

۱۳۹ - فرض کنید در دامنه $(0, +\infty)$ ، تابع با خواصی است. $f(x) = \frac{x^x + (\frac{1}{x})^x}{2}$ ، مفروض باشد. $f^{-1}(2)$ کدام است؟

- $\log_2(2 + \sqrt{2})$ (۱) $\log_2(1 + \sqrt{2})$ (۲) $\log_2(\sqrt{2} - 1)$ (۳) $\log_2(2 - \sqrt{2})$ (۴)

$$\frac{\gamma^x + 1}{\gamma^x - 1} = \gamma \quad \stackrel{\gamma = A}{\longrightarrow} \quad \frac{A^x + 1}{A^x - 1} = \gamma \quad \longrightarrow \quad A^x - \gamma A^x = 0$$

$$\Delta = 19 - 1 = 18 \quad \longrightarrow \quad \gamma^x = \frac{1 \pm \sqrt{18}}{2} = 1 \pm \sqrt{18}$$

$$\gamma^x = 1 + \sqrt{18} \quad \longrightarrow \quad x = \log_{\gamma} (1 + \sqrt{18})$$