

# آموزش ریاضی یازدهم تجربی

## تابع نمایی و ویژگی های آن

(فصل پنجم - درس اول)

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

**ALIGEBRA.COM**

۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱

$$y = \underline{a}^x \rightarrow a > 0 \quad a \neq 1$$

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$a^{-m} = \frac{1}{a^{+m}}$$

$$a^m \div a^n = a^{n-m}$$

$$a^0 = 1$$

$$a^1 = a$$

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

$$a^x = b^x \rightarrow a = b$$

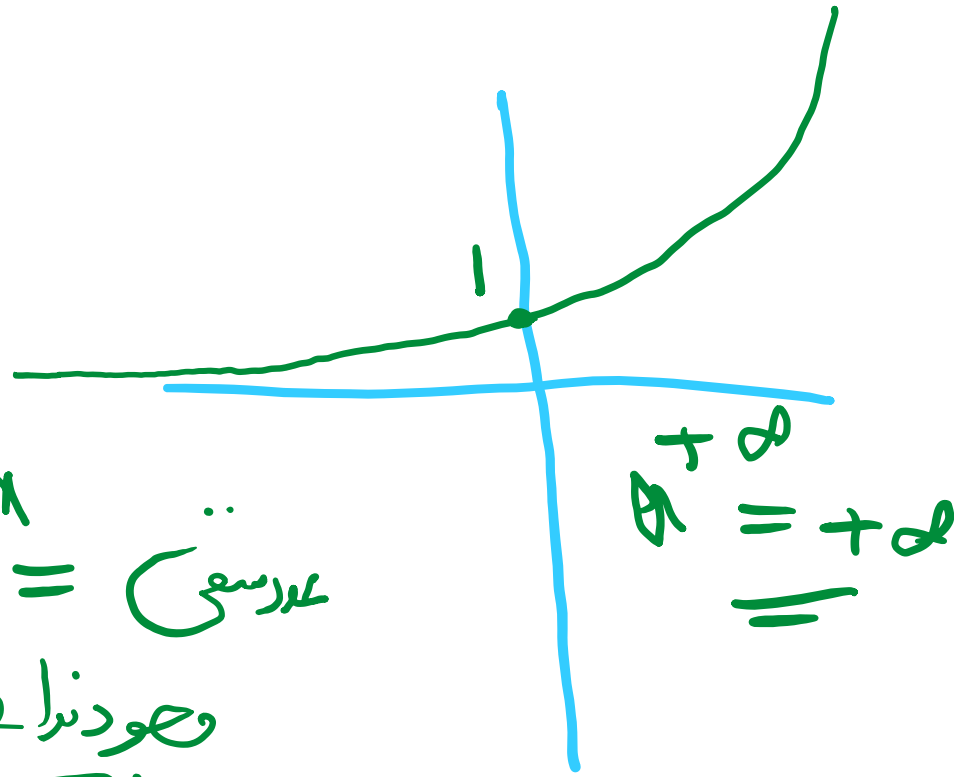
$$\sqrt[n]{a} = \sqrt[n]{b} \rightarrow a = b$$

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

# نمودار تابع نمایی

$$y = a^x$$

(الف)  $a > 1$



$a^x$   
 $a =$  عددی  
صورتها و  
=

(ب)  $0 < a < 1$



سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۶۶۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۶۶۳۸۹

جواب معادله

کدام است؟  $\frac{\sqrt[3]{27}}{27} \left(\frac{1}{\sqrt[3]{27}}\right)^x = \sqrt[3]{27} \left(\frac{\sqrt[3]{27}}{27}\right)^{3-x}$

$$\frac{\left(\frac{1}{27}\right)^{\frac{1}{3}}}{27} \cdot \left(\frac{1}{27}\right)^{\frac{x}{3}} = 27^{\frac{1}{3}} \cdot \left(\frac{1}{27}\right)^{\frac{3-x}{3}}$$

$$27^{-\frac{1}{3} - \frac{x}{3}} = 27^{\frac{1}{3} - \frac{3-x}{3}}$$

$$27^{-\frac{1}{3} - \frac{x}{3}} = 27^{-\frac{9-x}{3}}$$

$$-\frac{1}{3} - \frac{x}{3} = \frac{1}{3} - \frac{9-x}{3}$$

$$-\frac{1}{3} - \frac{x}{3} = \frac{1}{3} - \frac{9}{3} + \frac{x}{3}$$

$$29x = 57 \rightarrow x = \frac{57}{29}$$

سایت علی جبرا Aligebra.com  
 پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۹

۲ از معادله  $4^x - 4 + \left(\frac{1}{4}\right)^{x-1} = 0$  مقدار  $x$  کدام است؟

$$4^x - 4 + 4^{-x+1} = 0 \rightarrow 4^x - 4 + 4 \cdot 4^{-x} = 0$$

$$\underbrace{A = 4^x} \rightarrow A - 4 + \frac{1}{A} \cdot 4 = 0 \xrightarrow{\times A} A^2 - 4A + 4 = 0$$

$$\rightarrow (A - 2)^2 = 0 \rightarrow A = 2 \rightarrow 4^x = 2$$

$$\rightarrow 2^{2x} = 2^1 \rightarrow 2x = 1 \rightarrow x = \frac{1}{2}$$

۳) اگر  $a$  عددی حقیقی و نمودار توابع  $f(x) = (4a - 2)^x$  و  $g(x) = \left(1 - \frac{a}{2}\right)^x$  نسبت به محور  $y$ ها قرینه هم باشند، مجموع مقادیر ممکن

برای  $a$  کدام است؟

$$y = a^x \cdot y = a^{-x} \rightarrow a^x \cdot a^{-x} = \frac{1}{1}$$

$$y = a^x, y = b^x$$

$$\rightarrow ab = 1$$

$$\rightarrow \left(1 - \frac{a}{2}\right) \cdot (4a - 2) = 1$$

$$4a - 2 - 2a^2 + a = 1 \rightarrow -2a^2 + 5a - 3 = 0$$

$$\rightarrow 2a^2 - 5a + 3 = 0$$

$$S = \frac{-b}{a} = \frac{5}{2}$$

شکل مقابل نمودار کدام تابع است؟

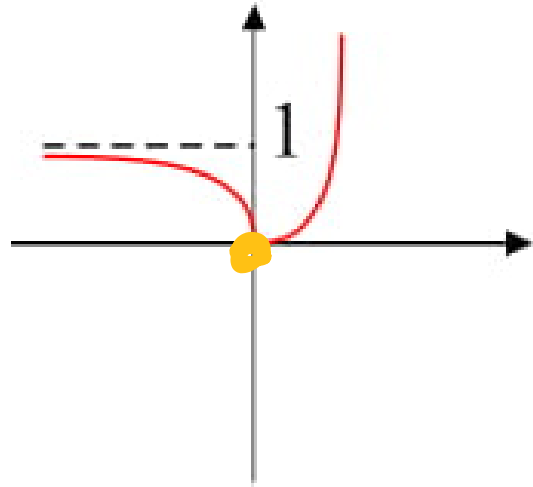
۴

$y = 2^{-|x|}$  (۲)

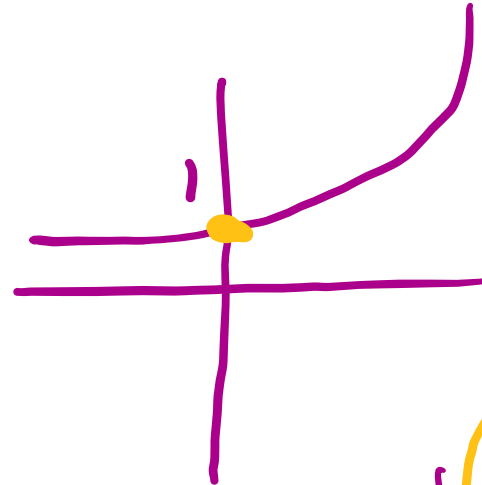
$y = |2^x - 1|$  (۳)

$y = -2^{-x}$  (۱)

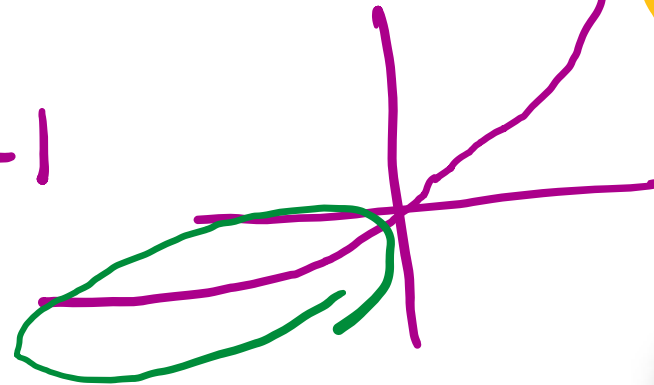
$y = 2^{x+1} - 1$  (۳)



$y = a^x$



$y = a^x - 1$



$y = |a^x - 1|$



مقدار  $x$  از معادله ی  $\left(\frac{1}{8}\right)^{3x} = 32^{x+1}$  ۵

$$\left(2^{-3}\right)^{3x} = \left(2^5\right)^{x+1}$$

$$\rightarrow 2^{-9x} = 2^{5x+5}$$

$$\rightarrow -9x = 5x + 5 \rightarrow -14x = 5 \rightarrow x = \frac{-5}{14}$$



متقاطع اند. در این صورت  $a$  کدام است؟  
 $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{ax-1}$  و  $g(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$  در نقطه‌ای به عرض  $\frac{1}{2\sqrt{2}}$

$$\frac{1}{2\sqrt{2}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{ax-1}$$

$$\frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{2^1 \cdot 2^{1/2}}$$

$$2^{ax-1} = 2^{\frac{3}{2}}$$

$$ax-1 = \frac{3}{2}$$

$$ax - 1 = \frac{3}{2}$$

$$ax = \frac{3}{2} + 1 = \frac{5}{2}$$

$$x = \frac{5}{2a}$$

$$x = \frac{5}{2a}$$

$$2^{\frac{3}{2}} = \left(2^{-1}\right)^{\frac{5}{2a} - 1}$$

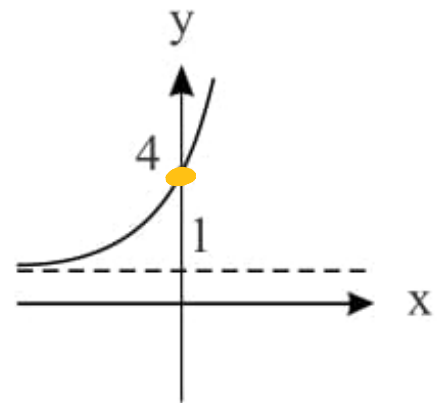
$$\frac{3}{2} = \frac{5}{2a} - 1$$

$$-\frac{3}{2} = -\frac{5}{2a} + 1$$

$$\frac{-3}{2} = -\frac{5}{2a} + 1$$

$$\frac{-3}{2} = -\frac{5}{2a}$$

$$a = \frac{5}{2}$$



نمودار تابع با ضابطه  $f(x) = a(\sqrt{2})^{bx} + 1$  به صورت زیر است. کدام گزینه درست است؟ ۷

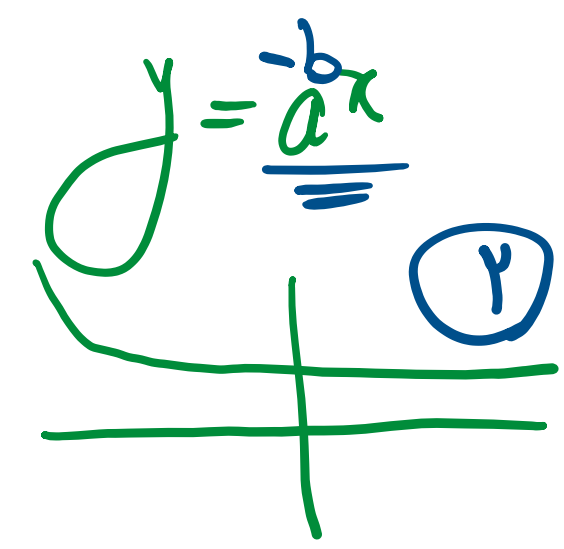
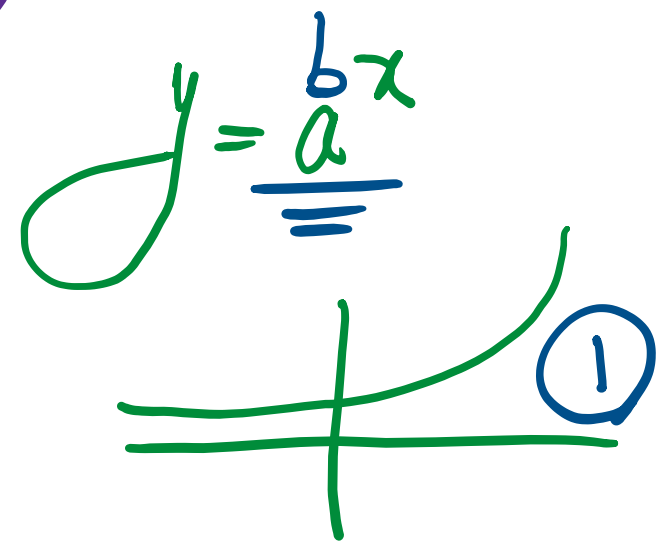
$b < 0, a = 3$  ۲

~~$b > 0, a = \frac{1}{3}$~~  ۴

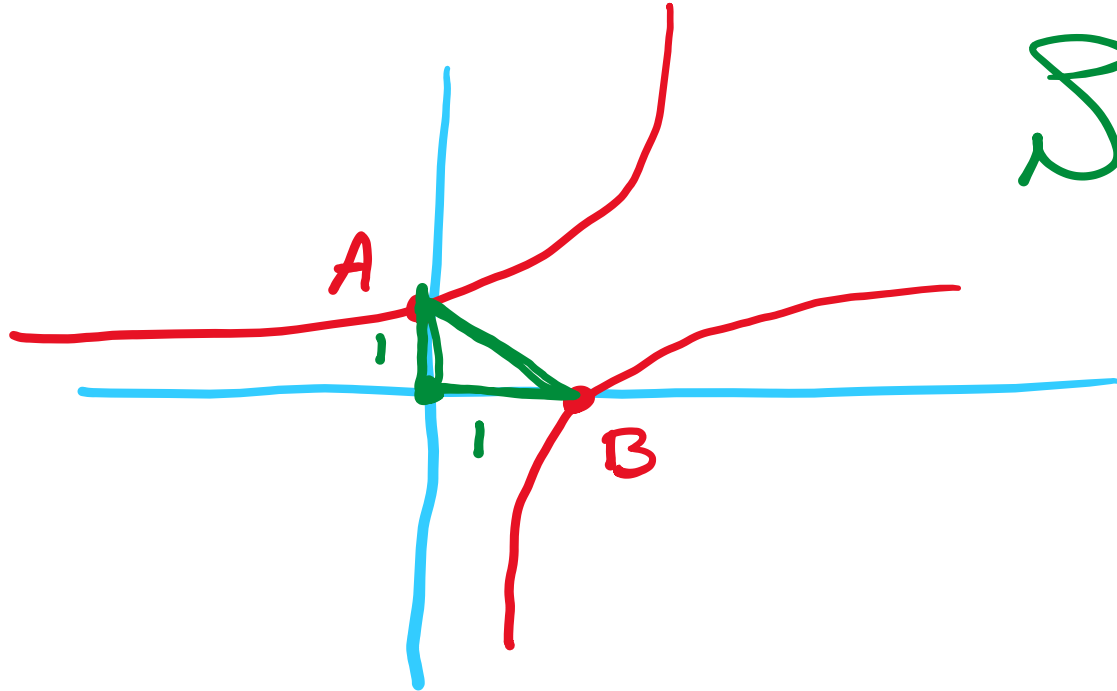
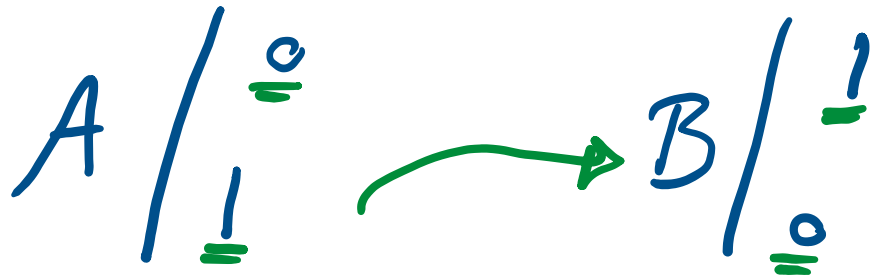
~~$b < 0, a = -3$~~  ۱

$b > 0, a = 3$  ۳

$x = 0$   
 $y = 4 \rightarrow 4 = a + 1 \rightarrow a = 3$



۸) تابع نمایی  $y = 3^x$  محور  $y$  ها را در نقطه  $A$  قطع می کند معکوس این تابع محور  $x$  ها را در نقطه  $B$  قطع می کند. مساحت مثلث  $ABO$  کدام است؟



$$S = \frac{1}{2} \times |x| \times |y| = \frac{1}{2}$$

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

9

در معادله‌ی  $\left(\frac{3}{4}\right)^{x-1} \times \left(\frac{4}{3}\right)^{\frac{1}{x}} = \frac{9}{16}$  مجموع دو ریشه کدام است؟

$$\left(\frac{3}{4}\right)^{x-1} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{-\frac{1}{x}} = \left(\frac{3}{4}\right)^2 \rightarrow \left(\frac{3}{4}\right)^{x-1-\frac{1}{x}} = \left(\frac{3}{4}\right)^2$$

$$\rightarrow x-1-\frac{1}{x} = 2 \xrightarrow{\times x} x^2 - x - 1 = 2x$$

$$\rightarrow x^2 - 3x - 1 = 0$$

$$\text{مجموع ریشه‌ها} = \frac{-b}{a} = \frac{+3}{1} = 3$$

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۶۶۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۶۶۳۸۹

تابع  $f(x) = \left( \frac{2a-3}{a+2} \right)^{x+3}$  نمایی است، مجموعه‌ی مقادیر  $a$  کدام است؟ (۱۰)

$$\begin{aligned} & \oplus \frac{2a-3}{a+2} > 0 \rightarrow \begin{cases} a = \frac{3}{2} \\ a = -2 \end{cases} \\ & \oplus a+2 > 0 \end{aligned}$$

$$\frac{2a-3}{a+2} \neq 1 \rightarrow 2a-3 \neq a+2 \rightarrow a \neq 5$$

$$(-\infty, -2) \cup \left( \frac{3}{2}, +\infty \right) - \{5\}$$

اگر  $(\frac{1}{3})^{5-x} < (\frac{1}{3})^{2x+1}$  باشد، آن گاه حدود  $x$  کدام است؟

$$a^f > a^g$$

$$\begin{cases} a > 1 \rightarrow f > g \\ 0 < a < 1 \rightarrow f < g \end{cases}$$

$$5-x > 2x+1 \rightarrow 4 > 3x \approx 3x < 4$$

$$\div 3 \rightarrow x < \frac{4}{3}$$

۱۲ نمودار تابع  $y = 5^{\frac{3x+6}{2}} - 20(5\sqrt{5})^{x+\frac{1}{2}} - \frac{1}{5}$  محور طولها را با کدام طول قطع می کند؟

$$5^{\frac{3}{2}x} \cdot 5^3 - 20 \left( 5^{\frac{3}{2}x} \cdot 5^1 \right) - \frac{1}{5} = 0$$

$$A = 5^{\frac{3}{2}x}$$

$$125A - 100A - \frac{1}{5} = 0 \rightarrow 25A = \frac{1}{5}$$

$$\rightarrow A = \frac{1}{25 \times 5} = \frac{1}{5^3} = 5^{-3}$$

$$\rightarrow 5^{\frac{3}{2}x} = 5^{-3} \rightarrow \frac{3}{2}x = -3 \rightarrow x = -2$$

با توجه به معادلات زیر، حاصل  $x + y$  کدام است؟

$$\begin{cases} 4^{2x+2} = 16^{2x+3} \\ 25^{3x+2y} = \left(\frac{1}{5}\right)^{2x} \end{cases}$$

$$x+y = -2+4 = 2$$

$$2^{4x+4} = 2^{4x+12}$$

$$\rightarrow 4x+4 = 4x+12 \rightarrow 4 = 12 \rightarrow \text{Contradiction}$$

$$5^{4x+4y} = 5^{-2x}$$

$$\rightarrow 4x+4y = -2x \quad x=-2 \rightarrow -12+4y = 4$$

$$\rightarrow 4y = 16 \rightarrow y = 4$$

$$\rightarrow y = 4$$



اگر داشته باشیم:  $5^{n-1} - 5^{n-2} = 500$ ، در این صورت  $3^n$  کدام است؟

$$5 \cdot 5^{n-2} - 5^{n-2} = 500 \quad \overbrace{5^{n-2}} = A \rightarrow 5A - A = 500$$

$$\rightarrow 4A = 500 \rightarrow A = \frac{500}{4} = 125$$

$$\rightarrow 5^{n-2} = 5^3 \rightarrow n-2=3 \rightarrow n=5 \quad \checkmark$$

$$3^n = 3^5 = 243$$

فاصله نقطه برخورد توابع  $f(x) = (2)^{2+\sqrt{27}x}$  و  $g(x) = (5)^{-\sqrt{3}x}$  از محور طولها، کدام است؟

$$(5^{-1})^{2+\sqrt{3}x} = 5^{-\sqrt{3}x} \rightarrow 5^{-2-\sqrt{3}x} = 5^{-\sqrt{3}x}$$

$$\rightarrow -2-\sqrt{3}x = -\sqrt{3}x \rightarrow -2 = 2\sqrt{3}x$$

$$\rightarrow x = \frac{-2}{2\sqrt{3}} = \frac{-1}{\sqrt{3}}$$

$$g\left(\frac{-1}{\sqrt{3}}\right) = 5^{-\sqrt{3} \cdot \frac{-1}{\sqrt{3}}} = 5^1 = 5$$

اگر  $x$  جواب معادله نمایی  $2^{-x} = 0.5^{x+1} - 3(0.25)^{x-1}$  باشد، در این صورت  $\log_x \sqrt{27}$  کدام است؟

$$3(2^{-2})^{x-1} - 2^{-x} = (2^{-1})^{x+1} \rightarrow 3 \cdot 2^{-2x} \cdot 2^2 - 2^{-x} = 2^{-x} \cdot 2^{-1}$$

$$A = 2^{-x} \rightarrow 12A^2 - A = \frac{1}{2}A \rightarrow 12A^2 = \frac{3}{2}A \rightarrow 12A = \frac{3}{2}$$

$$\rightarrow A = \frac{3}{24} = \frac{1}{8} = 2^{-3}$$

$$\rightarrow 2^{-x} = 2^{-3} \rightarrow x = 3$$

$$\log_3 \sqrt{27} = \log_3 3^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2}$$

نمودار تابع  $f(x) = a + 3^{(x-b)}$  از نقطه  $(4, 29)$  می‌گذرد. اگر  $f(3) = 11$  باشد، آن گاه  $a + b$  کدام است؟

$$\begin{array}{l} | 4 \\ | 29 \end{array} \rightarrow a + 3^{4-b} = 29 \rightarrow 3^{4-b} = 29 - a$$

$$\begin{array}{l} | 3 \\ | 11 \end{array} \rightarrow a + 3^{3-b} = 11 \rightarrow 3^{3-b} = \underline{11 - a}$$

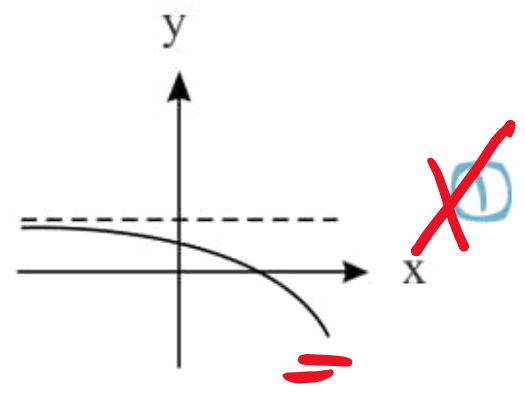
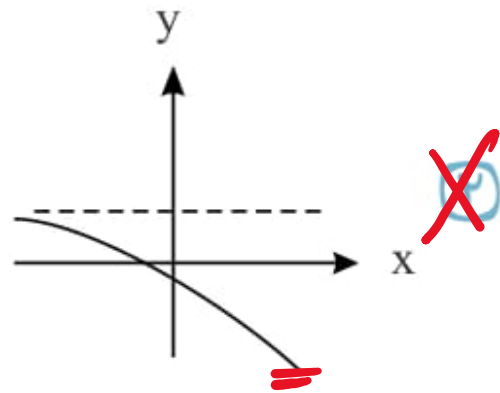
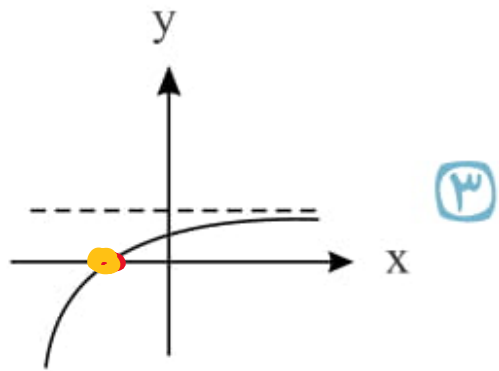
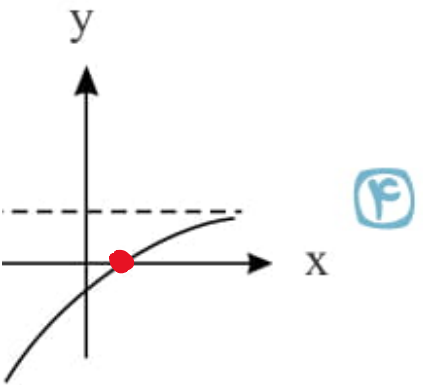
$$\rightarrow \frac{3^{4-b}}{3^{3-b}} = \frac{29 - a}{11 - a} \rightarrow 3 = \frac{29 - a}{11 - a} \rightarrow 3(11 - a) = 29 - a$$

$$\rightarrow 3a = 33 \rightarrow a = 11$$

$$3^{3-b} = 3^2 \rightarrow 3 - b = 2 \rightarrow b = 1$$

$$a + b = 12$$

۱۸ نمودار تابع  $f(x) = -6\left(\frac{1}{3}\right)^{x+1} + 1$  شبیه کدامیک از نمودارهای زیر است؟



$$f = -4 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^x \cdot \frac{1}{3} + 1 = -2 \left(\frac{1}{3}\right)^x + 1$$

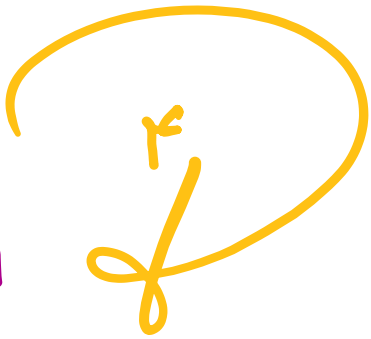
$x \rightarrow$  نقطه

$$-2(3^{-x}) + 1 = 0 \rightarrow 2(3^{-x}) = 1$$

$y > 0$

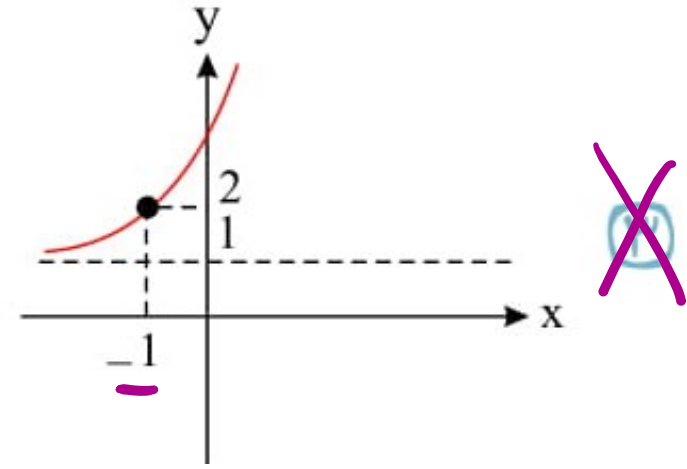
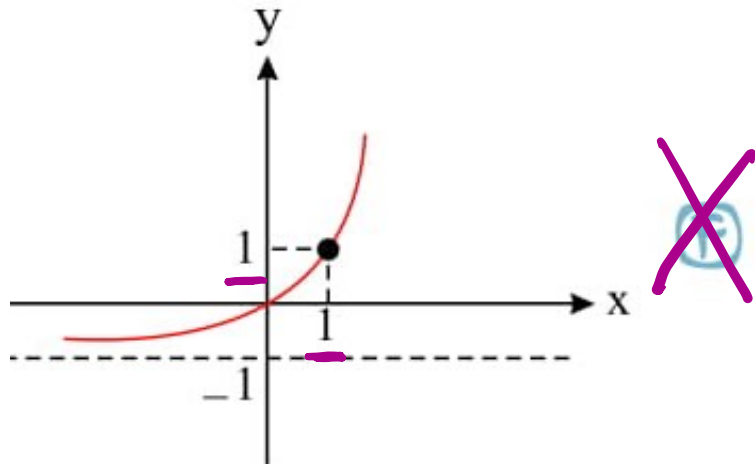
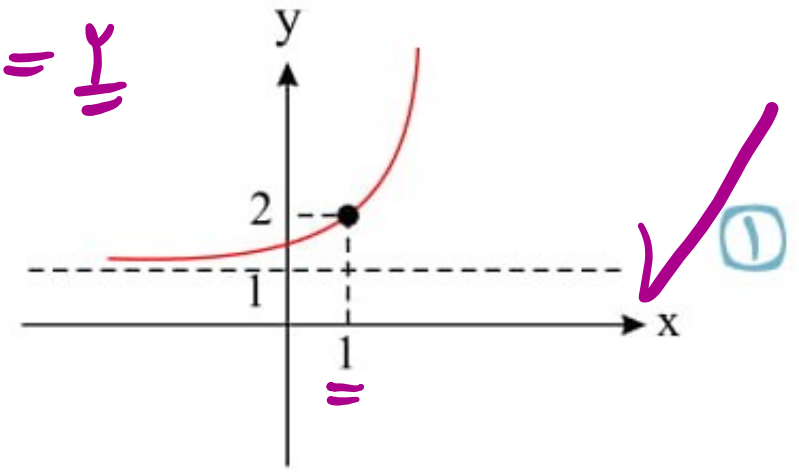
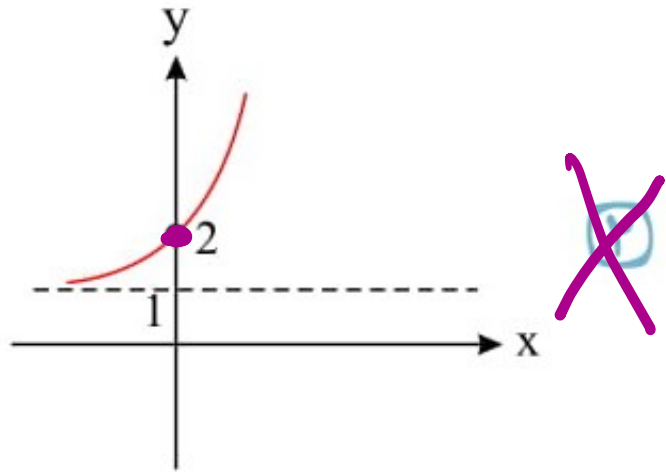
$x = 1 \rightarrow 3^{-1} = \frac{1}{3}$

$x = -1 \rightarrow 3^{-(-1)} = 3$



۱۹ نمودار تابع  $y = 2^{(x-1)} + 1$  کدام است؟

۱  
 $2^0 + 1 = 2$



اگر  $\left(\frac{1}{4}\right)^{3x-2} = 8^{x-1}$  باشد، حاصل  $3^{9x-4}$  کدام است؟ ۲۰

$$(2^{-2})^{3x-2} = (2^3)^{x-1}$$

$$\rightarrow 2^{-4x+4} = 2^{3x-3}$$

$$\rightarrow -4x+4 = 3x-3 \rightarrow 9x=7 \rightarrow x = \frac{7}{9}$$

$$3^{9x-4} = 3^{7-4} = 3^3 = 27$$