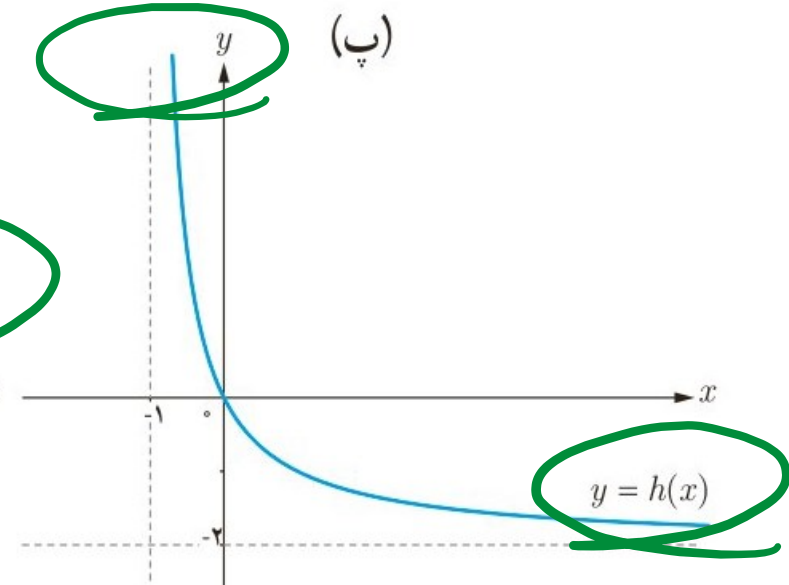
(ب)



$$\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = \dots +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \dots 2$$

(پ)



$$\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = \dots -2$$

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} h(x) = \dots +\infty$$

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۳ نمودار تابع f به شکل مقابل است. حدود خواسته شده را بنویسید :

الف) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$

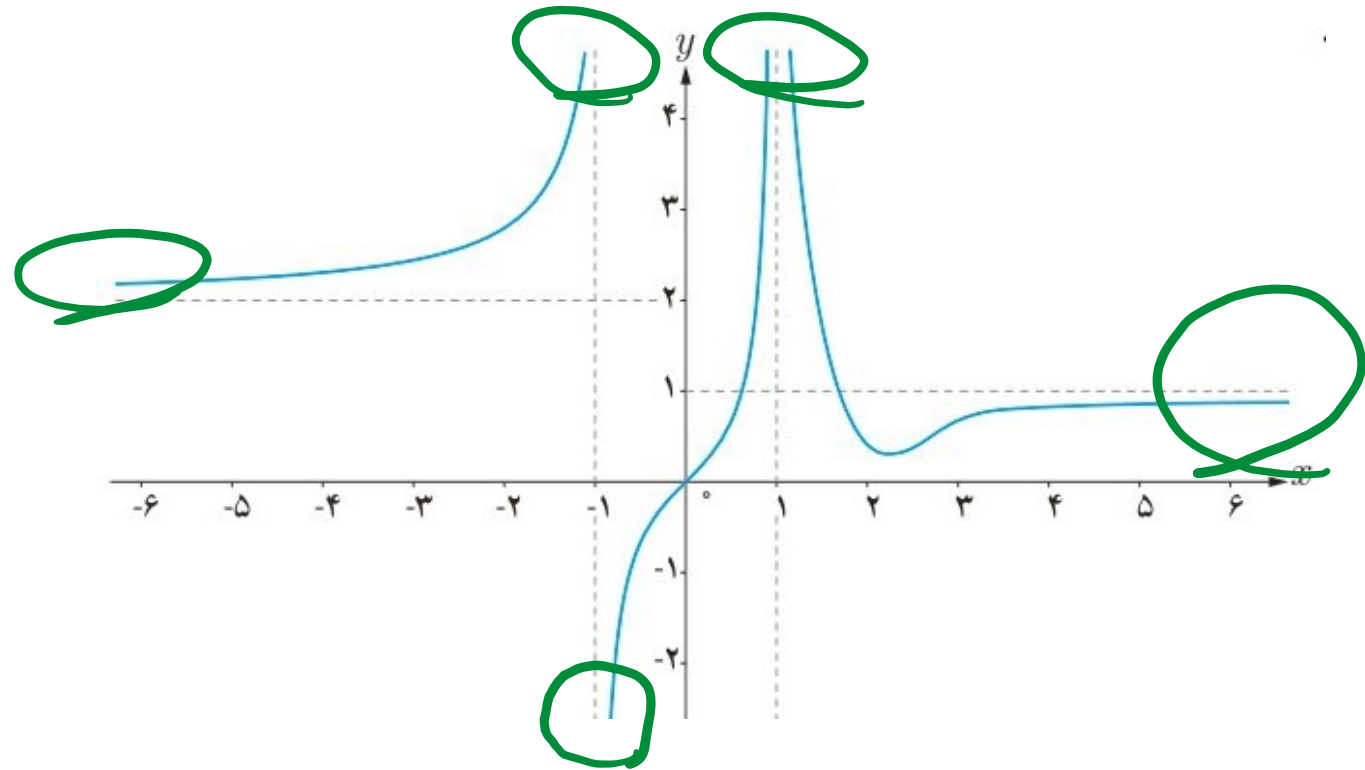
ب) $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = -\infty$

ث) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty$

ب) $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = +\infty$

ت) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = +\infty$

ج) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$



ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

الف) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (9 + \frac{7}{x^3}) = 9 + 0 = 9$

ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{2x-3} = 0$

ث) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-1}{3x+1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x}{3x} = \frac{2}{3}$

ج) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^5 - 6x^3 - x}{x^2 - 5x + 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^5}{x^2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} 2x^3 = -\infty$

خ) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-6x^3 + 7x - 9}{2x^3 - 4x^2 + x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-6x^3}{2x^3} = -3$

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(-\frac{1}{2}x^2 + 7x^2 - 6 \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{2}x^2 = +\infty$$

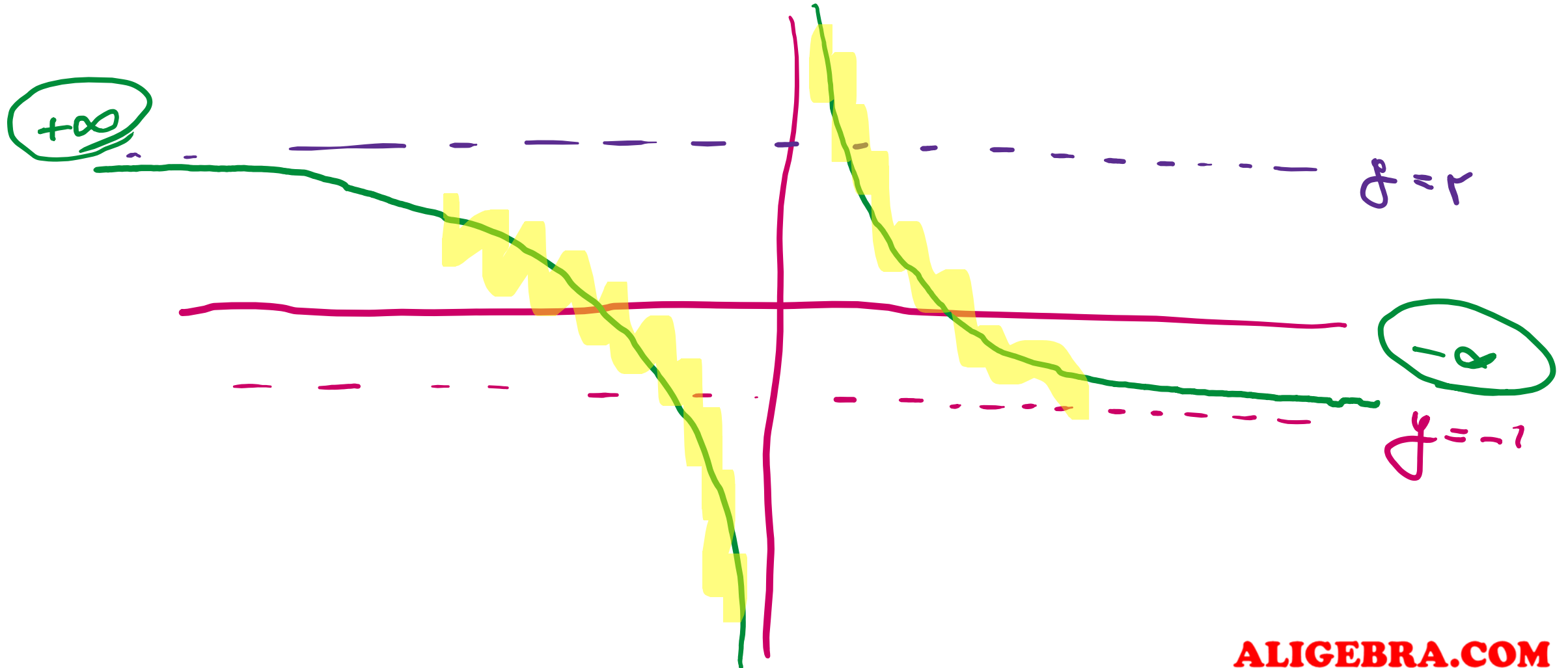
$$\text{ت) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3 + \frac{1}{x^2}}{\frac{4}{x} - 5} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{0}{-\infty} = 0$$

$$\text{ج) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2 - 3x + 1}{x^2 + 5x - 3} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2}{x^2} = 2$$

$$\text{ح) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + x}{3 - x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{-x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} -x = -\infty$$

$$\text{د) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x + 1}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x}{x} = +\infty$$

۵ الف) هر یک از رابطه‌های $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -1$ به چه معنا هستند؟ توضیح دهید.
ب) نمودار تابعی مانند f را رسم کنید که هر دو ویژگی الف را داشته باشد. مسئله چند جواب دارد؟



ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ – ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

علی جبرا | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به سایت **Aligebra.com** است و هرگونه استفاده از این اثر و انتشار آن در پایگاه های مجازی بدون کسب مجوز ممنوع است و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار می گیرند.