

آموزش ریاضی دهم

احتمال یا اندازه گیری شانس

(فصل هفتم - درس اول)

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

\rightarrow مطلوب
 \rightarrow کل

$$\binom{5}{2} = \binom{5}{3} = 10$$

$$\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

$$\binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1$$

$$\binom{n}{1} = \binom{n}{n-1} = n$$

حروف کلمه ی ATAXIA را بریده به طور تصادفی کنار هم قرار می دهیم با کدام احتمال هر سه حرف A کنار هم قرار می گیرند؟ ۱

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{24}{120} = \frac{1}{5}$$

$$n(S) = \frac{9!}{3!} = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6!}{3!} = 120$$

$$\underline{AAA} \quad \underline{T} \quad \underline{X} \quad \underline{I} \rightarrow n(A) = 4! = 24$$

$$\rightarrow \underline{ABC} \quad \underline{D} \quad \underline{E} \quad \underline{F} \rightarrow 4! \times 3!$$

دو تاس را با هم می‌اندازیم. با کدام احتمال دو عدد رو شده، متوالی هستند؟

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$$

$$n(S) = \underline{6} \times \underline{6} = 36 \quad \checkmark$$

$$n(A) = \left\{ \begin{array}{l} (1,2) (2,3) (3,4) (4,5) (5,6) \\ (2,1) (3,2) (4,3) (5,4) (6,5) \end{array} \right\} \rightarrow n(A) = 10 \quad \checkmark$$

۳ هر یک از ارقام ۵ و ۴ و ۳ و ۲ و ۱، بر روی پنج کارت یکسان نوشته شده است، به تصادف سه کارت از آن‌ها را کنار هم قرار می‌دهیم. با کدام

احتمال عدد سه رقمی حاصل مضرب ۳ می‌باشد؟

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{24}{100} = \frac{4}{10} = 0.4$$

$$n(S) = \frac{5}{1} \times \frac{4}{1} \times \frac{3}{1} = 60$$

$$n(A) = \begin{cases} 1, 2, 3 \rightarrow 3! = 6 \\ 1, 3, 5 \rightarrow 3! = 6 \\ 2, 3, 4 \rightarrow 3! = 6 \\ 3, 4, 5 \rightarrow 3! = 6 \end{cases}$$

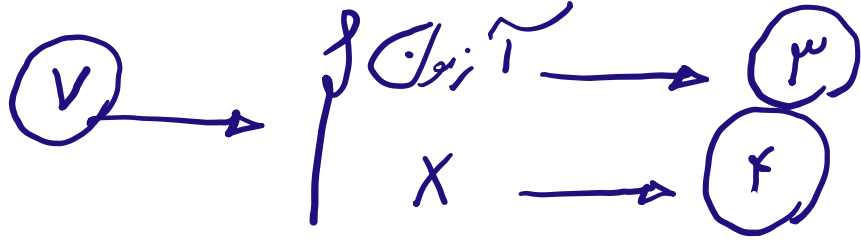
$$\rightarrow n(A) = 4 \times 6 = 24$$

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۴ در آزمایشگاهی ۷ موش نگهداری می شوند که بر روی ۳ موش آزمون مهارت انجام شده است. اگر ۲ موش از بین آنان تصادفی انتخاب شوند، با

کدام احتمال، لااقل بر روی یکی از آن دو، آزمون انجام شده است؟



$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{15}{21} = \frac{5}{7}$$

$$n(S) = \binom{7}{2} = \frac{7 \times 6}{2} = 21$$

$$\binom{n}{2} = \frac{n \times (n-1)}{2}$$

$$n(A) = \binom{3}{1} + \binom{4}{1} = 3 + 4 = 7$$

۵ اگر با ارقام ۱, ۲, ۴, ۶ یک عدد چهار رقمی با ارقام متمایز بسازیم چقدر احتمال دارد این عدد زوج باشد؟

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{11}{24} = \frac{11}{24} = 0.458\bar{3}$$

$$n(S) : \frac{4}{4} \times \frac{3}{3} \times \frac{2}{2} \times \frac{1}{1} = 24$$

$$n(A) : \frac{11}{4} \times \frac{2}{2} \times \frac{1}{1} \times \frac{1}{1} = 11$$

۶ شش گوی یکسان با شماره های ۱ تا ۶ در یک ظرف قرار دارند، به تصادف دو گوی از آنها برمی داریم، با کدام احتمال جمع اعداد این دو گوی کم تر از ۶ است؟

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{15}$$

$$n(S) = \binom{6}{2} = \frac{6 \times 5}{2} = 15$$

$$n(A) : \left\{ (1,2) (1,3) (1,4) (2,3) \right\} \rightarrow n(A) = 4$$

در جعبه‌ای ۳ مهره سفید، ۲ مهره سیاه و ۵ مهره قرمز موجود است. اگر دو مهره از آن بیرون آوریم، با کدام احتمال این دو مهره هم‌رنگ

۷

نیستند؟

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{31}{40}$$

$$n(S) = \binom{10}{2} = \frac{10 \times 9}{2} = 45$$

$$n(A) = \frac{\binom{3}{1} \binom{2}{1}}{9} + \frac{\binom{3}{1} \binom{5}{1}}{3 \times 5} + \frac{\binom{2}{1} \binom{5}{1}}{10} = 31$$

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۶۶۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۶۶۳۸۹

۸ دو تاس را با هم می‌اندازیم، احتمال آن که مجموع دو عدد رو شده مضرب ۴ باشد، کدام است؟

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{9}{36} = \frac{1}{4} = 0.25$$

$$n(S) = 9 \times 9 = 36$$

$$n(A) = \begin{cases} ۴ \rightarrow (1,3)(3,1)(2,2) \\ ۱ \rightarrow (2,4)(4,2)(3,6)(6,3)(4,4) \\ ۱۲ \rightarrow (9,9) \end{cases}$$

$$\rightarrow n(A) = 9$$

۹ در آزمایشگاهی ۳ موش سفید و ۵ موش سیاه نگهداری می شوند. اگر به طور تصادفی ۴ موش از بین آن‌ها جهت آزمایشی برداشته شوند، با کدام

احتمال فقط یکی از موش های مورد آزمایش، سفید است؟

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\mu}{V_0} = \frac{\mu}{V}$$

$$n(S) = \binom{1}{4} = \frac{1!}{4! \times 4!} = \frac{1 \times V \times \cancel{4} \times \omega \times \cancel{4}!}{\cancel{4}! \times \cancel{4} \times \cancel{4} \times \cancel{4}} = V_0$$

$$n(A) = \binom{\mu}{1} \times \binom{\omega}{\mu} = \mu \times 1_0 = \mu$$

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۶۶۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۶۶۳۸۹

۱۰ احتمال این که از چهار فرزند یک خانواده دو فرزند پسر و دو فرزند دختر باشند کدام است؟

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$

$$n(S) = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4 = 16$$

2^4 ← پسر
 2^3 ← سه
 2^2 ← فرزند

$$n(A) \xrightarrow{PPDD} n(A) = \frac{4!}{2! \times 2!} = \frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{2 \times 2} = 6$$

در آزمایشگاهی ۵ موش سالم و ۳ موش دیابتی نگهداری می شوند، اگر دو موش از محفظه گریخته باشند، با کدام احتمال فقط یکی از موش های فراری دیابتی است؟

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{15}{21}$$

$$n(S) = \binom{1}{1} = \frac{1 \times 1}{1} = 1$$

$$n(A) = \binom{3}{1} \times \binom{5}{1} = 3 \times 5 = 15$$

۱۲) در یک اتوبوس ۵ مرد و ۴ زن وجود دارد. این اتوبوس شروع به حرکت می‌کند. اگر ۱ نفر در ایستگاه اول، ۱ نفر در ایستگاه دوم و مابقی در آخرین ایستگاه پیاده شوند، احتمال آن که همه‌ی مردها در یک ایستگاه پیاده شده باشند، کدام است؟

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{12}{72} = \frac{1}{6}$$

$$n(S) = \binom{9}{1} \times \binom{1}{1} = 9 \times 1 = 72$$

$$n(A) = \binom{4}{1} \times \binom{5}{1} = 4 \times 5 = 20$$

احتمال آن که از سه موش انتخاب شده از ۶ موش سفید و ۵ موش سیاه، هر سه موش سفید باشند، کدام است؟

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{145} = \frac{4}{34}$$

$$n(S) = \binom{11}{3} = \frac{11!}{3! \times 8!} = \frac{11 \times 10 \times 9 \times 8!}{3 \times 2 \times 1 \times 8!} = 145$$

$$n(A) = \binom{4}{3} = \frac{4!}{3! \times 1!} = \frac{4 \times 3 \times 2 \times 1!}{3 \times 2 \times 1 \times 1!} = 4$$

۱۴) هر یک از کشورهای D, C, B, A دارای ۵ شناگر می باشند؛ با چه احتمالی ۴ شناگری که برای مسابقات المپیک انتخاب می شوند دارای سه ملیت متفاوتند؟

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1000}{4140} = \frac{200}{828}$$

$$n(S) = \binom{20}{4} = \frac{20!}{4! \times 16!} = \frac{20 \times 19 \times 18 \times 17 \times 16!}{4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 16!} = 4140$$

$$n(A) = \binom{4}{3} \binom{5}{2} \binom{5}{1} \binom{5}{1} \times 3 = 4 \times 10 \times 5 \times 5 \times 3 = 1500$$

۱۵ در یک جمع ۵ نفره، ۳ برادر حضور دارند. این ۵ نفر را در یک ردیف کنار هم می‌چینیم. با چه احتمالی فقط دو برادر کنار هم هستند؟

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۷۲}{۱۲۰} = \frac{۳}{۵} \checkmark$$

$$n(S) = \frac{۵}{۱} \times \frac{۴}{۱} \times \frac{۳}{۱} \times \frac{۲}{۱} \times \frac{۱}{۱} = ۵! = ۱۲۰ \checkmark$$

$$n(A') = \left\{ \begin{array}{l} A_1 \underline{B} A_2 \underline{C} A_3 \rightarrow ۳! \times ۲! = ۶ \times ۲ = \underline{۱۲} \\ \underline{A_1 A_2 A_3}, \underline{B}, \underline{C} \rightarrow ۳! \times ۳! = ۶ \times ۶ = \underline{۳۶} \end{array} \right.$$

$$\rightarrow n(A') = ۱۲ + ۳۶ = ۴۸$$

$$\rightarrow n(A) = n(S) - n(A') = ۱۲۰ - ۴۸ = \underline{\underline{۷۲}}$$

۰ ۱ ۲ ۳ ۴

۱۶ با ارقام ۰ تا ۴، یک عدد سه رقمی با ارقام متمایز می نویسیم. با کدام احتمال عدد ساخته شده بر ۶ بخش پذیر است؟

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{13}{41}$$

$$n(S) : \frac{4}{1} \times \frac{4}{1} \times \frac{3}{1} = 41$$

$n(A) =$

- $0 \circ 1 \circ 2 \rightarrow \underline{1} \underline{2} \circ, \underline{2} \underline{1} \circ, \underline{1} \circ \underline{2}$ \rightarrow ۳
- $0 \circ 2 \circ 4 \rightarrow 2 \underline{4} \circ, 4 \underline{2} \circ, 2 \circ \underline{4}, 4 \circ \underline{2}$ \rightarrow ۴
- $1 \circ 2 \circ 3 \rightarrow 3 \underline{1} \underline{2}, 1 \underline{3} \underline{2}$ \rightarrow ۲
- $2 \circ 3 \circ 4 \rightarrow 3 \underline{4} \underline{2}, 4 \underline{3} \underline{2}, 2 \underline{4} \underline{3}, 3 \underline{2} \underline{4}$ \rightarrow ۴

$\rightarrow n(A) = 13$

از بین ۵ مهره‌ی سفید و ۳ مهره‌ی سیاه سه مهره به تصادف انتخاب می‌کنیم چقدر احتمال دارد هر سه مهره هم رنگ باشند؟ (۱۷)

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{11}{54}$$

$$n(S) = \binom{8}{3} = \frac{8!}{3! \times 5!} = \frac{1 \times 7 \times 6 \times 5!}{3 \times 2 \times 5!} = 56$$

$$n(A) = \binom{5}{3} + \binom{3}{3} = 10 + 1 = 11$$

۱۸ در بین اعداد سه رقمی یک عدد فرد انتخاب می کنیم احتمال این که این عدد مضرب ۳ باشد چقدر است؟

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{150}{450} = \frac{1}{3}$$

$$n(S): \begin{array}{l} \uparrow 101 \\ \downarrow 999 \end{array} \rightarrow n(B) = \frac{999 - 101}{\underline{\underline{2}}} + \underline{\underline{1}} = 449 + 1 = \underline{\underline{450}}$$

$$n(A) = \frac{450}{3} = 150$$

۱۹ در جعبه‌ای ۳ مهره سفید، ۴ مهره سیاه و ۲ مهره سبز است. به تصادف ۳ مهره بیرون می‌آوریم. با کدام احتمال هیچ دو مهره هم‌رنگ نیستند؟

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{24}{120} = \frac{1}{5}$$

$$n(S) = \binom{9}{3} = \frac{9!}{3! \times 6!} = 120$$

$$n(A) = \binom{3}{1} \binom{4}{1} \binom{2}{1} = 3 \times 4 \times 2 = 24$$

۲۰ از ۷ دانش آموز ریاضی و ۵ دانش آموز تجربی یک تیم ۵ نفری تشکیل می شود. با کدام احتمال لااقل سه نفر آنان گروه تجربی است؟

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{244}{792} = \frac{41}{124}$$

$$n(S) = \binom{12}{5} = \frac{12!}{5! \times 7!} = 792$$

$$n(A) = \binom{5}{3} \binom{7}{2} + \binom{5}{4} \binom{7}{1} + \binom{5}{5} = 10 + 35 + 1 = 44$$