

آموزش ریاضی

عبارت های گویا

علی هاشمی

$$y = \frac{f(x)}{g(x)} \rightarrow g(x) \neq 0$$

عبارت گویای  $\frac{\sqrt{x^2+1}}{(x-1)(x+2)}$  به ازای چه مقادیری از  $x$  تعریف نشده است؟

$$\underline{(x-1)} \underline{(x+2)} \neq 0 \rightarrow \begin{cases} x-1 \neq 0 \rightarrow x \neq 1 \\ x+2 \neq 0 \rightarrow x \neq -2 \end{cases}$$



۱- برای هر عبارت گویا مقادیری را به دست آورید که عبارت به ازای آنها تعریف نشده است.

$$\frac{2y}{y(2y-6)} \rightarrow y(2y-6) = 0 \rightarrow \begin{cases} y = 0 \\ 2y - 6 = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = 0 \\ y = 3 \end{cases}$$

$$\frac{2p}{p^2 - p - 12} \rightarrow p^2 - p - 12 = 0 \rightarrow (p - 4)(p + 3) = 0$$
$$\rightarrow \begin{cases} p - 4 = 0 \rightarrow p = 4 \\ p + 3 = 0 \rightarrow p = -3 \end{cases}$$



$$\frac{x^r - y^r}{y - x} = \frac{(x^r - y^r)(x^r + y^r)}{y^r - x^r}$$

$$\rightarrow \frac{(x - y)(x + y)(x^r + y^r)}{y^r - x^r} = \frac{\cancel{(x - y)}(x + y)(x^r + y^r)}{-\cancel{(x - y)}}$$

$$\rightarrow -(x + y)(x^r + y^r)$$



۲- حاصل هر عبارت را به ساده ترین صورت بنویسید.

$$\text{الف) } \frac{3-x}{x^2-5x+6} = \frac{-(x-3)}{(x-2)(x-3)} = \frac{-1}{x-2}$$

$$\text{ب) } \frac{4x^2+8x}{12x+24} = \frac{4x(x+2)}{12(x+2)} = \frac{x}{3}$$

$$\text{ج) } \frac{24x^2}{12x^2-6x} = \frac{24x^2}{6x(2x-1)} = \frac{4x}{2x-1}$$



## ضرب عبارت های گویا

$$\frac{x-6}{x^2-12x+36} \times \frac{x^2-3x-18}{x^2+7x+12} = \frac{\cancel{x-6}}{(\cancel{x-6})(x-6)} \times \frac{(\cancel{x+3})(\cancel{x-6})}{(\cancel{x+3})(x+4)}$$

→

$$\frac{1}{x+4}$$



$$\frac{a^2 - 4a - 5}{a^2 - 4a} \div \frac{a^2 + 3a + 2}{a - 4} = \frac{a^2 - 4a - 5}{a^2 - 4a} \times \frac{a - 4}{a^2 + 3a + 2}$$

$$\frac{(a - 5) \cancel{(a + 1)}}{a \cancel{(a - 4)}} \times \frac{\cancel{a - 4}}{(a + 2) \cancel{(a + 1)}} = \frac{a - 5}{a(a + 2)}$$



۳- ضرب و تقسیم‌های زیر را انجام دهید.

$$\text{الف) } \frac{a^2 - 16}{a + 4} \times \frac{a + 2}{a^2 - 8a + 16} = \frac{\cancel{(a-4)}\cancel{(a+4)}}{\cancel{a+4}} \times \frac{a+2}{\cancel{(a-4)}(a-4)} = \frac{a+2}{a-4}$$

$$\text{ب) } \frac{m^2 - 49}{m + 1} \div \frac{7 - m}{m^2 - 1} = \frac{m^2 - 49}{m + 1} \times \frac{m^2 - 1}{7 - m} = \frac{\cancel{(m-7)}(m+7)}{\cancel{m+1}} \times \frac{(m-1)\cancel{(m+1)}}{-\cancel{(m-7)}}$$

$$\rightarrow - (m+7)(m-1)$$





$$\frac{a^2 - 2^0}{a^2 - 4} + \frac{a - 2}{a + 2} = \frac{a^2 - 4^0}{(a-2)(a+2)} + \frac{a-2}{a+2} = \frac{a^2 - 4^0 + (a-2)(a-2)}{(a-2)(a+2)}$$

$$\rightarrow \frac{a^2 - 4^0 + a^2 + 4 - 4a}{(a-2)(a+2)} = \frac{2a^2 - 4a - 4}{(a-2)(a+2)} = \frac{2(a^2 - 2a - 2)}{(a-2)(a+2)}$$

$$\rightarrow \frac{2(a-2)(a+2)}{(a-2)(a+2)} = \frac{2(a-2)}{a-2}$$

$$\frac{2}{x+2} - \frac{x-1}{x+4} = \frac{2(x+4) - (x-1)(x+2)}{(x+2)(x+4)} = \frac{\cancel{2}x+8 - x^2 - \cancel{2}x + x+2}{(x+2)(x+4)}$$

$$= \frac{-x^2 + x + 10}{(x+2)(x+4)} = \frac{-(x^2 - x - 10)}{(x+2)(x+4)}$$



۴- جمع و تفریق‌های زیر را انجام دهید.

$(x-y)(x+y)$

$$\begin{aligned} \text{الف) } \frac{x}{x^r + y^r} - \frac{y(x-y)^r}{x^r - y^r} &= \frac{x}{x^r + y^r} - \frac{y(x-y)^r}{(x^r - y^r)(x^r + y^r)} = \frac{x(x^r - y^r) - y(x-y)^r}{(x^r - y^r)(x^r + y^r)} \\ &= \frac{\cancel{(x-y)}(x^r + \cancel{xy} - y\cancel{x} + y^r)}{\cancel{(x-y)}(x+y)(x^r + y^r)} = \frac{\cancel{x^r + y^r}}{(x+y)\cancel{(x^r + y^r)}} = \frac{1}{x+y} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ب) } \frac{x+7}{ax-bx} + \frac{y+9}{by-ay} &= \frac{x+7}{x(a-b)} + \frac{y+9}{y(b-a)} = \frac{y(x+7) - x(y+9)}{xy(a-b)} \\ &= \frac{xy + 7y - xy - 9x}{xy(a-b)} = \frac{7y - 9x}{xy(a-b)} \end{aligned}$$

۵- اگر  $A = a^r - b^r$  و  $B = a^r + b^r$  و  $C = 2ab$  حاصل عبارت  $\frac{A^r - B^r}{C^r}$  را به دست آورید.

$$\frac{(a^r - b^r)^r - (a^r + b^r)^r}{r a^r b^r} = \frac{(a^r - b^r + a^r + b^r)(a^r - b^r - a^r - b^r)}{r a^r b^r}$$

$$\rightarrow \frac{(r a^r)(-r b^r)}{r a^r b^r} = \frac{-r a^r b^r}{r a^r b^r} = -1$$

$$(a-b)(a+b) = \underline{\underline{a^2 - b^2}}$$



## ساده سازی عبارت های آپارتمانی

$$\frac{1}{1} - \frac{1}{x} - \frac{6}{x^2}$$

$$\frac{1}{1} - \frac{4}{x} + \frac{4}{x^2}$$

$$= \frac{x^2 - x - 4}{x^2} - \frac{x^2 - 4x + 4}{x^2} = \frac{\cancel{x^2} (x^2 - x - 4)}{\cancel{x^2} (x^2 - 4x + 4)}$$

$$= \frac{(x - 1)(x + 4)}{(x - 1)(x - 4)} = \frac{x + 4}{x - 4}$$



۶- حاصل عبارتهای زیر را به دست آورده و نتیجه را ساده کنید.

الف) 
$$\frac{\frac{a - a^r}{a^r - 1}}{\frac{a}{a+1}} = \frac{\frac{a - a^r}{a^r - 1}}{\frac{a - a^r - a}{a+1}} = \frac{(a+1)(a - a^r)}{(a^r - 1)(-a^r)} = \frac{(a+1) \cancel{a} (1 - a)}{(a-1) \cancel{(a+1)} (-\cancel{a^r})} = \frac{1}{a}$$

ب) 
$$\frac{\frac{1}{x-y} - \frac{r}{x+y}}{\frac{x^r - 9y^r}{(x-y)^r}} = \frac{\frac{x+y - r(x+y)}{(x-y)(x+y)}}{\frac{x^r - 9y^r}{(x-y)^r}} = \frac{(x-y)^r (y-x)}{(x-y)(x+y)(x^r - 9y^r)} = \frac{\cancel{(x-y)^r} (y-x)}{\cancel{(x-y)} (x+y) \cancel{(x-3y)} (x+3y)} = \frac{-(x-y)}{(x+y)(x+3y)} = \frac{y-x}{(x+y)(x+3y)}$$

$$2x^5 + 5x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 2x + 3 \quad | \quad x + 3$$

$$2x^5 + 4x^4$$

$$1x^4 - x^3 + x^2 - x + 1$$

$$-x^4 - 1x^3 + 1x^2 - 2x + 3$$

$$-x^4 - 3x^3$$

$$2x^3 + 1x^2 - 2x + 3$$

$$2x^3 + 3x^2$$

$$\frac{2x^5}{x} = 2x^4$$

$$\frac{-x^4}{x} = -x^3$$

$$\frac{x^3}{x} = x^2$$

$$\frac{-x^2}{x} = -x$$

$$-x^2 - 2x + 3$$

$$-x^2 - 3x$$

$$x + 3$$

$$-x + 3$$

0

باقی 0

Handwritten signature or mark in pink.



۷- خارج قسمت و باقیمانده‌ی تقسیم زیر را مشخص کنید و درستی عمل تقسیم را با نوشتن روابط تقسیم نشان دهید.

$$-3x^4 + 4x^3 + x^2 + 5 \quad | \quad 1 - x^3$$

$$\overline{\text{تقسیم}} = -1x^1 + 1x^0 - 4$$

$$\text{باقیمانده!} = x^2 - 1x + 9$$

$$\begin{array}{r} 1x^4 - 1x^3 + x^2 + 5 \\ + 1x^4 - 1x^3 \\ \hline -1x^3 + 1x^3 + x^2 + 5 \\ - 1x^3 + 1x - 4 \\ \hline -1x^3 + 1x^3 + x^2 + 1x + 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -1x^3 + 1x^3 + x^2 + 5 \\ - 1x^3 + 1x \\ \hline 1x^3 + x^2 - 1x + 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1x^3 + x^2 - 1x + 5 \\ + 1x^3 - 4 \\ \hline x^2 - 1x + 9 \end{array}$$

$$\frac{1x^4}{-x^3} = -1x^1$$

$$\frac{-1x^3}{-x^3} = 1x^0$$

$$\frac{1x^3}{-x^3} = -1$$



۸- اگر چند جمله‌ای  $20x^3 + 23x^2 - 10x + a$  بر  $4x + 3$  بخش پذیر باشد،  $a$  را بدست آورید.

$$\begin{array}{r} 20x^3 + 23x^2 - 10x + a \\ - 20x^3 + 15x^2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4x + 3 \\ \hline 5x^2 + 1x - 4 \end{array}$$

$$a + 12 = 0$$

$$\rightarrow a = -12 \quad \checkmark$$

$$\begin{array}{r} 1x^2 - 10x + a \\ - 1x^2 + 4x \\ \hline \end{array}$$

$$\frac{20x^3}{4x} = 5x^2$$

$$\frac{1x^2}{4x} = \frac{1}{4}x$$

$$\begin{array}{r} -14x + a \\ -14x - 12 \\ \hline \end{array}$$

$$\frac{-14x}{4x} = -\frac{7}{2}$$

$$a + 12$$

$$\begin{array}{l} 4x + 3 = 0 \rightarrow x = -\frac{3}{4} \\ 20 \left(-\frac{3}{4}\right)^3 + 23 \left(-\frac{3}{4}\right)^2 - 10 \left(-\frac{3}{4}\right) + a = 0 \\ a = -12 \quad \checkmark \end{array}$$

۹- حاصل عبارتهای زیر را ساده کنید.

$$\text{الف) } \frac{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}}{\frac{1}{x} - \frac{1}{y}} = \frac{\frac{y+x}{xy}}{\frac{y-x}{xy}} = \frac{\cancel{xy}(y+x)}{\cancel{xy}(y-x)} = \frac{y+x}{y-x}$$

$$\text{ب) } \frac{\frac{y^r}{y^r - x^r} + 1}{y - \frac{y^r}{y-x}} = \frac{\frac{y^r + y^r - x^r}{y^r - x^r}}{\frac{y^r - yx - y^r}{y-x}} = \frac{(y^r - x^r)(\cancel{y-x})}{(y^r - x^r)(-yx)} = \frac{y^r - x^r}{-xy(y+x)}$$

۱۰- عبارت گویایی را پیدا کنید که اگر بر  $\frac{x^2 - 8x + 15}{x^3 + 8}$  تقسیم شود، حاصل برابر  $\frac{1}{x-5}$  شود.

$$A \div B = C \rightarrow \frac{A}{B} = \frac{C}{1} \rightarrow A = B \cdot C \quad \checkmark$$

$$A = \frac{x^2 - 8x + 15}{x^3 + 8} \cdot \frac{1}{x-5} = \frac{(x-3)(x-5)}{x^3 + 8} \cdot \frac{1}{x-5}$$

$$\rightarrow A = \frac{x-3}{x^3 + 8}$$



۱۱- تقسیم زیر را بدست آورید.

$$16x - 19x^2 + 6x^3 - x \quad | \quad 2 - x$$

$$\begin{array}{r} 4x^3 - 19x^2 + 16x \\ - (4x^3 - 12x^2) \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} \textcircled{1} \\ -x + 2 \\ \hline -4x^2 + 7x - 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -7x^2 + 16x \\ - (-7x^2 + 14x) \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x \textcircled{1} \\ - (-x - 2) \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} +2 \end{array}$$

$$\frac{4x^3}{-x} = -4x^2$$

$$\frac{-7x^2}{-x} = 7x$$

$$\frac{x}{-x} = -1$$

$$\begin{array}{l} \text{باقی مانده} = -4x^2 + 7x - 1 \\ \text{باقی مانده} = +2 \end{array}$$

۱۲- تقسیم زیر را انجام دهید.

$$\begin{array}{r} 2x^3 - x^2 + 9 \quad | \quad x - 2 \\ \underline{- 2x^3 + 4x^2} \phantom{+ 9} \\ 5x^2 + 9 \\ \underline{- 5x^2 + 10x} \phantom{+ 9} \\ 9x + 9 \\ \underline{- 9x + 18} \\ 9x - 18 \\ \underline{- 9x + 18} \\ 0 \end{array}$$
$$\begin{array}{l} 2x^2 + 1x + 9 \\ \frac{2x^3}{x} = 2x^2 \\ \frac{5x^2}{x} = 5x \\ \frac{9x}{x} = 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{باقی‌مانده} = 2x^2 + 1x + 9 \\ \text{باقی‌مانده} = 21 \end{array}$$



۱۳- حاصل عبارت زیر را به ساده‌ترین صورت ممکن بنویسید.

$$\frac{\frac{1}{x^2 - 3x + 2}}{\frac{2}{x^2 - x - 2} + \frac{2}{x^2 - 1}}$$

$(x-2)(x+1)$        $(x-1)(x+1)$

$$= \frac{x^2 - 3x + 2}{\frac{2(x-1) + 2(x-2)}{(x-2)(x-1)(x+1)}}$$

$$= \frac{(x-2)(x-1)(x+1)}{(x-1)(x-2)(x^2-4)}$$

$$\rightarrow \frac{x+1}{x^2-4}$$

$$2x-2+2x-4 = x^2-4$$

۱۴- خارج قسمت و باقی مانده را بیابید.

$$(24x^2 + 72x + 30) \div (12x + 6)$$

$$\frac{24x^2 + 72x + 30}{12x + 6} = \frac{2x^2 + 12x + 5}{x + 1}$$

$$\begin{array}{r} 2x^2 + 12x + 5 \\ \underline{2x^2 + 2x} \phantom{+ 5} \\ 10x + 5 \\ \underline{10x + 5} \\ 0 \end{array}$$
$$\frac{2x^2}{2x} = 2x$$
$$\frac{10x}{2x} = 5$$

$2x^2 + 12x + 5 = (x + 1)(2x + 5) + 0$

$2x^2 + 12x + 5 = 0$



۱۵- حاصل عبارتهای زیر را به ساده ترین شکل ممکن بنویسید.

$$\frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 - 9} \div \frac{x^2 + 5x + 6}{x^2 + 6x + 9}$$

$$\frac{(x+1)(x+1)}{(x-3)(x+3)} \times \frac{\cancel{(x+3)}(\cancel{x+3})}{(x+2)(\cancel{x+3})} = \frac{(x+1)(x+1)}{(x-3)(x+2)}$$





۱۶- عبارتهای گویا زیر را ساده کنید. (در تمام کسرها مخرج مخالف صفر است.)

$$\frac{x^2 + 2x^2 - 3}{x^3 - x} = \frac{(x^2 + 3)(x^2 - 1)}{x(x^2 - 1)} = \frac{(x^2 + 3)(\cancel{x-1})(\cancel{x+1})}{x(\cancel{x-1})(\cancel{x+1})} = \frac{x^2 + 3}{x}$$

$$\frac{xy - x^2}{xy - y^2} = \frac{x(\cancel{y-x})}{y(\cancel{x-y})} = \frac{-x}{y}$$



۱۷- حاصل عبارت‌های زیر را ساده کنید.

$$\frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 + x - 6} = \frac{(x-2)(\cancel{x-3})}{(\cancel{x-3})(x+2)} = \frac{x-2}{x+2}$$

$$\frac{x^2y + y^2x}{x^3 + x^2y} = \frac{\cancel{xy}(x+\cancel{y})}{x^2(\cancel{x+y})} = \frac{\cancel{xy}}{\cancel{x^2}x} = \frac{y}{x}$$



۱۸- حاصل عبارتهای زیر را بدست آورید.

$$\text{الف) } \frac{x}{x+3} \times \frac{x^2 - 2x - 15}{x^2} = \frac{\cancel{x}}{\cancel{x+3}} \times \frac{(x-5)\cancel{(x+3)}}{\cancel{x^2} \cdot x} = \frac{x-5}{x}$$

$$\text{ب) } \frac{x^2 - 4x + 3}{x-1} \times \frac{x}{x^2 - 9} = \frac{\cancel{(x-1)}\cancel{(x-3)}}{\cancel{x-1}} \times \frac{x}{\cancel{(x+3)}\cancel{(x+3)}} = \frac{x}{x+3}$$

$$\text{ج) } \frac{x^2 - 7x + 10}{5x^2 - 25x} \times \frac{15x^2}{x^2 - 4} = \frac{\cancel{(x-7)}\cancel{(x-2)}}{5\cancel{x}\cancel{(x-5)}} \times \frac{15\cancel{x^2}}{\cancel{(x-2)}\cancel{(x+2)}} = \frac{3x}{x+2}$$



۱۹- حاصل تقسیم‌های زیر را بدست آورید.

$$\text{الف) } \frac{x^2 + 6x + 9}{x^2 - 36} \div \frac{x + 3}{x + 6} = \frac{(x+3)(\cancel{x+3})}{(x-4)(\cancel{x+4})} \times \frac{\cancel{x+4}}{\cancel{x+3}} = \frac{x+3}{x-4}$$

$$\text{ب) } \left[ \frac{x^2 + x - 20}{x - x^3} \times \frac{x^3 - 5x^2}{5x - 20} \right] \div \frac{x^3 - 25x}{1 - x^2}$$

$$\frac{(\cancel{x+5})(\cancel{x-4})}{\underline{x(1-x)(1+x)}} \times \frac{\cancel{x^2}(x-5)}{5(\cancel{x-4})} \times \frac{(1-x)(\cancel{1+x})}{\underline{x(x-5)(x+5)}} = \frac{1}{5}$$



۲۰- حاصل عبارت زیر را به ساده‌ترین صورت ممکن بنویسید.

$$\left(\frac{1}{a-1} + \frac{2}{a-2}\right) \times \frac{a^2-4}{3} = \frac{3a-4}{(a-1)(a-2)} \times \frac{(a-2)(a+2)}{3} = \frac{(3a-4)(a+2)}{3(a-1)}$$

$$\frac{a-2+2a-2}{(a-1)(a-2)} = \frac{3a-4}{(a-1)(a-2)}$$

✓



خانه ریاضی علی هاشمی

Alihashemi-math.com



Freemath



Alihashemi\_math