

آموزش ریاضی دهم

تابع خطی

(فصل پنجم - درس سوم)

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱

$$y = ax + b$$

سری

مختصات از مبدأ

$$A \left| \begin{array}{l} x_A \\ y_A \end{array} \right.$$

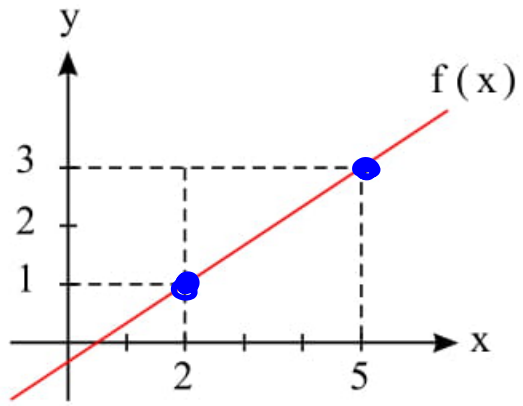
$$B \left| \begin{array}{l} x_B \\ y_B \end{array} \right.$$

$$a = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۱- نمودار تابع f به صورت مقابل است. $f(3)$ کدام است؟



① $\frac{3}{3}$

② $\frac{5}{3}$

③ $\frac{2}{3}$

④ $\frac{7}{3}$

$A \begin{matrix} y \\ | \\ 1 \end{matrix}$ $B \begin{matrix} 5 \\ | \\ 3 \end{matrix}$ $m_{AB} = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \frac{1 - 3}{2 - 5} = \frac{2}{3}$

$y = ax + b \rightarrow y = \frac{2}{3}x + b$ $\begin{matrix} y \\ | \\ 1 \end{matrix} \rightarrow 1 = \frac{2}{3}x + b \rightarrow b = -\frac{1}{3}$

$y = \frac{2}{3}x - \frac{1}{3} \rightarrow f(3) = \frac{2}{3} - \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۲- نمودار تابع خطی $f(x) = (3k - 1)x + b$ از نقطه $(3, -2)$ عبور کرده و محور x ها را در نقطه‌ای به طول ۵ قطع می‌کند. مقدار $3k + b$ کدام است؟

$$\begin{array}{l}
 A \left| \begin{array}{l} 3 \\ -2 \end{array} \right. \rightarrow 9k - 3 + b = -2 \rightarrow 9k + b = 1 \\
 B \left| \begin{array}{l} 5 \\ 0 \end{array} \right. \rightarrow 15k - 5 + b = 0 \rightarrow 15k + b = 5
 \end{array}
 \rightarrow \begin{cases} k = \frac{2}{3} \\ b = -5 \end{cases}$$

$$3k + b = 2 - 5 = -3$$

۳- اگر $f(x) = 4x + 2 - 3f(0)$ باشد، مقدار $f(1)$ کدام است؟

$$x=0 \rightarrow f(0) = 0 + 2 - 3f(0) \rightarrow 4f(0) = 2 \rightarrow f(0) = \frac{1}{2}$$

$$x=1 \rightarrow f(1) = 4 + 2 - 3 \times \frac{1}{2} = 6 - \frac{3}{2} = \frac{9}{2}$$

۴- اگر تابع خطی f محور x ها را در نقطه‌ای به طول $\frac{3}{2}$ قطع کند و $f(2) = 3$ باشد، در این صورت کدام گزینه صحیح است؟

$f(-1) = -3$ (۴)

$f(1) = -3$ (۲) ✓✓

$f(1) = 3$ (۲)

$f(-1) = 3$ (۱)

A / $\frac{3}{2}$
0

$a = \frac{3-0}{2-1,5} = 4 \rightarrow y = 4x + b$

B / $\frac{3}{2}$
3

$3 = 12 + b \rightarrow b = -9 \rightarrow y = 4x - 9$

$f(1) = 4 - 9 = -3$ ✓

$f(-1) = -4 - 9 = -13$ ✓

۵- در یک تابع خطی $f(-1) = 1$ و $f(3) = 3$ است. تابع خطی مورد نظر محور y ها را در نقطه‌ای با کدام عرض قطع می‌کند؟

$$y = ax + b \rightarrow \begin{cases} -a + b = 1 \\ 3a + b = 3 \end{cases} \rightarrow -4a = -2 \rightarrow a = \frac{1}{2} \rightarrow b = \frac{3}{2}$$

$$y = ax + b \rightarrow y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$$

محور y ها \rightarrow

$$x = 0 \rightarrow y = \frac{3}{2}$$

۶- اگر تابع خطی f از نقطه‌ی $(۳, ۰)$ و تابع خطی g از نقطه‌ی $(-۲, ۰)$ عبور کنند و نسبت شیب خط f به g ، برابر ۲ باشد، در این صورت $\frac{g(۰)}{f(۰)}$ کدام است؟

$$y = ax + b \rightarrow 3a + b = 0 \rightarrow b = -3a$$

$$y = cx + d \rightarrow -2c + d = 0 \rightarrow d = 2c$$

$$\frac{f(۰)}{g(۰)} = 2 \rightarrow \frac{a}{c} = +2 \rightarrow \frac{c}{a} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{g(۰)}{f(۰)} = \frac{d}{b} = \frac{2c}{-3a} = \frac{2}{-3} \times \frac{1}{2} = -\frac{1}{3}$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۷- اگر تابع $f(x)$ از مبدأ مختصات و نقطه‌ی $(2, 1)$ بگذرد، طول نقطه‌ی تلاقی خط مورد نظر با خط $y = 2x - 5$ کدام

$$f(x) = ax + b \rightarrow \begin{cases} a(0) + b = 0 \rightarrow b = 0 \\ 2a + b = 1 \rightarrow a = \frac{1}{2} \end{cases} \rightarrow f(x) = \frac{1}{2}x$$

$$y = 2x - 5 \quad y = \frac{1}{2}x \rightarrow \frac{1}{2}x = 2x - 5$$

$$\begin{aligned} x^2 \rightarrow x &= 2x - 5 \\ \rightarrow x &= 10 \\ \rightarrow x &= \frac{10}{2} \end{aligned}$$

۸- اگر f تابعی خطی باشد و مقدار $f(1) = -1$ و $f(2) = -4$ باشد، حاصل $\frac{f(0) + 2}{f(-1)}$ کدام است؟

$$y = ax + b \rightarrow \begin{cases} a + b = -1 \\ 2a + b = -4 \end{cases} \rightarrow a = -3 \rightarrow b = 2$$

$$y = -3x + 2 \rightarrow f(x) = -3x + 2$$

$$\frac{f(0) + 2}{f(-1)} = \frac{2 + 2}{5} = \frac{4}{5}$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۹- اگر نمودار یک تابع محور x ها را در نقطه $(۳, ۰)$ قطع کند و در نقطه‌ای به طول ۲ خط $۲y + x = ۰$ را قطع کند، ضابطه آن کدام است؟

$$A \begin{array}{l} / \\ ۰ \end{array} \begin{array}{l} ۳ \\ ۰ \end{array}$$

$$a = \frac{-1 - ۰}{۲ - ۳} = \frac{-1}{-1} = 1 \rightarrow y = x + b$$

$$B \begin{array}{l} / \\ ۲ \\ -1 \end{array}$$

$$1 \begin{array}{l} ۳ \\ ۰ \end{array} \rightarrow ۰ = ۳ + b \rightarrow b = -۳ \rightarrow y = x - ۳$$

$$۲y + x = ۰ \xrightarrow{x=۲} ۲y + ۲ = ۰ \rightarrow y = -1$$

۱۰- نمودار تابع خطی f از مبدأ می‌گذرد و $f(2) = -5$ است. در این صورت حاصل $f(-0,4) - f(0,4)$ کدام

$$y = ax + b \rightarrow \begin{cases} a(0) + b = 0 \\ 2a + b = -5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} b = 0 \\ a = \frac{-5}{2} \end{cases} \rightarrow y = \frac{-5}{2}x$$

$$f(-0,4) - f(0,4) = \frac{-5}{2} \times \left(\frac{-4}{10}\right) + \frac{5}{2} \left(\frac{4}{10}\right)$$

$$= +1 + 1 = 2$$

۱۱- فرض کنید جمعیت یک شهر در سال ۱۳۸۵ برابر ۸۵۰,۰۰۰ نفر و در سال ۱۳۹۵ برابر ۱,۰۳۰,۰۰۰ نفر بوده است. در این صورت اگر الگوی خطی را برای رشد جمعیت این شهر در نظر بگیریم، در این صورت در سال ۱۴۲۰ جمعیت این شهر کدام است؟

$$A \begin{array}{l} 1385 \\ 850000 \end{array} \quad B \begin{array}{l} 1395 \\ 1030000 \end{array} \quad \rightarrow m = \frac{1030000 - 850000}{1395 - 1385} = 18000$$

$$\text{اقتباسی حساب} = 18000 \times 25 = 450000$$

$$1420 \text{ حساب} = 1030000 + 450000 = 1480000$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۱۲- رابطه بین عمق و دمای سنگ‌ها در زیر زمین از ضابطه $y = 55x - 35$ به دست می‌آید که x معرف عمق (برحسب کیلومتر) و y معرف دما (برحسب سانتی‌گراد) است. دمای سنگ‌ها در عمق ۸ کیلومتری چند برابر دمای سنگ‌ها در عمق ۴ کیلومتری است؟

$$x=4 \rightarrow y = 55 \times 4 - 35 = 220 - 35 = 185 \checkmark$$
$$x=1 \rightarrow y = 55 \times 1 - 35 = 440 - 35 = 405 \checkmark$$

$$\frac{\text{نسبت}}{=} = \frac{405}{185} = \frac{11}{37}$$

۱۳- یک شرکت برای تولید x کالا، مقدار $C(x) = 200 + 40x$ تومان هزینه می کند و هر کالا را ۱۲۰ تومان می فروشد. این شرکت حداقل چه تعداد از این کالا را باید به فروش رساند تا سوددهی آغاز شود؟

$$\underline{C(x) = 200 + 40x} \text{ هزینه}$$

$$\widetilde{R(x) = 120x} \text{ درآمد}$$

$$P(x) \text{ سود} = \widetilde{\text{درآمد}} - \text{هزینه} = 120x - 200 - 40x = 10x - 200$$

$$P(x) > 0 \rightarrow 10x - 200 > 0 \rightarrow x > \frac{200}{1} = 200 \rightarrow \boxed{x = 201}$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۱۴- یک شرکت تولیدی برای تولید x کالا، $C(x) = 5000 + 40x$ تومان هزینه می کند و هر کالا را ۹۰ تومان می فروشد. سود این شرکت به ازای فروش ۱۲۰ کالا چند تومان است؟

$$P(x) = R(x) - C(x) \rightarrow P(x) = 90x - 5000 - 40x$$

$$\rightarrow P(x) = 50x - 5000$$

$$P(120) = 50 \times 120 - 5000 = 1000$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۱۵- یک شرکت برای تولید x کالا، $C(x) = 2000 + 10x$ تومان هزینه می‌کند و هر کالا را ۶۰ تومان می‌فروشد، این شرکت حداقل چه تعداد از این کالا را باید بفروشد تا سوددهی آغاز شود؟

$$P(x) = R(x) - C(x) = 60x - 2000 - 10x = \underline{\underline{50x - 2000}}$$

$$P(x) > 0 \rightarrow 50x - 2000 > 0 \rightarrow x > \frac{2000}{50} = 40$$

$$x = 40$$