

آموزش ریاضی

عددهای حقیقی

علی هاشمی

## نمایش اعداد روی محور

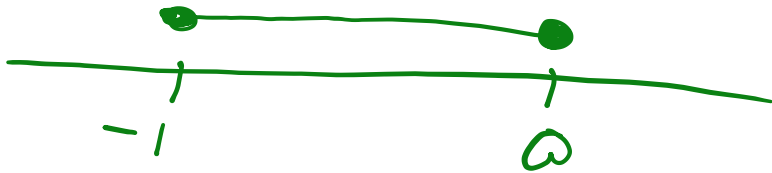
$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid \underline{2} \leq x \leq \underline{3}\}$$



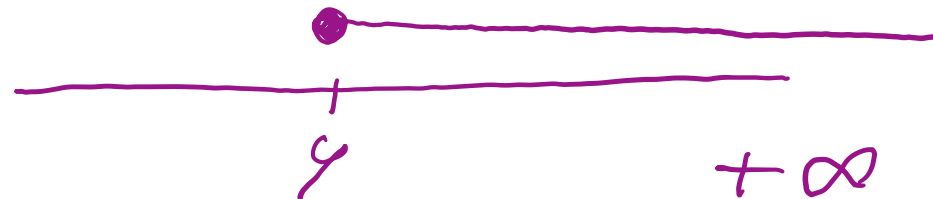
$$B = \{x \in \mathbb{R} \mid x < -2\}$$



$$C = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leq x \leq 5\}$$



$$D = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 6\}$$



دو نقطه ی  $-۸$  و  $۳m + ۲$  روی محور اعداد حقیقی قرینه ی یکدیگرند. مقدار  $m$  کدام است؟



$$۳m + ۲ - ۸ = 0 \rightarrow ۳m = ۶ \rightarrow m = ۲$$

## جمع، تفریق، ضرب و تقسیم اعداد کسری



سایت خانه ریاضی علی هاشمی

[Alihashemi-math.com](http://Alihashemi-math.com)

۱- حاصل عبارتهای زیر را به دست آورید و تا حد امکان ساده کنید:

$$\left(-\frac{5}{6} + \frac{1}{2}\right) \div \left(-1 - \frac{1}{9}\right) = \left(\frac{-10}{6} + \frac{3}{6}\right) \times \left(-\frac{9}{9}\right) = \frac{-7}{6} \times \frac{-9}{9} = -\frac{7}{6}$$

$$\frac{\frac{3}{2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{4}}{\frac{1}{5} - \frac{2}{9} - \frac{1}{2}} \div \frac{1}{3} = \frac{\frac{6-2+1}{4}}{\frac{9-10-9}{18}} \times \frac{1}{3} = \frac{\frac{5}{4}}{\frac{-10}{18}} \times \frac{1}{3} = \frac{5}{4} \times \frac{18}{-10} \times \frac{1}{3} = -\frac{5}{4}$$



۱- حاصل عبارتهای زیر را به دست آورید و تا حد امکان ساده کنید:

$$\frac{1}{-1 - \frac{1}{-1 - \frac{1}{\frac{1}{3}}}}$$

Handwritten annotations: A green circle around the first '-1', a red circle around the nested fraction, and a green circle around the '1' in the denominator of the innermost fraction with '3' written below it.

$$= \frac{1}{-1 + \frac{3}{4}} = \frac{1}{\frac{-1}{4}} = -4$$

The final result '-4' is circled in blue and has a large blue scribble underneath it.

۲- عددهای زیر را از کوچک به بزرگ مرتب کنید.

الف)  $\frac{7}{\underline{\underline{1}}}$ ,  $-\frac{2}{3}$ ,  $\frac{3}{\underline{\underline{4}}}$ ,  $\underline{\underline{2}}$ ,  $-\frac{35}{6}$

$$2 > \frac{7}{1} > \frac{3}{4} > -\frac{2}{3} > -\frac{35}{6}$$

ب)  $\frac{16}{7}$ ,  $-\frac{3}{4}$ ,  $2, 75$ ,  $-\frac{5}{6}$ ,  $\frac{3}{\underline{\underline{5}}}$ ,  $\frac{56}{\underline{\underline{13}}} = \frac{4}{13}$

$$\frac{4}{13} > \frac{56}{13} > 75 > \frac{16}{7} > -\frac{3}{4} > -\frac{5}{6}$$



$$\frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+d} < \frac{c}{d}$$





۳- بین هر دو کسر، سه کسر بنویسید.

الف)  $\frac{10}{11}, \frac{12}{13}$  →  $\frac{10}{11} < \frac{44}{46} < \frac{33}{35} < \frac{22}{24} < \frac{12}{13}$

ب)  $\frac{0}{1}, -\frac{1}{3}$  →  $\frac{0}{1} < \frac{-1}{4} < \frac{-1}{5} < \frac{-1}{6} < \frac{-1}{3}$



$$\sqrt{\mu}$$

$$\sqrt{\nu}$$

→  $\sqrt{\mu/1} < \sqrt{\mu/2} < \sqrt{\mu/3} < \dots$



۴- بین هر دو عدد، چهار عدد گنگ بنویسید:

$$-۲ < \sqrt{1,1} < \sqrt{1,2} < \sqrt{1,3} < \sqrt{1,4} < \sqrt{2,5} = 5$$

الف) ۲- و ۵

$$\sqrt{3,4} < \sqrt{3,1} < \sqrt{3,2} < \sqrt{3,3} < \sqrt{3,4} < \sqrt{4,9}$$

ب) ۶ و ۷

$$\sqrt{3} < \sqrt{5} < \sqrt{6} < \sqrt{7} < \sqrt{8} < \sqrt{3,4}$$

ج)  $\sqrt{3}$  و ۶

$$\sqrt{2} < \sqrt{2,1} < \sqrt{2,2} < \sqrt{2,3} < \sqrt{2,4} < \sqrt{4,1}$$

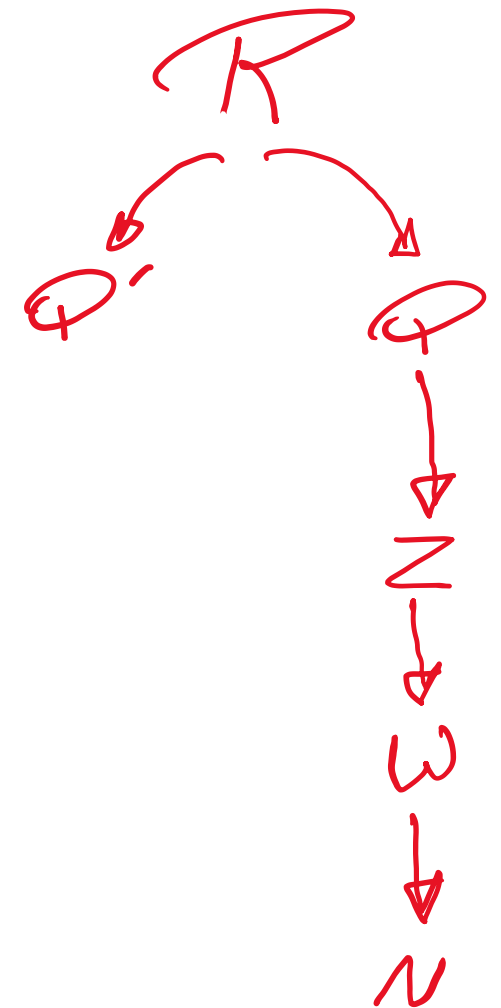
د)  $\sqrt{2}$  و  $\sqrt{4,1}$



سایت خانه ریاضی علی هاشمی

[Alihashemi-math.com](http://Alihashemi-math.com)

مجموعه های اعداد



$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$$

$$\mathbb{W} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$$

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$$

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \right\}$$

$$\mathbb{Q}' = \mathbb{R} - \mathbb{Q} \rightsquigarrow \sqrt{2}, \sqrt{3}$$

$$\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}'$$

۵- طرف دوم تساوی‌های زیر را کامل کنید.

$$۱) \mathbb{N} \cup \mathbb{Z} = \mathbb{Z}$$

$$۲) \mathbb{R} - \mathbb{Q}' = \emptyset$$

$$۳) \mathbb{Z} \cap \mathbb{N} = \mathbb{N}$$

$$۴) \mathbb{R} \cap \mathbb{Q}' = \mathbb{Q}'$$



$$|a| = a \quad |-r| = +r \quad |0| = 0 \quad |-r| = +r \quad \text{قدر مطلق}$$

$$|\sqrt{a} - 1| = \sqrt{a} - 1 \quad |\sqrt{r} - \sqrt{s}| = -\sqrt{r} + \sqrt{s}$$

نتیجه:

$$\sqrt{a^r} = |a| = a$$

$$\sqrt{(-a)^r} = |-a| = +a$$

$$\sqrt{(1-\sqrt{r})^r} = |1-\sqrt{r}| = -1 + \sqrt{r}$$



۶-۱ اگر  $a = 0,25$ ،  $b = -\frac{1}{4}$  و  $c = 2 \frac{1}{2}$  باشد، حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$$|a + b| + 2|a - b - c| = |0,25 - 0,25| + 2|0,25 + 0,25 - 2,5|$$

$$= |0| + 2 \frac{|-2|}{+2} = 0 + 2 = 2$$



۷- عبارات زیر را بدون استفاده از قدر مطلق بنویسید:

$$\text{الف) } |-3\sqrt{5}| = 3\sqrt{5}$$

$$\text{ب) } |7 - 5\sqrt{3}| = -7 + 5\sqrt{3}$$

$$5\sqrt{3} > 7$$

$$\text{ج) } |0 + \sqrt{5}| = \sqrt{5}$$





۸- حاصل عبارات روبه‌رو را به دست آورید:

$$\sqrt{(\sqrt{p}-1)^2} = |\sqrt{p}-1| = \sqrt{p}-1$$

$$\sqrt{(1-\sqrt{10})^2} = |1-\sqrt{10}| = -1+\sqrt{10}$$



۹- حاصل عبارت زیر را بدست آورید.

$$\mu - \frac{1}{\mu - \frac{1}{\mu - \frac{1}{\mu - 5}}}} = \mu - \frac{1}{\mu - \frac{1}{\mu + \frac{1}{2}}}}$$

$$= \mu - \frac{1}{\mu - \frac{1}{\frac{\sqrt{19}}{2}}} = \mu - \frac{1}{\frac{19}{\sqrt{19}}} = \mu - \frac{\sqrt{19}}{19} = \frac{5\sqrt{19} - \sqrt{19}}{19}$$

$$= \frac{4\sqrt{19}}{19}$$



۱۰- برای هر یک از قسمت‌های زیر سه مقدار برای  $x$  بیابید.

الف)  $\frac{3}{4} < x < \frac{5}{6}$   $\rightarrow \frac{3}{4} < \frac{14}{18} < \frac{11}{14} < \frac{1}{10} < \frac{5}{6}$

ب)  $\frac{2}{7} < x < \frac{5}{9}$   $\rightarrow \frac{2}{7} < \frac{11}{30} < \frac{9}{23} < \frac{7}{19} < \frac{5}{9}$



۱۱- حاصل عبارت زیر را به صورت عدد مخلوط بنویسید.

$$\left( \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{3} \left( \frac{1 \times 2}{2 \times 2} - \frac{1}{4} \right) \right) \right) \times 11 = \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \left( \frac{1 \times 2}{2 \times 2} - \frac{1}{4} \right) \right) \times 11$$

$$= \left( \frac{1 \times 2}{2 \times 2} - \frac{1}{4} \right) \times 11 = \frac{2}{4} \times 11 = \frac{22}{4} = \frac{11}{2} + \frac{1}{2}$$

$$= 5 + \frac{1}{2} = 5 \frac{1}{2}$$



۱۲- حاصل عبارات زیر را بدست آورید.

$$\left(-\frac{5}{6} \times \frac{1}{2}\right) \div \frac{1}{3} - \frac{2}{3} + \frac{5}{6}$$

$$\frac{-5}{\cancel{6}^3} \times \cancel{2}^1 - \frac{2}{3} + \frac{5}{6} = \frac{-5}{3} - \frac{2}{3} + \frac{5}{6} = \frac{-7}{3} + \frac{5}{6}$$

$$= \frac{-14 + 5}{6} = \frac{-9}{6} = \frac{-3}{2}$$



۱۳- حاصل عبارات زیر را بدست آورید.

$$\begin{aligned}
 2 - \frac{1}{2 - \frac{1}{2 - \frac{1}{2}}} &= 2 - \frac{1}{2 - \frac{2}{3}} \\
 &= 2 - \frac{3}{2} = \frac{4}{2} - \frac{3}{2} = \frac{1}{2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2 - \frac{3}{2 - \frac{2}{3}} &= \frac{5}{4} \\
 2 - \frac{2}{2 - \frac{2}{3}} &= \frac{4}{3}
 \end{aligned}$$

۱۴- طرف دوم تساوی‌های زیر را بنویسید.

$$۱) N \cup W = W$$

$$۲) R - Q = \emptyset$$

$$۳) W \cap N = N$$

$$۴) R \cap Q = \emptyset$$



۱۵- دور عبارتهای درست خط بکشید.

$$N \subseteq Z \subseteq Q \text{ (ث)}$$

$$N \subseteq Q \text{ (پ)}$$

$$N \in Z \text{ (الف)}$$

$$\underbrace{Z \cup Q}_{\varnothing} = N \text{ (ج)}$$

$$Z \subseteq Q \text{ (ت)}$$

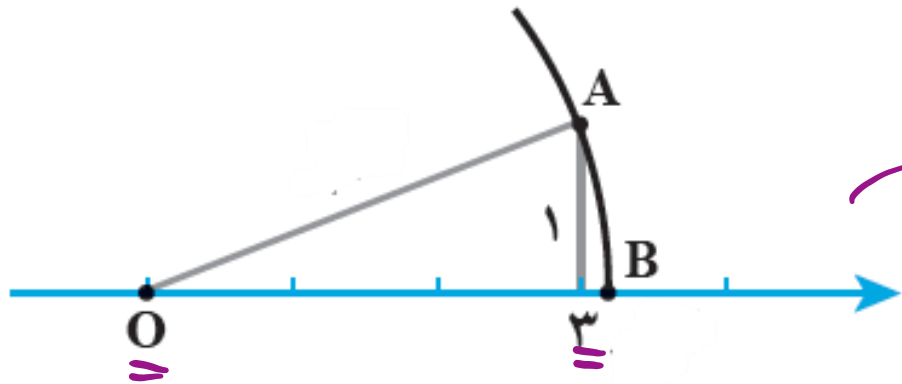
$$Q \cup Q' = \emptyset \text{ (ب)}$$

$\mathbb{R}$



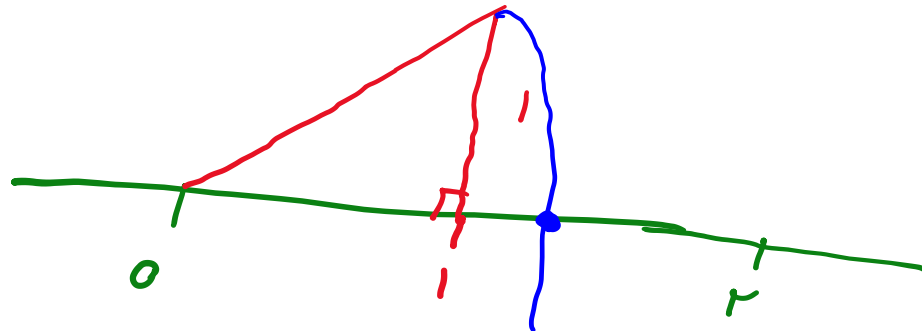


# نمایش اعداد رادیکالی روی محور

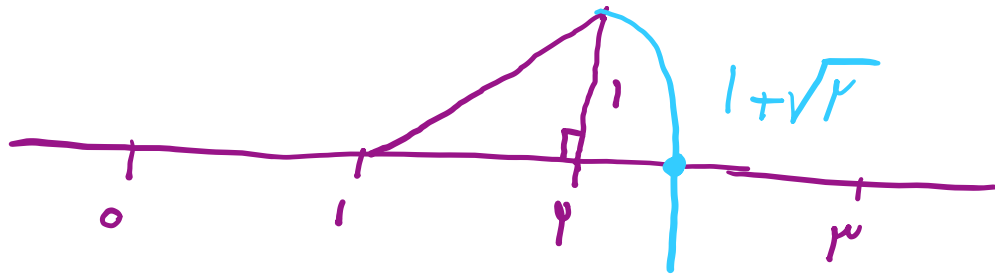


$$\sqrt{9+1} = \sqrt{10}$$

$\sqrt{10}$

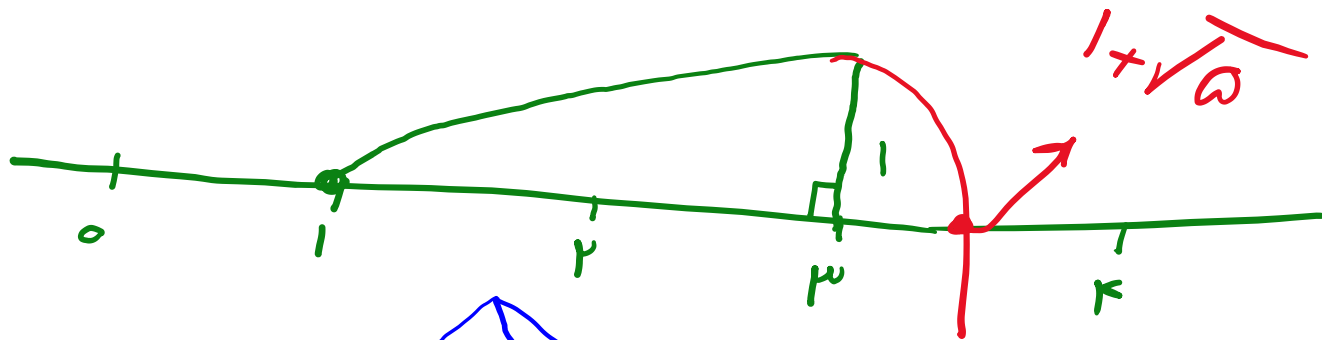


۱۶- نقطه نمایش هر کدام از اعداد گنگ زیر را روی محور نمایش دهید.



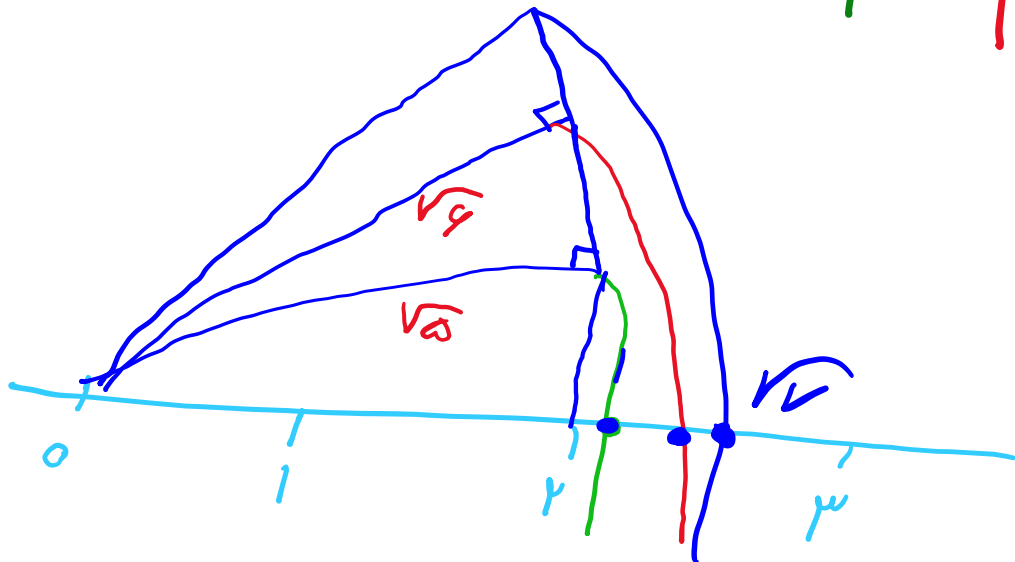
$$1 + \sqrt{2} \text{ (الف)}$$

$$\sqrt{1+1}$$



$$1 + \sqrt{5} \text{ (ب)}$$

$$\sqrt{4+1}$$



$$\sqrt{4+1}$$

$$\sqrt{7} \text{ (پ)}$$

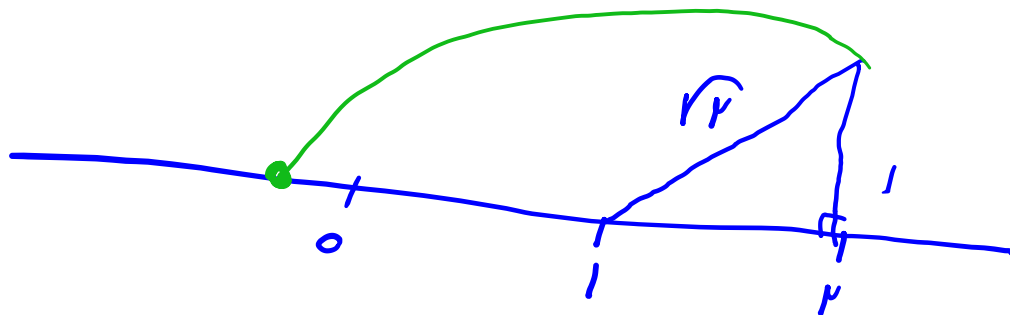
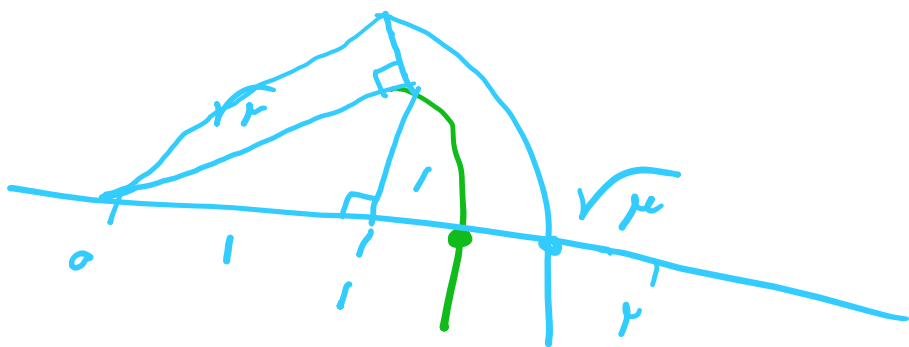
$$\sqrt{5} \rightsquigarrow \sqrt{4} \rightsquigarrow \sqrt{7}$$



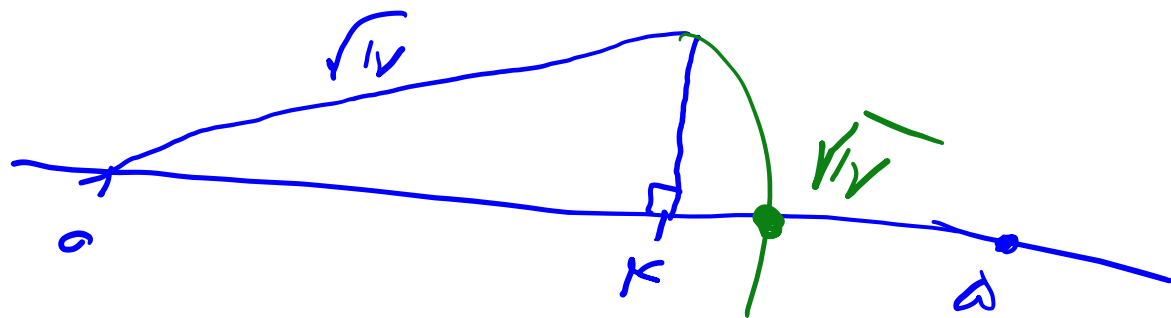
۱۷- نقطه نمایش هر کدام از اعداد زیر را مشخص کنید.

$$\sqrt{2} = \sqrt{1+1}$$

الف)  $\sqrt{3}$  ←



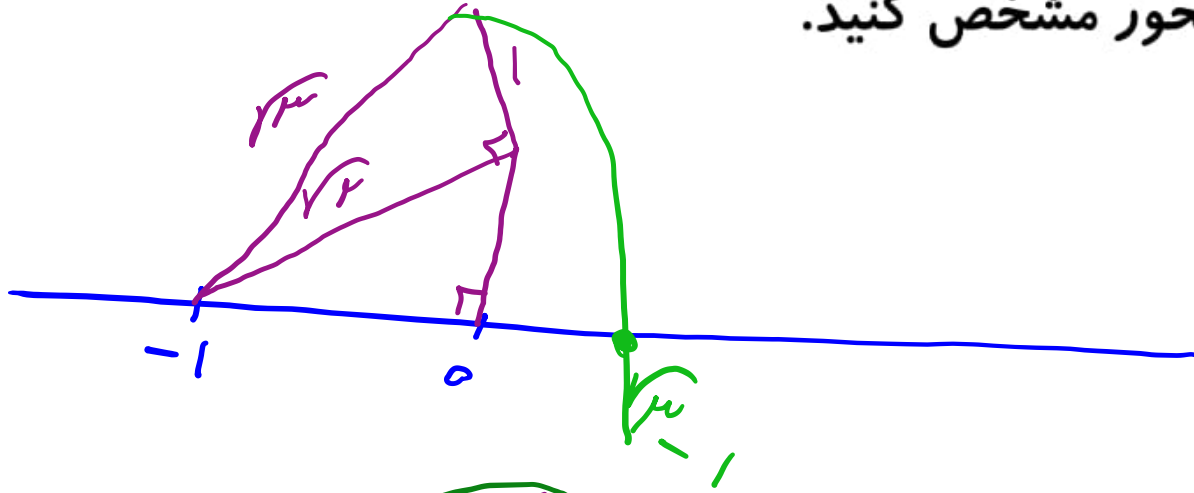
ب)  $1 - \sqrt{2}$



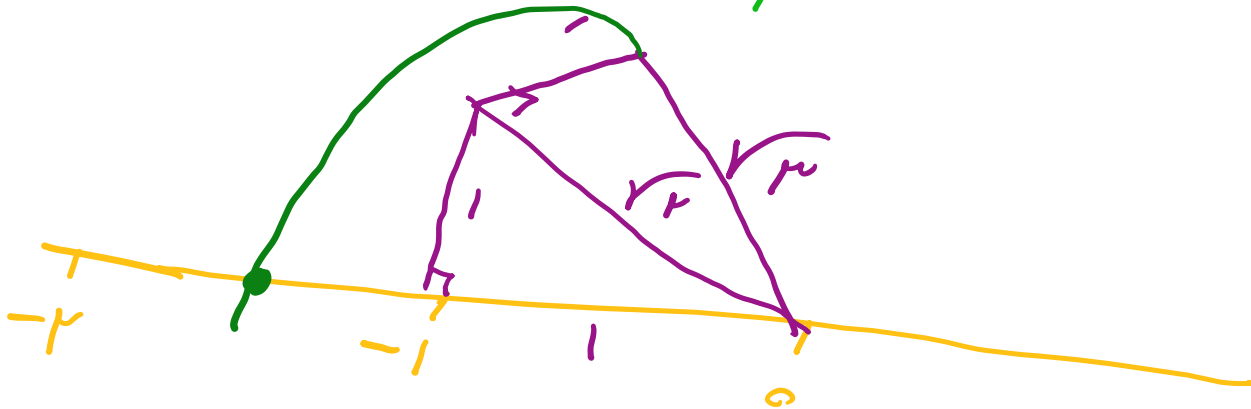
$$\sqrt{16+1} = \sqrt{17} = \underline{\underline{\sqrt{17}}}$$



۱۸- نقطه نهایی هر کدام از اعداد گنگ زیر را روی محور مشخص کنید.



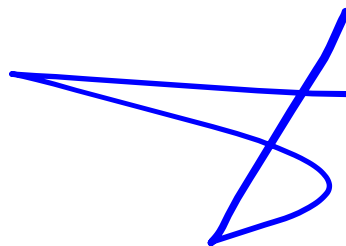
الف)  $-1 + \sqrt{3}$



ب)  $-\sqrt{3} - 1$

۱۹- اگر  $0 < a < 1$  باشد حاصل عبارت زیر را بدست آورید.

$$|\underline{2a} - 1| + |2 - \underline{a}| = -2a + 1 + 2 - a = 3 - 3a$$



سایت خانه ریاضی علی هاشمی

[Alihashemi-math.com](http://Alihashemi-math.com)

۲۰- در عبارت مقابل مقدار  $x$  را بدست آورید.

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} \times \dots \times \frac{1}{x} = 11$$

$$\rightarrow \frac{\cancel{10}}{\textcircled{10}} \times \frac{\cancel{10}}{\cancel{10}} \times \frac{\cancel{10}}{\cancel{10}} \times \dots \times \frac{\textcircled{x+1}}{\cancel{x}} = 11$$

$$\rightarrow \frac{x+1}{10} = 11 \rightarrow x+1 = 110 \rightarrow x = 109$$



$$|x| \leq a \rightarrow -a \leq x \leq a$$

$$|x| \geq a \rightarrow \begin{cases} x \geq a \\ x \leq -a \end{cases}$$

$$|x| \leq a \rightarrow -a \leq x \leq a$$

$$|x| \geq a \rightarrow \begin{cases} x \geq a \\ x \leq -a \end{cases}$$

$$|x| < a \rightarrow -a < x < a$$

$$|x| > a \rightarrow \begin{cases} x > a \\ x < -a \end{cases}$$



$$|2x + 8| < |2x - 12| \rightarrow \cancel{2} |x + 4| < \cancel{2} |x - 6|$$

توانی

$$(x + 4)(x + 4) < (x - 6)(x - 6)$$

آنگاه

$$\cancel{x} + 1x + 14 < \cancel{x} - 11x + 36$$

$$1x + 1x < 36 - 14 \rightarrow 2x < 20$$

$$x < 10$$





۲۲- حاصل عبارت مقابل را به دست آورید.

$$A = \sqrt{6 + \sqrt{6 + \sqrt{6 + \dots}}}$$

تغییر  $\rightarrow A^2 = 6 + A$

$\rightarrow A = 3$



۲۳- حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$$\frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \frac{1}{7 \times 9} + \dots + \frac{1}{29 \times 31} =$$

$$۲ \left( \frac{1}{۳ \times ۵} + \frac{1}{۵ \times ۷} + \frac{1}{۷ \times ۹} + \dots + \frac{1}{۲۹ \times ۳۱} \right) = \frac{۵}{۲}$$

$$\left( \frac{1}{\mu} - \frac{1}{۵} + \frac{1}{۵} - \frac{1}{۷} + \frac{1}{۷} - \frac{1}{۹} + \dots + \frac{1}{۲۹} - \frac{1}{۳۱} \right) \div ۲$$

$$\left( \frac{1}{\mu} - \frac{1}{\mu_1} \right) \div ۲ = \left( \frac{\mu_1 - \mu}{\mu \times \mu_1} \right) \div ۲ = \frac{۱۴}{۹\mu}$$



۲۴- حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$$|۴ - \sqrt{۲۰}| - ۲\sqrt{(\sqrt{۵} - ۳)^2}$$

$$= \left| ۴ - \sqrt{۲۰} \right| - ۲ \left| \sqrt{۵} - ۳ \right|$$

$$= -۴ + \underbrace{\sqrt{۲۰}}_{۲\sqrt{۵}} + ۲\sqrt{۵} - ۶ = -۱۰ + ۴\sqrt{۵}$$



۲۵- حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$2 + \frac{3}{3 + \frac{4}{1 + \frac{5}{1 + \frac{5}{4}}}} = 2 + \frac{3}{1 + \frac{14}{11}}$$

$\frac{3 \cdot 3 + 14}{11} = \frac{23}{11}$

$$= 2 + \frac{3 \cdot 3}{23} = 2 + \frac{11}{19} = \frac{38 + 11}{19} = \frac{49}{19}$$

۲۶- حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$$\frac{\frac{x^2+1}{x^2-1}}{\frac{x^2-1}{x^2+1}}$$

Handwritten annotations: The top-left fraction is circled in green with a green arrow pointing to it labeled  $\frac{x^2+1}{x^2-1}$ . The top-right fraction is circled in blue with a blue arrow pointing to it labeled  $\frac{x^2-1}{x^2+1}$ . The bottom-left fraction is circled in pink with a pink arrow pointing to it labeled  $\frac{x^2-1}{x^2+1}$ . The bottom-right fraction is circled in yellow with a yellow arrow pointing to it labeled  $\frac{x^2+1}{x^2-1}$ .

$$\frac{\left(\frac{x^2+1}{x^2-1}\right)}{\left(\frac{x^2-1}{x^2+1}\right)} = 1$$

Handwritten blue annotations: A large blue circle is drawn around the entire expression. An arrow points from the circle to the simplified result '1'.

۲۷- اگر  $۲ < x < ۳$  حاصل عبارت  $\sqrt{(x-۳)^۲} + |۵-x| - |۲x-۱|$  کدام است؟

$$|x-۳| + |۵-x| \ominus |۲x-۱|$$

$$= \underline{-x} + \textcircled{۳} + \textcircled{۵} - \underline{x} - \textcircled{۱}$$

$$= -۲x + ۹$$



۲۸- حاصل عبارت مقابل را به دست آورید.

$$1 + \frac{1 + \frac{1 + \frac{1}{2}}{2}}{2} \div \frac{2}{3} \div \frac{2}{3}$$

The diagram shows a complex fraction with nested boxes. The innermost part is  $1 + \frac{1}{2}$ . This is divided by 2, then the result is added to 1, and this is divided by 2 again. This entire expression is then divided by  $\frac{2}{3}$ , and the final result is divided by  $\frac{2}{3}$  once more.

$$\frac{19}{12}$$

=

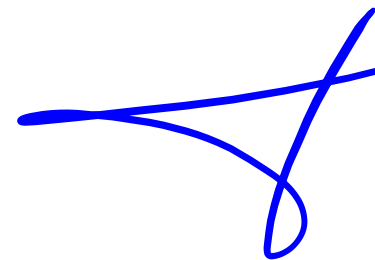
$$\frac{19}{12} \div \frac{2}{3}$$

=

$$\frac{19 \times 3}{12 \times 2}$$

=

$$\frac{57}{24}$$



سایت خانه ریاضی علی هاشمی

[Alihashemi-math.com](http://Alihashemi-math.com)

۲۹- حاصل عبارت  $1 \frac{1}{10} + 2 \frac{2}{10} + 3 \frac{3}{10} + 4 \frac{4}{10} + 5 \frac{5}{10} + 6 \frac{6}{10} + 7 \frac{7}{10} + 8 \frac{8}{10} + 9 \frac{9}{10}$

$$\textcircled{1} \quad \frac{(1+2+3+4+\dots+9)}{10} + \left( \frac{1}{10} + \frac{2}{10} + \frac{3}{10} + \dots + \frac{9}{10} \right)$$

فرمول:  $\frac{n(n+1)}{2}$

۲

$$\Sigma_{i=1}^n i = \Sigma_{i=1}^n i + \Sigma_{i=1}^n i$$

$$= \Sigma_{i=1}^n 2i$$

۱  $\rightarrow \frac{9 \times 10}{2} = \underline{\underline{\Sigma_{i=1}^9 i}}$

۲  $\rightarrow \frac{1}{10} (\Sigma_{i=1}^9 i) = \underline{\underline{\Sigma_{i=1}^9 \frac{i}{10}}}$



۳۰- حاصل عبارت  $\left(1 - \frac{1}{2}\right) \times \left(1 - \frac{1}{3}\right) \times \left(1 - \frac{1}{4}\right) \cdots \times \left(1 - \frac{1}{100}\right)$

$$\frac{\cancel{1}}{\cancel{2}} \times \frac{\cancel{2}}{\cancel{3}} \times \frac{\cancel{3}}{\cancel{4}} \times \frac{\cancel{4}}{\cancel{5}} \times \cdots \times \frac{\cancel{99}}{\cancel{100}}$$

$$= \frac{1}{100}$$

خانه ریاضی علی هاشمی

Alihashemi-math.com



Freemath



Alihashemi\_math