

آموزش ریاضی

خط و معادله خط

علی هاشمی

$$y = ax + b \rightarrow \begin{cases} a: \text{شیب خط} \\ b: \text{عرض از مبدأ} \end{cases}$$

$$y = 2x - 4$$

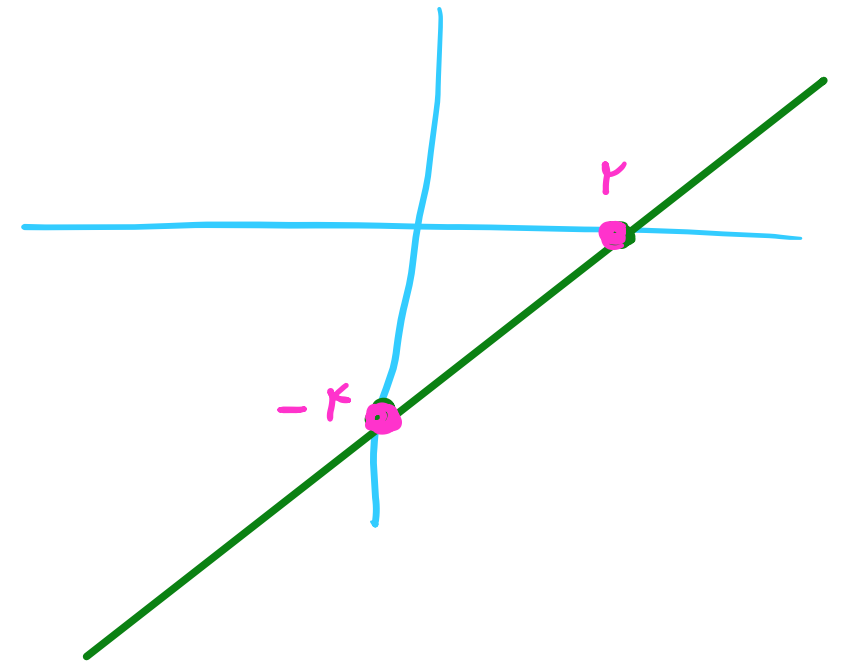
A /  $x=0$

$y = -4$

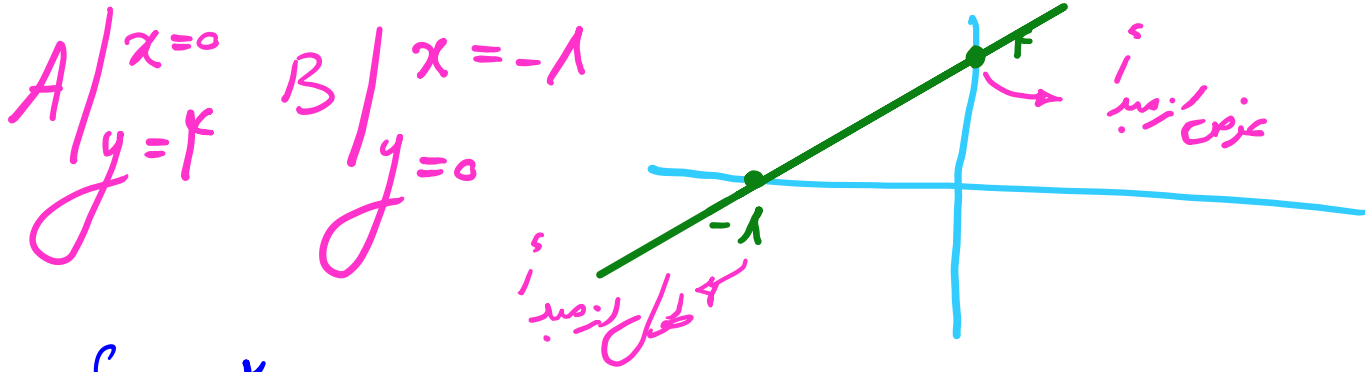
B /  $x=2$

$y = 0$

$\rightarrow$   $\begin{cases} \text{شیب} = 2 \\ \text{عرض از مبدأ} = -4 \end{cases}$



۱- خط به معادله  $y = \frac{1}{2}x + 4$  را رسم کنید.



$x=2$   
 $y=-1$

$-1 = \frac{1}{2}(2) + 4 \rightarrow -1 = 5$

الف) آیا نقطه  $\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$  روی این خط است.  
نه!

$A \mid x=0$   
 $y=4$

$B \mid x=-1$   
 $y=0$

ب) مختصات نقطه‌ی برخورد خط را با محورهای مختصات پیدا کنید.

$x=-1$

$y = \frac{1}{2}(-1) + 4 = \frac{-1}{2} + 4 = \frac{-1+8}{2} = \frac{7}{2}$

ج) نقطه‌ای از این خط، به طول  $-1$  را پیدا کنید.

$$x(-3) \begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ x + y = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ -3x - 2y = -6 \end{cases}$$

$$-y = -1 \rightarrow y = 1$$

$$x + y = 2$$

$$y = 1$$

$$x + 1 = 2$$

$$x = 1$$



$$\begin{cases} 2(x - y) + 3y = 4 \\ 3x - 2(2x - y) = 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x - 2y + 3y = 4 \\ 3x - 4x + 2y = 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + y = 4 \\ -x + 2y = 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + y = 4 \\ -2x + 4y = 14 \end{cases}$$

$$2x + 5y = 18$$

$$2x = 0/4 \rightarrow x = 0/2$$

$$5y = 14 \rightarrow y = \frac{14}{5} \times \frac{2}{2} = \frac{28}{10} = 2\frac{8}{10}$$

۳- یک جواب برای  $x$  و  $y$  طوری تعیین کنید که تساوی زیر برقرار باشد؟

$$2^{2x-y-2} = 3^{x+y-1}$$

$$2^0 = 3^0 \quad \checkmark$$

$$\begin{cases} 2x-y-2=0 \\ x+y-1=0 \end{cases}$$

$$\underline{x+y-1=0} \xrightarrow{x=1} 1+y-1=0 \rightarrow y=0 \quad \checkmark$$

$$2^x - 2 = 0 \rightarrow 2^x = 2 \rightarrow x=1 \quad \checkmark$$



$$1) y = ax + b \rightarrow \begin{cases} \text{شیب} = a \\ \text{عرض از مبدا} = b \end{cases}$$

$$2) \underline{ax + by} = c \rightarrow \begin{cases} \text{شیب} = -\frac{a}{b} \\ \text{عرض از مبدا} \\ x=0 \rightarrow y = ? \end{cases}$$

$$3) \underline{3x + 2} = \underline{8y} \rightarrow \underline{3x - 8y + 2} = 0 \rightarrow \begin{cases} \text{شیب} = -\frac{3}{-8} = \frac{3}{8} \\ \text{عرض از مبدا} \\ x=0 \rightarrow -8y + 2 = 0 \rightarrow y = \frac{1}{4} \end{cases}$$

۴- شیب و عرض از مبدأ خط‌های زیر را پیدا کنید.

الف)  $3y - 2x = 6$

شیب =  $-\frac{-2}{3} = +\frac{2}{3}$  ✓

عرض از مبدأ  $x=0$  →  $3y=6$  →  $y=2$  ✓

ب)  $4x - 2y = 8$

شیب =  $-\frac{4}{-2} = +2$  ✓

عرض از مبدأ  $x=0$  →  $-2y=8$  →  $y=-4$  ✓

پ)  $2x - y = 3$

شیب =  $-\frac{2}{-1} = +2$  ✓

عرض از مبدأ  $x=0$  →  $-y=3$  →  $y=-3$  ✓





## محاسبه شیب خط و معادله خط با کمک دو نقطه

$$A \left| \begin{array}{l} x_A \\ y_A \end{array} \right.$$

$$B \left| \begin{array}{l} x_B \\ y_B \end{array} \right.$$

$$\text{شیب} = m = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

$$y - y_0 = m (x - x_0)$$



۵- دو نقطه از یک خط هستند. شیب خط را پیدا کنید و معادله‌ی خط را بنویسید.  $\begin{bmatrix} 4 \\ -1 \end{bmatrix}$  و  $\begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$

$$\underline{A} / \begin{matrix} 3 \\ 2 \end{matrix}$$

$$B / \begin{matrix} 4 \\ -1 \end{matrix}$$

$$1) m = \frac{2 - (-1)}{3 - 4} = \frac{2 + 1}{-1} = -3$$

$$2) y - 2 = -3(x - 3) = -3x + 9 \rightarrow y = -3x + 11$$



۶- دستگاه معادله‌ی خطی زیر را از دو روش حذفی و ترسیمی حل کنید.

$$x(-2) \begin{cases} 2x - 3y = 7 \\ 4x - 6y = 5 \end{cases}$$

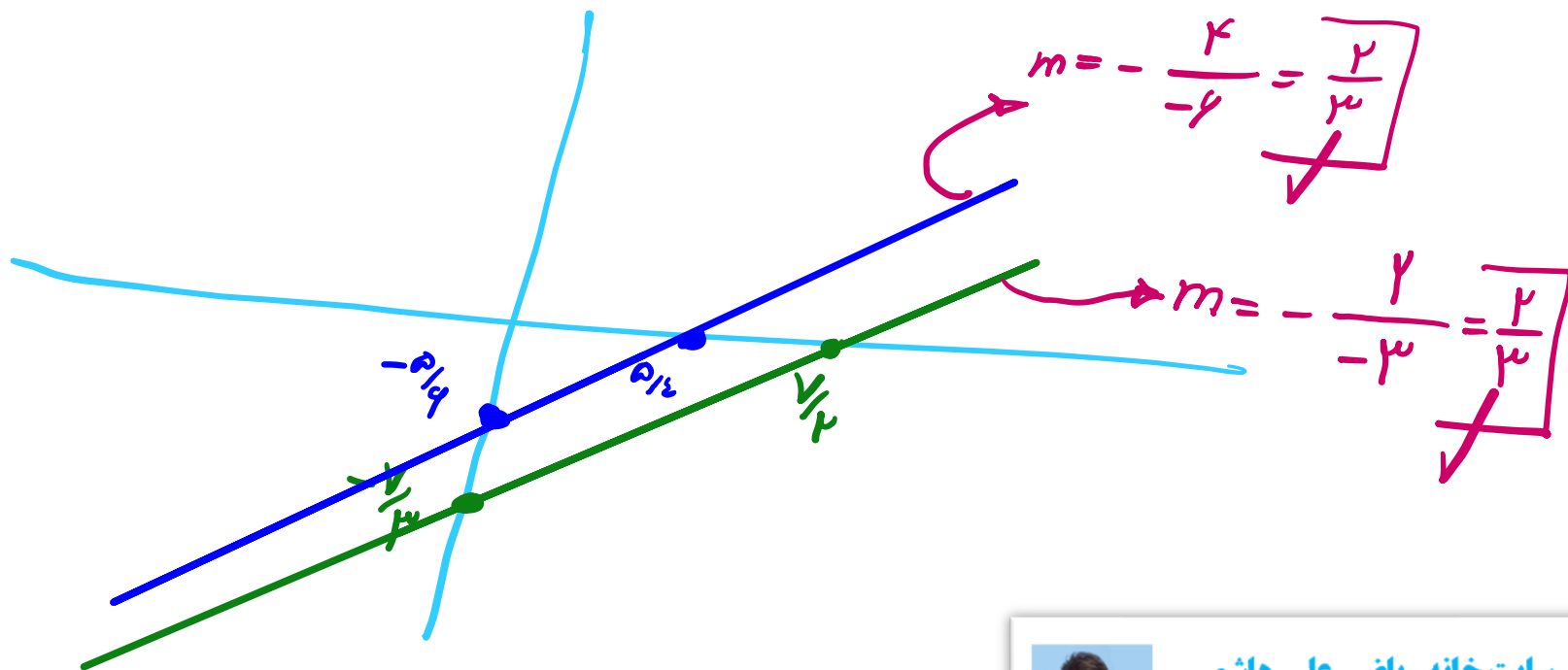
$$\begin{cases} -2x + 4y = -14 \\ 4x - 6y = 5 \end{cases} \rightarrow 0 + 0 = -9 \quad X$$

$$A \begin{cases} 2 \\ -3 \end{cases}$$

$$B \begin{cases} 4 \\ -6 \end{cases}$$

$$C \begin{cases} 7 \\ 5 \end{cases}$$

$$D \begin{cases} -14 \\ 5 \end{cases}$$



سایت خانه ریاضی علی هاشمی

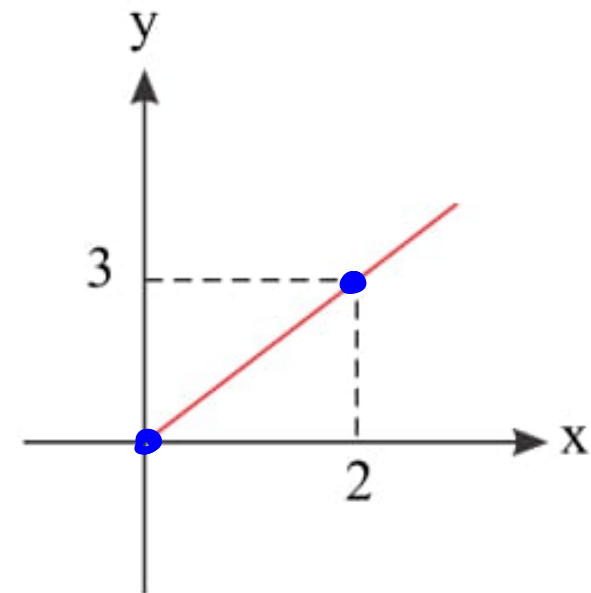
Alihashemi-math.com

۷- مجموع سن علی و پدرش ۷۰ سال است و اختلاف سن آنها ۲۶ سال است سن هر یک را با تشکیل دستگاه معادلات به دست آورید.

$$\begin{aligned} & \begin{cases} x + y = 70 \\ x - y = 26 \end{cases} \\ & \begin{array}{l} \xrightarrow{+} \\ \xrightarrow{-} \end{array} \\ & \begin{array}{l} 2x = 96 \\ x = 48 \end{array} \\ & \begin{array}{l} \xrightarrow{x=48} \\ \end{array} \\ & \begin{array}{l} 48 - y = 26 \\ y = 22 \end{array} \end{aligned}$$



۸- معادله خط مقابل را بدست آورید.



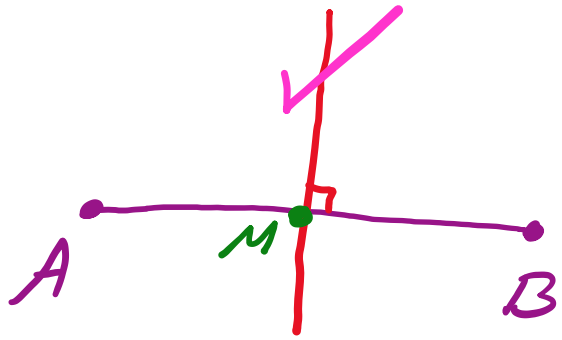
$$\frac{A}{\mu} \quad \frac{B}{\nu}$$

$$1) \quad m = \frac{\mu - 0}{\nu - 0} = \frac{\mu}{\nu}$$

$$2) \quad y - y_0 = m(x - x_0) \rightarrow y - 0 = \frac{\mu}{\nu}(x - 0)$$

$$\nu y = \mu x \rightarrow \mu x - \nu y = 0$$

۹- معادله عمود نصف  $AB$  را به دست آورید. ( $A = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix}$ )



$$y - y_0 = m(x - x_0) \rightarrow y - 2 = \frac{-1}{3}(x - 1)$$

$$M \quad x = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{-1 + 3}{2} = \frac{2}{2} = 1 \quad x_0 = 1$$

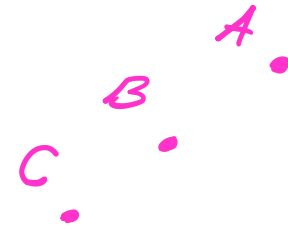
$$y = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{-1 + 5}{2} = \frac{4}{2} = 2 \quad y_0 = 2$$

$$m_{AB} = \frac{-1 - 5}{-1 - 3} = \frac{-6}{-4} = \frac{3}{2} \rightarrow m = -\frac{2}{3}$$



شرط در یک راستا بودن سه نقطه

A      B      C



$m_{AB} = m_{BC}$

AB      BC

۱۰- مقدار  $m$  را چنان بیابید که ۳ نقطه  $\begin{bmatrix} 6 \\ 11 \end{bmatrix}$ ,  $\begin{bmatrix} 4 \\ 9 \end{bmatrix}$  و  $\begin{bmatrix} m \\ m+3 \end{bmatrix}$  در یک راستا باشند.

C                      B                      A

$$m_{AB} = \frac{11-9}{9-4} = \frac{2}{5}$$

$$m_{BC} = \frac{9-(m+3)}{4-m} = \frac{9-m-3}{4-m} = \frac{6-m}{4-m}$$

$$m_{AB} = m_{BC} \rightarrow \frac{6-m}{4-m} = \frac{2}{5} \rightarrow 11-2m = 8-2m$$

$$\rightarrow 11-8 = -2m+2m \rightarrow m=12$$





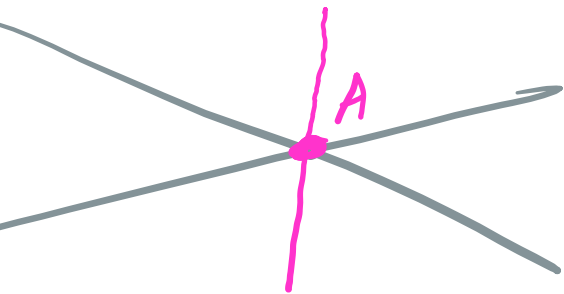
۱۱- مقدار  $m$  را چنان بیابید که ۳ خط  $y = x + 5$ ,  $y = 9$ ,  $15x - y = 9$  و  $y = mx + 7$  در یک نقطه متقاطع باشند.

$$\begin{cases} 15x - y = 9 \\ -x + y = 0 \end{cases}$$

$$\rightarrow 11x = 9 \rightarrow x = 1$$

$$x = 1 \rightarrow -1 + y = 0 \rightarrow y = 9$$

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 9 \end{cases} \rightarrow A$$



$$y = m + 7$$

$$m = -1$$



۱۲- امیر علی تعدادی سکه ۵ تومانی و ۱۰ تومانی دارد، اگر تعداد سکه‌های ۱۰ تومانی آن ۳ برابر تعداد سکه‌های ۵

تومانی باشد و او ۷۷۰ تومان داشته باشد، تعداد کل سکه‌های او چقدر است؟

تعداد سکه‌های ۵:  $x$

تعداد سکه‌های ۱۰:  $y$

$$y = 3x$$

$$10y + 5x = 770$$

$$\xrightarrow{3x} 10(3x) + 5x = 770$$

$$\rightarrow 35x = 770$$

$$\rightarrow x = \frac{770}{35} = 22$$

$$y = 3x \rightarrow y = 3(22) = 66$$



$$L_1 : m_1$$

$$L_2 : m_2$$

موازی :  $m_1 = m_2$

عمود :  $m_1 \cdot m_2 = -1$

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

$$1) \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \rightarrow \text{موازی}$$

$$2) \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2} \rightarrow \text{متوازی}$$



۱۳- معادله خطی را بنویسید که از محل برخورد دو خط  $2x - y = 7$  و  $3x - 4y = 3$  بگذرد و با خط

$3x - 2y = 7$  موازی باشد.

$x(-x)$

$$\begin{aligned} 2x - y &= 7 \\ 3x - 4y &= 3 \end{aligned} \rightarrow \begin{aligned} -1x + 4y &= -7 \\ 3x - 4y &= 3 \end{aligned} \rightarrow -5x = -10 \rightarrow x = 2$$
  
$$x = 2 \rightarrow 2(2) - 4y = 3 \rightarrow 4 - 4y = 3 \rightarrow -4y = -1 \rightarrow y = \frac{1}{4}$$

$$x_0 = 2 \quad y_0 = \frac{1}{4} \quad m = \frac{1}{2}$$

$$y - \frac{1}{4} = \frac{1}{2}(x - 2) \rightarrow 2y - \frac{1}{2} = x - 2 \rightarrow 2y - 9 = 3x - 10$$

$$2y - 3x + 9 = 0$$

$$3x - 2y = 7 \rightarrow m = -\frac{1}{-2} = \frac{1}{2} \xrightarrow{\text{موازی}} m = \frac{1}{2}$$

۱۴- دستگاه زیر را به روش حذفی حل کنید:

$$\begin{cases} x + y = -2 \\ 2x - y = -7 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} &\xrightarrow{\mu} 1x = -9 \rightarrow x = -9 \end{aligned}$$

$$x = -3$$

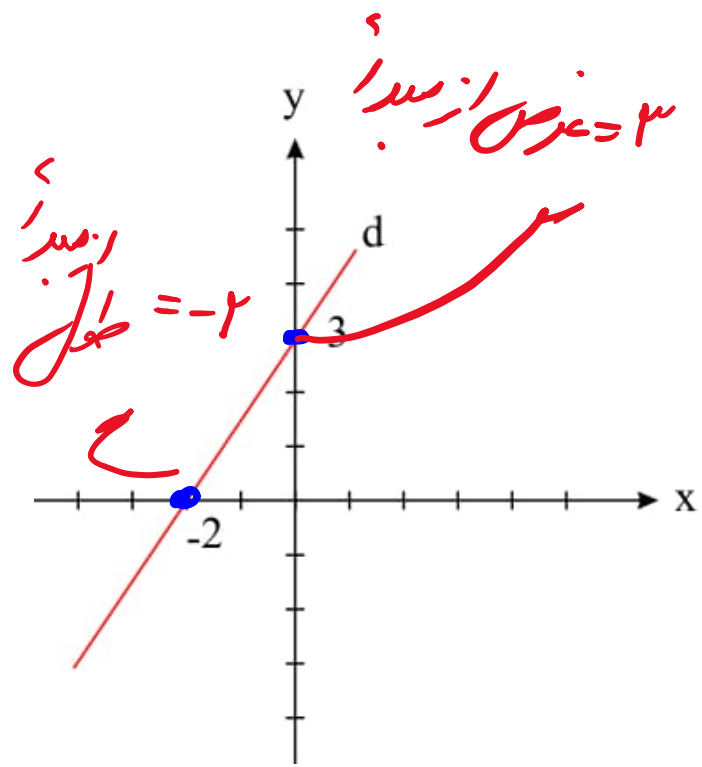
$$x = -3$$

$$-3 + y = -2$$

$$y = +1$$



۱۵- با توجه به شکل زیر شیب خط، عرض از مبدأ و معادله خط  $d$  را بدست آورید.



$$A \begin{array}{l} -۲ \\ ۰ \end{array}$$

$$B \begin{array}{l} ۰ \\ ۳ \end{array}$$

$$1) m = \frac{۳ - ۰}{۰ - (-۲)} = \frac{۳}{۲}$$

$$2) y - ۰ = \frac{۳}{۲}(x + ۲) \xrightarrow{\times ۲} 2y = 3x + 6$$



۱۶- شیب، عرض از مبدأ و طول از مبدأ خط  $\frac{y-2}{5} = \frac{x+1}{2}$  را به دست آورید.

$$y-2 = 5x+5 \rightarrow y-5x=7$$

$$1) \text{ شیب} = -\frac{-5}{2} = \frac{5}{2}$$

$$2) \text{ عرض از مبدأ } x=0 \rightarrow y=7$$

$$3) \text{ طول از مبدأ } y=0 \rightarrow -5x=7 \rightarrow x = -\frac{7}{5}$$

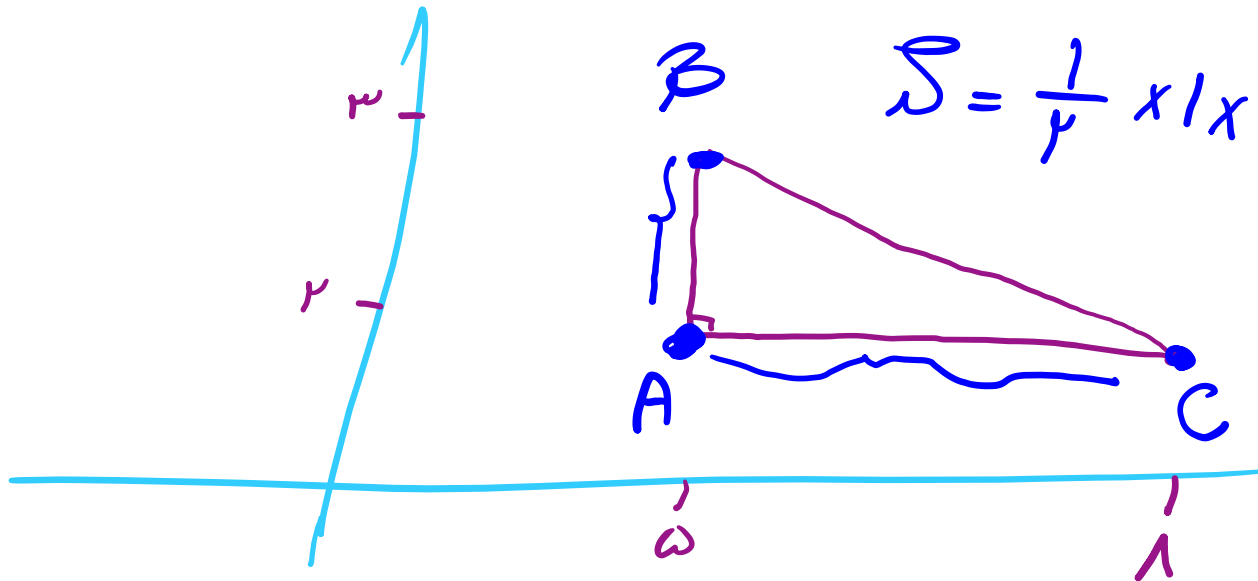


۱۷- مثلث محصور بین ۳ خط  $x = 5$ ,  $y = 2$  و  $x + 3y = 14$  را به دست آورید.

$$A \begin{cases} x=5 \\ y=2 \end{cases}$$

$$B \begin{cases} x=5 \\ y=3 \end{cases}$$

$$C \begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$$



$$S = \frac{1}{2} \times 1 \times 3 = \frac{3}{2} = 1,5$$



۱۸-  $m$  را چنان بیابید که دو خط  $x + y = 5$  و  $mx + 4y = 10$  بر روی محور طولها متقاطع باشند.

$$y = 0$$

$$x + 0 = 5 \rightarrow x = 5$$

$$mx + 0 = 10 \xrightarrow{x=5} 5m = 10$$

$$m = 2$$



۱۹- معادله‌ی خطی را بنویسید که با خط  $y = -2x + 3$  موازی و از نقطه‌ی  $\begin{bmatrix} 0 \\ -3 \end{bmatrix}$  عبور کند.

$$y = -2x + 3 \rightarrow m = -2$$

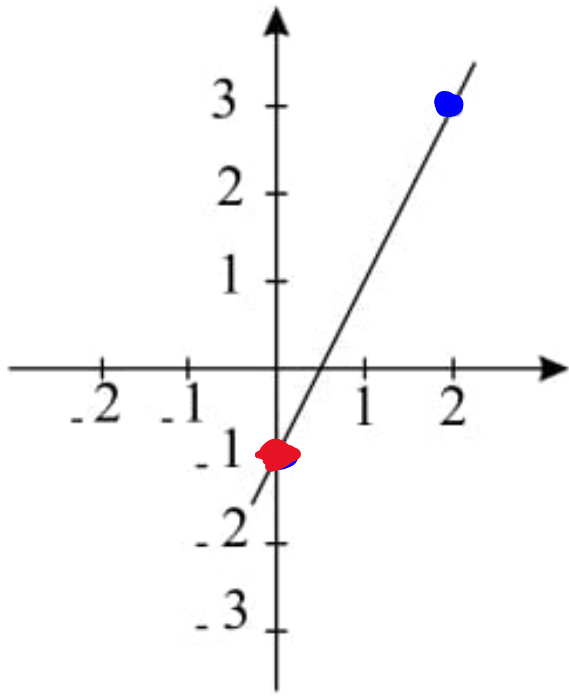
$$\begin{aligned} x_0 &= 0 \\ y_0 &= -3 \end{aligned}$$

$$y - y_0 = m(x - x_0) \rightarrow y + 3 = -2(x - 0)$$

$$\rightarrow y + 3 = -2x$$

$$\rightarrow y = -2x - 3$$





$$A \begin{matrix} / \\ 0 \\ -1 \end{matrix} \quad B \begin{matrix} / \\ 2 \\ 3 \end{matrix}$$

$$1) m = \frac{-1-3}{0-2} = \frac{-4}{-2} = 2$$

$$2) y - 3 = 2(x - 2) = 2x - 4 \rightarrow y = 2x - 1$$

3) عرض از مبدأ  $x=0$

$$y = -1$$

۲۰- باتوجه به شکل مقابل:

الف) شیب خط  $d$  را پیدا کنید.

ب) عرض از مبدأ خط  $d$  را پیدا کنید.

ج) معادله‌ی خط  $d$  را بنویسید.

۲۱- مقدار  $m$  چقدر باشد تا نقطه‌ی  $A = \begin{bmatrix} 5m - 2 \\ 2m + 5 \end{bmatrix}$  روی خط  $y = 3x - 2$  باشد؟

$$2m + 5 = 3(5m - 2) - 2$$

$$\rightarrow 2m + 5 = 15m - 6 - 2 = 15m - 8$$

$$\rightarrow 5 + 8 = 15m - 2m \rightarrow 13 = 13m$$

$$\rightarrow m = 1$$



۲۲- اگر خط  $2x + 3y + k = 0$  با محورهای مختصات مثلثی به مساحت ۳ ایجاد کند، مقدار  $k$  چقدر است؟

مساحت =  $\frac{1}{2}$  / عرض از مبدأ × طول از مبدأ

عرض از مبدأ  $y$ :  $3y + k = 0 \rightarrow 3y = -k \rightarrow y = \frac{1}{3}(-k)$

طول از مبدأ  $x$ :  $2x + k = 0 \rightarrow 2x = -k \rightarrow x = \frac{1}{2}(-k)$

$$3 = \frac{1}{2} / \left( \frac{-k}{2} \right) \left( \frac{-k}{3} \right) = \frac{1}{2} \times \frac{k^2}{6} = \frac{k^2}{12} \rightarrow k^2 = 36$$

$$\rightarrow k = \pm 6$$

۲۳- اگر  $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$  و  $\vec{b} = 4\vec{j}$  حاصل  $\vec{X} = 2\vec{a} + \vec{b}$  کدام است؟

$$X = 2(2i - 3j) + (4j) = 4i - 6j + 4j$$

$$\rightarrow X = 4i - 2j = \begin{bmatrix} 4 \\ -2 \end{bmatrix}$$



۲۴- معادله‌ی خطی که از نقطه‌ی  $A = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}$  گذشته و با خط  $\frac{x+y}{5} = \frac{x}{3}$  موازی باشد، کدام معادله است؟

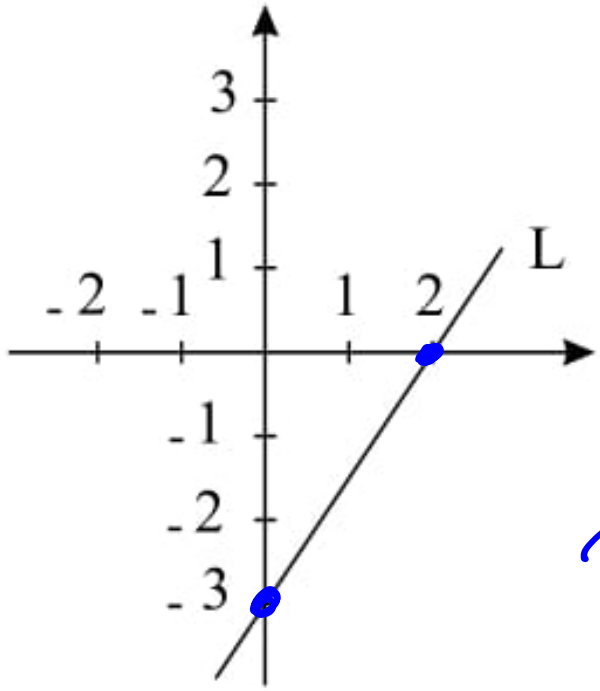
$$\rightarrow 1x + 1y = 5x \rightarrow 1x - 1y = 0 \rightarrow m = -\frac{1}{-1} = 1$$

$$y - 2 = \frac{1}{1} (x - 0) \rightarrow y - 2 = 1x$$

$$\rightarrow y + 1x = 4$$



۲۵- معادله‌ی خطی که با خط  $L$  موازی باشد و از مبدأ مختصات بگذرد، کدام است؟



$$\begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases}$$

$$A / -\mu$$

$$B / \mu$$

$$\rightarrow m = \frac{-\mu - 0}{0 - (-2)} = \frac{\mu}{2}$$

$$y - 0 = \frac{\mu}{2} (x - 0)$$

$$\rightarrow \mu y = \frac{\mu}{2} x$$





خانه ریاضی علی هاشمی

Alihashemi-math.com



Freemath



Alihashemi\_math