

آموزش ریاضی دهم

جواب تمرین های فصل اول

(مجموعه، الگو و دنباله)

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹ – ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به سایت **Aligebra.com** است و هرگونه استفاده از این اثر و انتشار آن در پایگاه های مجازی بدون کسب مجوز ممنوع است و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار می گیرند.

۱ فرض کنید U مجموعه تمام مضرب‌های طبیعی عدد ۵ باشد.

الف) U را با نمایش اعضای آن بنویسید.

ب) U متناهی است یا نامتناهی؟

پ) یک زیرمجموعه متناهی از U بنویسید.

ت) دو زیرمجموعه نامتناهی مانند C و D از U بنویسید؛ به طوری که $C \subseteq D$.

$$U = \{5, 10, 15, 20, \dots\}$$

$$\Rightarrow A = \{5, 10, 15\}$$

$$\Rightarrow C = \{5, 10\} \quad D = \{5, 10, 15, 20\}$$

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۲ متناهی یا نامتناهی بودن مجموعه‌های زیر را مشخص کنید.

الف) مجموعه اعداد طبیعی.

ب) مجموعه شمارنده‌های طبیعی عدد ۳۶.

پ) بازه $(\frac{1}{2}, \frac{1}{4})$.

ت) $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 1 < x < 2\}$.

ث) مجموعه مضرب‌های طبیعی عدد ۱۰۰.

الف) نامتناهی
ب) متناهی
پ) نامتناهی
ت) نامتناهی

الف) نامتناهی
ت) متناهی

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۳ دو مجموعه نامتناهی مثال بزنید که اشتراک آنها مجموعه‌ای متناهی باشد.

$$\underbrace{(-\infty, 5]}_A$$

$$\underbrace{[5, +\infty)}_B$$

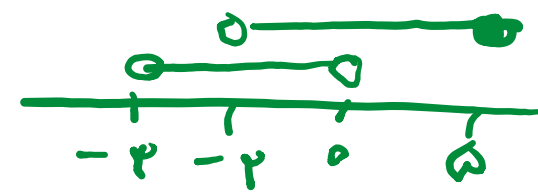
$$A \cap B = (-\infty, 5] \cap [5, +\infty) = \{5\}$$

۴

حاصل هر یک از مجموعه‌های زیر را با رسم بازه‌های آنها روی یک محور به دست

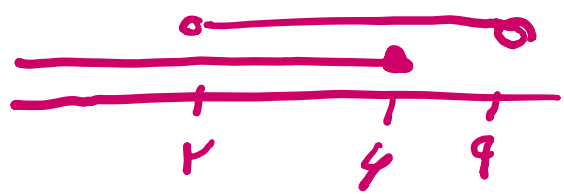
آورید:

(الف) $(-3, 0) \cup (-2, 5]$



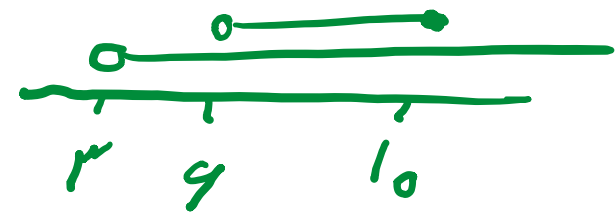
$(-2, 0]$

(ب) $(-\infty, 6] \cap (2, 9)$



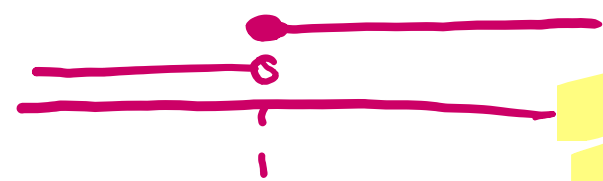
$(2, 6]$

(پ) $(3, +\infty) \cap (6, 10]$



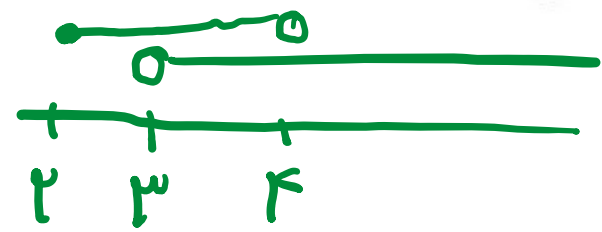
$(6, 10]$

(ت) $(-\infty, 1) \cup [1, +\infty)$



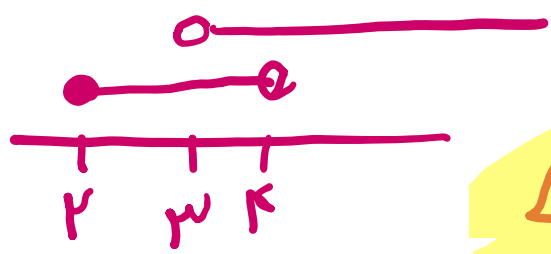
$\mathbb{R}$

(ث) $(3, +\infty) - [2, 4)$



$[3, +\infty)$

(ج) $[2, 4) - (3, +\infty)$



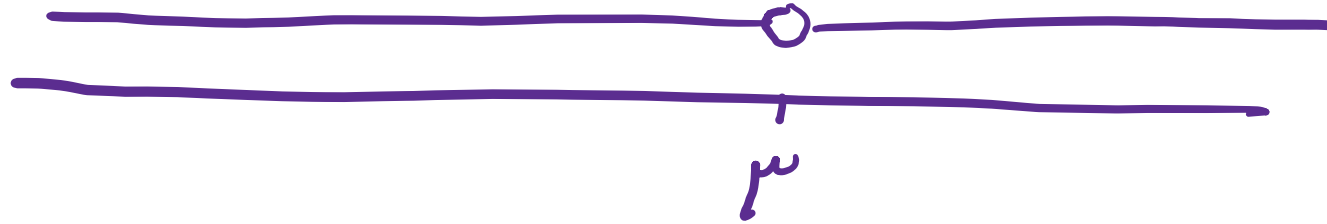
$[2, 3]$

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۵ مجموعه $\mathbb{R} - \{3\}$ را روی محور نشان دهید و سپس آن را به صورت اجتماع دو بازه

بنویسید.



$$(-\infty, 3) \cup (3, +\infty)$$

۶ اگر $A \subseteq B$ و B مجموعه‌ای متناهی باشد، آنگاه A متناهی خواهد بود یا نامتناهی؟

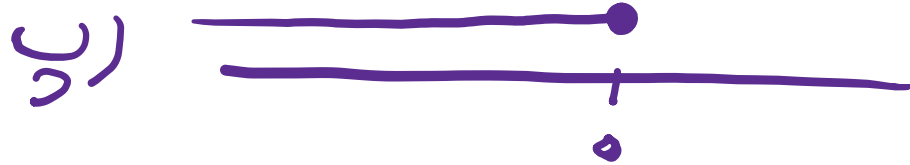
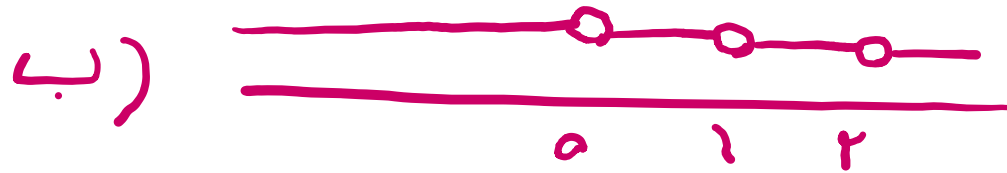
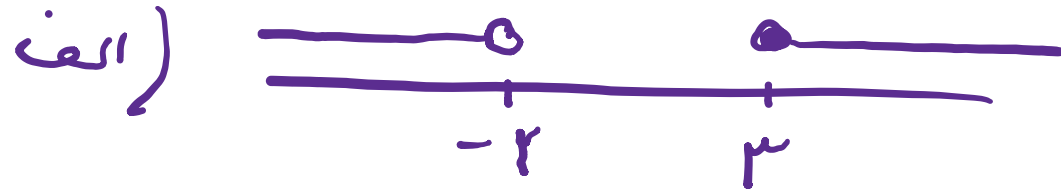


ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۱ $\mathbb{R}$ را به عنوان مجموعه مرجع در نظر بگیرید و سپس متمم هر یک از مجموعه های زیر را روی محور نشان دهید.

(الف) $A = [-2, 3)$ (ب) $B = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$ (پ) $C = (0, +\infty)$ (ت) $D = (-\infty, 1]$



۲ $\mathbb{N}$ را به عنوان مجموعه مرجع در نظر بگیرید.

الف) مجموعه‌ای نامتناهی مثل A مثال بزنید که A' هم نامتناهی باشد.

ب) مجموعه‌ای نامتناهی مثل B مثال بزنید که B' متناهی باشد.

پ) مجموعه‌ای متناهی مثل C مثال بزنید و C' را به دست آورید. C' متناهی است یا نامتناهی؟

$$A = \{2, 4, 6, 8, \dots\}$$

$$A' = \{1, 3, 5, 7, \dots\}$$

$$B = \{2, 4, 6, 8, \dots\}$$

$$B' = \{1, 3\}$$

$$C = \{1, 2, 3\}$$

$$C' = \{4, 5, 6, \dots\} \text{ نامتناهی}$$

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۳ اگر $n(A) = 15$ ، $n(A \cap B) = 5$ و $n(A \cup B) = 30$ آنگاه $n(B)$ را محاسبه کنید.

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$30 = 15 + n(B) - 5 \rightarrow n(B) = 20$$

۴ فرض کنیم A و B زیر مجموعه‌هایی از مجموعه مرجع U باشند، به طوری که $n(U) = 100$ ،

$n(A) = 60$ ، $n(B) = 40$ و $n(A \cap B) = 20$ مطلوب است :

(الف) $n(A \cup B)$ (ب) $n(A \cap B')$ (پ) $n(A' \cap B)$ (ت) $n(A' \cap B')$

$$\text{الف) } n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 60 + 40 - 20 = 80$$

$$\text{ب) } n(A \cap B') = n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 60 - 20 = 40$$

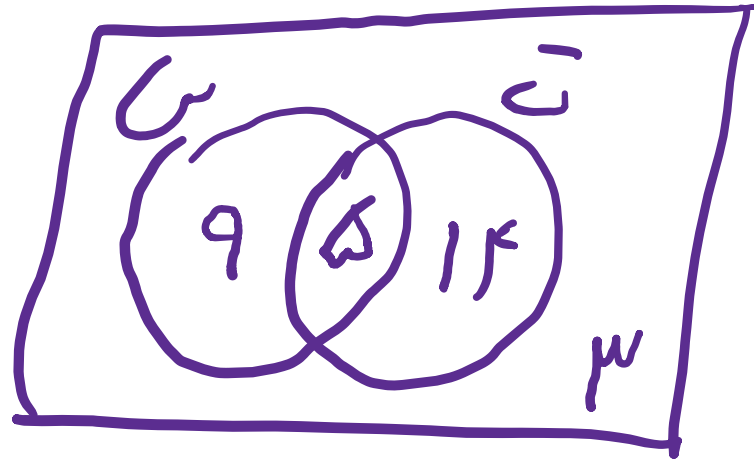
$$\text{پ) } n(A' \cap B) = n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 40 - 20 = 20$$

$$\begin{aligned} \text{ت) } n(A' \cap B') &= n(A \cup B)' = n(U) - n(A \cup B) \\ &= 100 - 80 = 20 \end{aligned}$$

۵) در یک کلاس ۳۱ نفری، تعداد ۱۴ نفر از دانش‌آموزان عضو گروه سرود و ۱۹ نفر آنها عضو گروه تئاترند. اگر ۵ نفر از دانش‌آموزان این کلاس عضو هر دو گروه باشند، مطلوب است:

الف) تعداد دانش‌آموزانی که فقط عضو گروه سرودند.

ب) تعداد دانش‌آموزانی که عضو هیچ یک از این دو گروه نیستند.



الف) ۹

ب) ۳

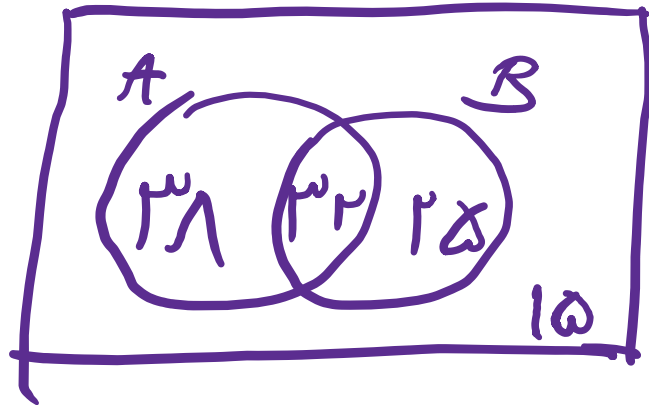
۶ در یک نظرسنجی از ۱۱۰ مشتری یک فروشگاه زنجیره‌ای، مشخص شد که ۷۰ نفر آنها در یک ماه گذشته از محصولات شرکت A و ۵۷ نفرشان از محصولات شرکت B خرید کرده‌اند. همچنین ۳۲ نفر از آنان نیز اعلام کردند که در این مدت از هر دو شرکت خرید کرده‌اند. چه تعداد از این ۱۱۰ نفر در یک ماه گذشته:

(الف) دست کم از یکی از این دو شرکت خرید کرده‌اند.

(ب) فقط از شرکت A خرید کرده‌اند.

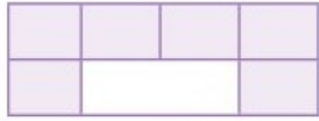
(پ) دقیقاً از یکی از این دو شرکت خرید کرده‌اند.

(ت) از هیچ یک از این دو شرکت خرید نکرده‌اند.

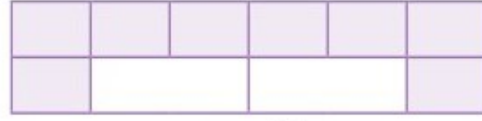


$$\begin{aligned} \text{الف)} \quad 38 + 32 + 25 &= 95 \\ \text{ب)} \quad 38 & \\ \text{پ)} \quad 38 + 25 &= 63 \\ \text{ت)} \quad 15 & \end{aligned}$$

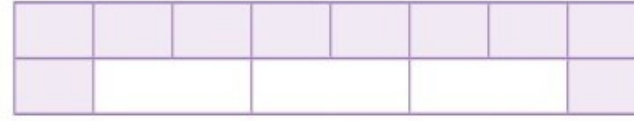
۱ به الگوی روبه‌رو توجه کنید.



۶ کاشی تیره
۱ کاشی سفید



۸ کاشی تیره
۲ کاشی سفید



۱۰ کاشی تیره
۳ کاشی سفید

۱۲ سَر
۴ رِغِه

۶، ۸، ۱۰، ۱۲، ۱۴، ۱۶، ۱۸، ۲۰

$$t_n = 2n + 4$$

$$n=100 \rightarrow t_{100} = 2 \times 100 + 4 = 204$$

الف) شکل بعدی را رسم کنید و تعداد کاشی‌های تیره آن را مشخص کنید.

ب) تعداد کاشی‌های تیره در هر مرحله را به صورت یک دنباله تا جمله هفتم آن بنویسید.

پ) اگر n تعداد کاشی‌های سفید و t_n تعداد کاشی‌های تیره باشد، مقدار t_n را بر حسب n بنویسید.

ت) برای ۱۰۰ کاشی سفید، چند کاشی تیره لازم است؟

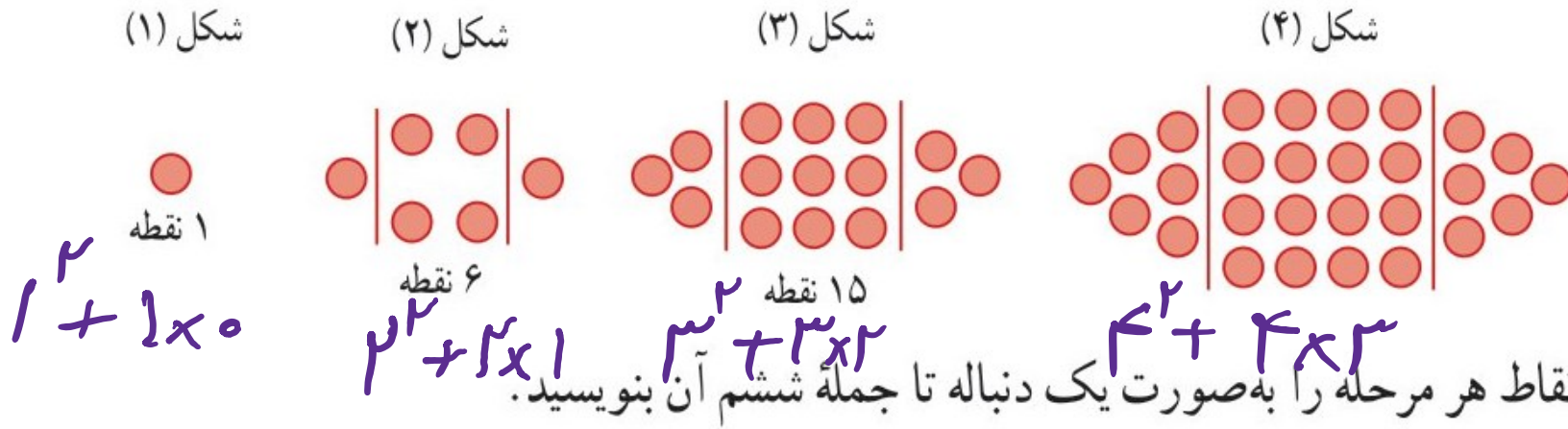
ث) آیا در این الگو شکلی وجود دارد که شامل ۵۰ کاشی تیره باشد؟ اگر هست، تعداد کاشی‌های سفید آن چند است؟

$$2n + 4 = 50 \rightarrow 2n = 46 \rightarrow n = 23$$

بله

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹



الف) شکل بعدی را رسم کنید، سپس تعداد نقاط هر مرحله را به صورت یک دنباله تا جمله ششم آن بنویسید.

ب) جمله عمومی الگو را بیابید.

پ) شکل دهم در این الگو چند نقطه دارد؟

الف) ۱، ۶، ۱۵، ۲۴، ۳۵، ۴۶

۷ ۹ ۱۳

ب) $T_n = n^2 + n(n-1) = n^2 + n^2 - n = 2n^2 - n$

پ) $T_{10} = 2 \times 100 - 10 = 190$

۳ جمله عمومی چند دنباله داده شده است. در هر مورد چهار جمله اول دنباله را بنویسید و سپس به هر یک از آنها یک الگوی هندسی نظیر کنید.

(الف) $a_n = 4n$

(ب) $b_n = 3n + 1$

(پ) $c_n = n^2 + 2$

(ت) $d_n = n^2 + n$

۴، ۸، ۱۲، ۱۶

۳، ۷، ۱۰، ۱۳

۳، ۶، ۱۱، ۱۸

۲، ۶، ۱۲، ۲۰

برای هریک از دنباله‌های درجه دو زیر جمله عمومی را به دست آورید و سپس برای هر کدام، یک الگوی هندسی نظیر کنید.

الف) $5, 8, 13, 20, 29, \dots$

ب) $5, 12, 22, 35, 51, \dots$

$$1 + 4, 4 + 4, 9 + 4$$

$$t_n = n^2 + 4$$

$$4 + 1, 9 + 4, 16 + 9, \dots$$

$$t_n = (n+1)^2 + \frac{n(n+1)}{2}$$

۱ از بین دنباله‌های زیر، دنباله‌های حسابی را مشخص کنید و در هر یک از آنها با تعیین قدرنسبت، جمله بیست و یکم را بیابید.

الف) $3, 10, 17, 24, \dots$

$$t_n = 7n - 4$$

$$t_{21} = 7 \times 21 - 4$$

پ) $\sqrt{3}, 2\sqrt{3}, 3\sqrt{3}, 4\sqrt{3}, \dots$

$$t_n = \sqrt{3} n + 0$$

$$t_{21} = 21\sqrt{3}$$

ث) $\frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}, 1, \dots$

$$t_n = \frac{1}{5}n + \frac{1}{5}$$

$$t_{21} = \frac{1}{5} \times 21 + \frac{1}{5}$$

ب) $1, 2, 4, 8, \dots$



ت) $10, 7, 4, 1, \dots$

$$t_n = -3n + 13$$

$$t_{21} = -3 \times 21 + 13$$

ج) $2, 2, 2, 2, \dots$

$$d = 0 \rightarrow a_n = 2$$

$$a_{21} = 2$$

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۲ در یک دنباله حسابی، جملات سوم و هفتم به ترتیب ۲۰ و ۵۶ است. دنباله را مشخص کنید؛ یعنی با به دست آوردن جمله اول و قدرنسبت، جملات دنباله را بنویسید.

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$\begin{aligned} a_7 = 54 &\longrightarrow a_1 + 6d = 54 \\ a_{10} = 10 &\longrightarrow a_1 + 9d = 10 \end{aligned} \longrightarrow 3d = 44 \longrightarrow d = 9$$

$$a_n = 1 + (n-1) \times 9 \longrightarrow 1, 10, 19, 28, \dots$$

۳ در یک دنباله حسابی، مجموع سه جمله اول ۳ و مجموع سه جمله بعدی آن ۳۹ است.
دنباله را مشخص کنید.

$$a_1 + a_2 + a_3 = 3 \rightarrow a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d = 3a_1 + 3d = 3$$

$$a_4 + a_5 + a_6 = 39 \rightarrow a_1 + 3d + a_1 + 4d + a_1 + 5d = 3a_1 + 12d = 39$$

$$\begin{cases} 3a_1 + 12d = 39 \\ 3a_1 + 3d = 3 \end{cases}$$

$$3a_1 + 3d = 3 \rightarrow a_1 = -1$$

$$9d = 36 \rightarrow d = 4$$

$$\rightarrow a_n = 4n - 1$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$a_n = -1 + (n-1) \times 4$$

$$= -1 + 4n - 4$$

ALIGEBRA.COM

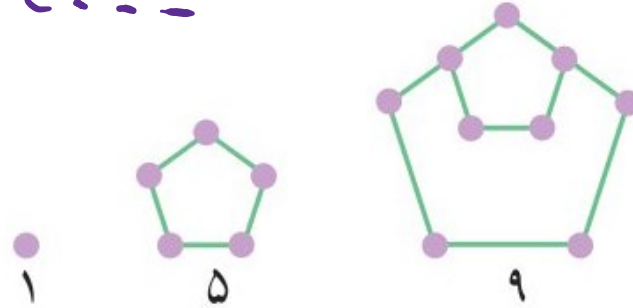
۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۴ الف) دو جمله بعدی الگوی مقابل را با رسم شکل بیابید و نوع دنباله را مشخص کنید.

۱، ۵، ۹، ۱۳، ۱۷، ...

ب) جمله عمومی آن را مشخص کنید.

پ) جمله چندم این دنباله ۳۹۷ است؟



$$a_n = F_n - 1$$

$$\Rightarrow F_n - 1 = 397 \rightarrow F_n = F_{\infty} \rightarrow n = 100$$

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۵ الف) واسطه حسابی بین ۵ و ۱۱ چه عددی است؟

ب) واسطه حسابی بین ۲۰ و ۳۰ چه عددی است؟

پ) از دو قسمت قبل چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

$$\text{الف) واسطه} = \frac{11+5}{2} = \frac{16}{2} = 8$$

$$\text{ب) واسطه} = \frac{30+20}{2} = \frac{50}{2} = 25$$

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۶ مسئله زیر در پایپروس راینده آمده است. آن را حل کنید.

«۱۰۰ قرص نان را بین ۵ مرد چنان تقسیم کنید که سهم‌های دریافت شده، دنباله حسابی تشکیل دهند و یک سوم مجموع سه سهم بزرگ‌تر، مساوی مجموع دو سهم کوچک‌تر باشد».

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = 100 \rightarrow a_1 + a_3 + d + a_1 + 1d + a_1 + 2d + a_1 + 3d + a_1 + 4d = 100$$

$$\rightarrow 5a_1 + 10d = 100 \rightarrow a_1 + 2d = 20$$

$$\frac{1}{3} (a_1 + 1d + a_1 + 2d + a_1 + 3d) = a_1 + a_3 + d \rightarrow a_1 = 2d$$

$$a_1 + 2d = 20 \rightarrow 2a_1 = 20 \rightarrow a_1 = 10 \rightarrow d = 5$$

$$10 < 15 < 20 < 25 < 30$$

۱ از بین موارد زیر، دنباله‌های هندسی را مشخص کنید و قدر نسبت آنها را بنویسید.

الف) $۷, ۲۸, ۱۱۲, ۴۴۸, \dots$

پ) $۱, \frac{-1}{۲}, \frac{1}{۴}, \frac{-1}{۸}, \dots$

ب) $۲\sqrt{۵}, ۴\sqrt{۵}, ۶\sqrt{۵}, ۸\sqrt{۵}, \dots$

ت) $۵, ۵, ۵, ۵, \dots$

$$\text{الف) } \frac{۲۸}{۷} = \frac{۱۱۲}{۲۸} = ۴ = r$$

$$\text{ب) } \frac{۴\sqrt{۵}}{۲\sqrt{۵}} = \frac{۹\sqrt{۵}}{۳\sqrt{۵}} \quad \times$$

$$\text{پ) } \frac{\frac{-1}{۲}}{۱} = \frac{\frac{1}{۴}}{\frac{-1}{۲}} = \frac{-1}{۲} = r$$

$$\text{ت) } \frac{۵}{۵} = \frac{۵}{۵} = ۱ = r$$

۲ چند دنباله هندسی با قدر نسبت $\frac{4}{5}$ می توان ساخت؟ دو مورد را بنویسید.

$$a_n = a_1 9^{n-1}$$

$$a_n = 1 \left(\frac{4}{5} \right)^{n-1}$$

$$a_n = -1 \left(\frac{4}{5} \right)^{n-1}$$

$$a_n = 1 \left(\frac{4}{5} \right)^{n-1}$$

$$a_n = -1 \left(\frac{4}{5} \right)^{n-1}$$

۳ درست یا نادرستی جملات زیر را بررسی کنید. در صورت درست بودن توضیح دهید و در صورت نادرست بودن مثال نقض ارائه کنید.

الف) هر دنباله، یا حسابی است یا هندسی.

ب) دنباله‌ای وجود ندارد که هم حسابی باشد و هم هندسی.

الف) $a_n = n^2 \rightarrow 1, 4, 9, 16, 25, \dots$

ب) $a_n = 5$
 $a_n = -1$

$d=0 / r=1$

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۴ علی دوچرخه‌ای را به قیمت ۵۰۰ هزار تومان خرید. فرض کنید قیمت دوچرخه دست دوم، در هر سال ۲۰ درصد نسبت به سال قبل از خودش کاهش یابد.

الف) اگر او بعد از ۳ سال قصد فروش دوچرخه‌اش را داشته باشد، به چه قیمتی می‌تواند آن را بفروشد؟
ب) قیمت دوچرخه بعد از گذشت n سال از چه رابطه‌ای به دست می‌آید؟

$$b) a_n = 500000 (0.8)^n$$

$$الف) a_3 = 500000 \times 0.8^3 = 259000$$

۲, ۴, ۸,

۵ حاصل ضرب بیست جمله اول دنباله هندسی مقابل را محاسبه کنید.

$$2^1 \times 2^2 \times 2^3 \times \dots \times 2^{10}$$

$$= 2^{1+2+3+\dots+10}$$

$$= 2^{55}$$

$$a_1 = 1 \quad a_{10} = 10 \rightarrow S_{10} = \frac{10}{1} (1 + 10) = 10 \times 11 = 110$$

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۶ جملات سوم و ششم یک دنباله هندسی به ترتیب ۱۲ و ۹۶ می باشند. دنباله را مشخص کنید.

$$\begin{aligned} a_4 = 96 &\rightarrow a_1 q^3 = 96 \\ a_6 = 12 &\rightarrow a_1 q^5 = 12 \end{aligned} \rightarrow \frac{a_1 q^3}{a_1 q^5} = \frac{96}{12} \rightarrow q^2 = 1$$

$$\rightarrow q = 1 \rightarrow a_1 \times 1 = 12 \rightarrow a_1 = 12$$

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1} \rightarrow a_n = 12 \times 1^{n-1}$$

۷ بنابر آمار منتشر شده از جانب پزشکی قانونی کشور، آمار تلفات جاده‌ای از عدد ۲۷۷۵۹ نفر در سال ۱۳۸۴ به عدد ۱۶۵۸۴ نفر در سال ۱۳۹۴ کاهش یافته است که نشان‌دهنده حدود ۵ درصد کاهش سالانه در این دهه است. اگر آمار حوادث رانندگی در کشور با همین سرعت کاهش یابد،

الف) پیش‌بینی می‌شود در هر یک از سال‌های منتهی به سال ۱۴۰۰ چند نفر از هم‌وطن‌های ما جان خود را در حوادث رانندگی از دست بدهند؟ نتایج را در جدول زیر ثبت کنید.

سال	۱۳۹۴	۱۳۹۵	۱۳۹۶	۱۳۹۷	۱۳۹۸	۱۳۹۹	۱۴۰۰
تعداد تلفات مورد انتظار	۱۶۵۸۴	۱۵۷۵۴	۱۴۹۴۷	۱۴۲۱۸	۱۳۵۰۷	۱۲۸۳۲	۱۲۱۹۰

ب) اعداد حاصل، چه نوع دنباله‌ای تشکیل می‌دهند؟

$$a_n = 27759 \left(\frac{95}{100}\right)^n$$

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ – ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

علی جبرا | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به سایت **Aligebra.com** است و هرگونه استفاده از این اثر و انتشار آن در پایگاه های مجازی بدون کسب مجوز ممنوع است و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار می گیرند.