

آموزش ریاضی

مجموعه و احتمال

علی هاشمی

احتمال

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} \rightarrow \begin{array}{l} \text{مطلوب} \\ \text{کل} \end{array}$$

$$P(A) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

نتیجه: پاسخ برآب می شود. احتمال عددنویس از ۱ تا ۶ است:

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \rightarrow n(S) = \underline{\underline{6}}$$

$$A = \{4, 5\} \rightarrow n(A) = \underline{\underline{2}}$$



سایت خانه ریاضی علی هاشمی

[Alihashemi-math.com](http://Alihashemi-math.com)

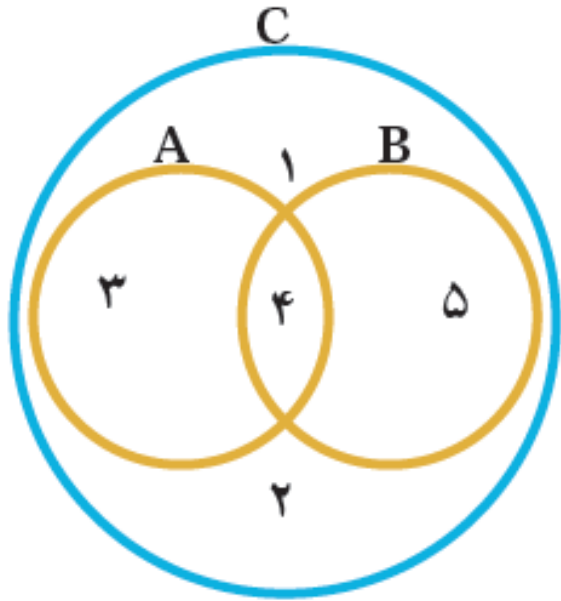
۱- اگر خانواده‌ای دارای سه فرزند باشد، اولاً مجموعه‌ی همه‌ی حالت‌های ممکن را تشکیل دهید.

ثانیاً چقدر احتمال دارد این خانواده دارای دو دختر (یعنی دقیقاً دو دختر) باشد؟

$$S = \left\{ \begin{array}{l} (\underline{D}, \underline{D}, \underline{D}) \\ (\underline{D}, \underline{D}, \underline{B}) \quad (\underline{D}, \underline{D}, \underline{D}) \quad (\underline{D}, \underline{D}, \underline{B}) \quad (\underline{D}, \underline{B}, \underline{D}) \\ (\underline{D}, \underline{B}, \underline{B}) \quad (\underline{B}, \underline{D}, \underline{D}) \quad (\underline{B}, \underline{D}, \underline{B}) \quad (\underline{B}, \underline{B}, \underline{D}) \\ (\underline{B}, \underline{B}, \underline{B}) \end{array} \right\}$$

$$P(A) = \frac{3}{8}$$





$$A \cup B = \{ 3, 4, 5 \}$$

$$A' = \{ 1, 2, 6 \}$$

$$A \cap B = \{ 4 \}$$

$$B' = \{ 1, 3, 6 \}$$

$$A - B = \{ 3 \}$$

$$C - M = \{ 1, 2, 3, 4, 5 \}$$

$$B - A = \{ 5 \}$$



۲- کلمات و مجموعه‌های داده شده‌ی زیر را در جاهای خالی قرار دهید.

(۵)  $(A \cup B)$

(۱)  $B$  (۲)  $A$  (۳) اجتماع (۴) زیرمجموعه‌ی

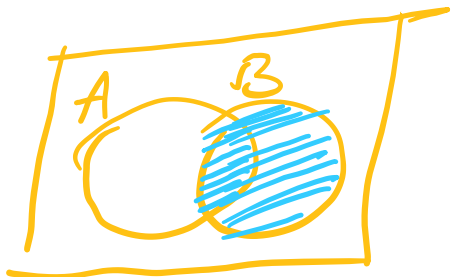
الف) اشتراک دو مجموعه، زیرمجموعه‌ی ..... (۳) همان دو مجموعه است.

ب) هر یک از دو مجموعه‌ی  $A$  و  $B$  زیرمجموعه ..... (۵) است.

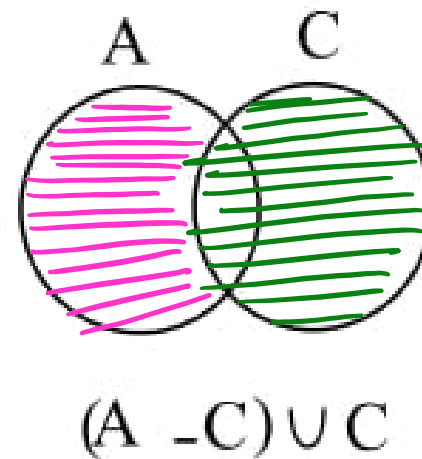
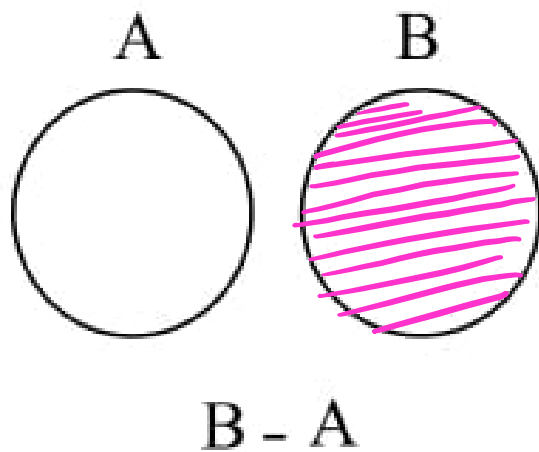
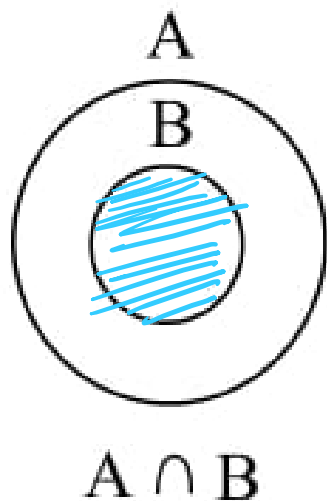
ج) اشتراک دو مجموعه‌ی  $A$  و  $B$  ..... (۴) هر یک از دو مجموعه‌ی  $A$  و  $B$  است.

د) مجموعه‌ی  $A - B$  زیرمجموعه‌ی مجموعه‌ی ..... (۲) است.

ه) اجتماع دو مجموعه‌ی  $(A \cap B)$ ،  $(B - A)$  با مجموعه ..... (۱) مساوی است.



۳- در هر یک از شکل‌های زیر مجموعه‌ی مورد نظر را هاشور بزنیید.



۴- اگر تاسی را بیندازیم چقدر احتمال دارد:

(الف) عدد رو شده زوج باشد.

$$P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$P(B) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

(ب) عدد رو شده زوج و از ۲ بزرگتر باشد.

$$P(C) = \frac{1}{6}$$

(ج) عدد رو شده زوج و اول باشد.

$$P(D) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

(د) عدد رو شده از ۳ کمتر باشد.

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$A = \{2, 4, 6\}$$

$$B = \{4, 6\}$$

$$C = \{2\}$$

$$D = \{1, 2\}$$



۵- مجموعه‌های  $A = \{۲, ۴, ۶, ۸, ۹\}$  و  $B = \{۱, ۵, ۷, ۳, ۹\}$  و  $C = \{۱, ۷, ۱۰, ۱۱\}$  را در نظر بگیرید

$$\text{الف) } A \cup B = \{۲, ۴, ۶, ۸, ۹, ۱, ۵, ۷, ۳\}$$

$$\text{ب) } B \cup C = \{۱, ۵, ۷, ۳, ۹, ۱۰, ۱۱\}$$

$$\text{د) } A \cap B = \{۹\}$$





۵- مجموعه‌های  $A = \{۲, ۴, ۶, ۸, ۹\}$  و  $B = \{۱, ۵, ۷, ۳, ۹\}$  و  $C = \{۱, ۷, ۱۰, ۱۱\}$  را در نظر بگیرید

$$ه) A - B = \{۲, ۴, ۶, ۸\}$$

$$و) C - B = \{۱۰, ۱۱\}$$

$$(A - B) \cup (C - B) = \{۲, ۴, ۶, ۸, ۱۰, ۱۱\}$$

$$(A - B) \cap (C - B) = \emptyset$$



۵- مجموعه‌های  $A = \{۲, ۴, ۶, ۸, ۹\}$  و  $B = \{۱, ۵, ۷, ۳, ۹\}$  و  $C = \{۱, ۷, ۱۰, ۱۱\}$  را در نظر بگیرید

$$b) A \cap A = A \quad \checkmark$$

$$B \cap B = B \quad \checkmark$$

$$C \cap C = C \quad \checkmark$$

$$c) A \cap \emptyset = \emptyset \quad \checkmark$$

$$B \cap \emptyset = \emptyset \quad \checkmark$$

$$C \cap \emptyset = \emptyset \quad \checkmark$$

$$d) B \cup B = B \quad \checkmark$$

$$A \cup A = A \quad \checkmark$$

$$C \cup C = C \quad \checkmark$$

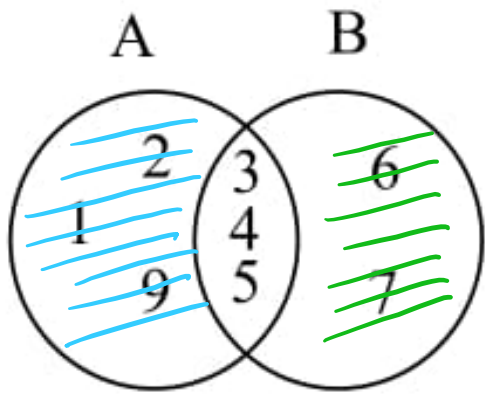
$$j) C \cup \emptyset = C \quad \checkmark$$

$$A \cup \emptyset = A \quad \checkmark$$

$$B \cup \emptyset = B \quad \checkmark$$



۶- باتوجه به نمودار زیر عبارتهای درست را با  $\checkmark$  و گزاره‌های نادرست را با  $\times$  مشخص کنید:



$\checkmark$  الف)  $\underline{B} - A = \{6, 7\}$

$\checkmark$  ب)  $(A - B) \cup (A \cap B) = A$

$\times$  ج)  $(A - B) \cup (B - A) = \{1, 2, 6\}$

$\checkmark$  د)  $n(A \cup B) = 8$

$\times$  ه)  $A - B = B - A$

$\times$  و)  $n(A - B) = n(B - A)$



۷- در جعبه‌ای ۳ مهره قرمز، ۴ مهره آبی و ۵ مهره سبز وجود دارد. اگر ۱ مهره را تصادفی از این جعبه خارج

$$n(S) = 3 + 4 + 5 = \underline{\underline{12}}$$

کنیم چقدر احتمال دارد

$$P(A) = \frac{4}{12} = \frac{1}{3} \quad \checkmark$$

(الف) این مهره آبی باشد.

$$P(B) = \frac{4+3}{12} = \frac{7}{12} \quad \checkmark$$

(ب) این مهره سبز نباشد.

$$P(C) = \frac{3+5}{12} = \frac{8}{12} \quad \checkmark$$

(ج) این مهره قرمز یا سبز باشد.



۸- اگر تاسی را دو بار بیندازیم (یا دو تاس آبی و قرمز را با هم بیندازیم) چقدر احتمال دارد:

$$A = \left\{ \begin{array}{l} (۲,۳) \quad (۲,۵) \quad (۲,۲) \quad (۵,۳) \quad (۵,۵) \\ (۳,۲) \quad (۵,۲) \quad (۳,۵) \quad (۳,۳) \end{array} \right\} \rightarrow P(A) = \frac{9}{۳۶} = \frac{1}{4}$$

(الف) هر دو بار، عدد اول رو شود.

$$B = \left\{ \begin{array}{l} (۱,۱) \quad (۳,۳) \quad (۵,۵) \\ (۲,۲) \quad (۴,۴) \quad (۶,۶) \end{array} \right\} \rightarrow P(B) = \frac{9}{۳۶} = \frac{1}{4}$$

(ب) دو عدد رو شده، مثل هم باشد.

$$C = \left\{ \begin{array}{l} (۳,۳) \quad (۶,۳) \\ (۳,۶) \quad (۶,۶) \end{array} \right\} \rightarrow P(C) = \frac{۴}{۳۶} = \frac{1}{9}$$

(ج) دو عدد رو شده، مضرب ۳ باشد.

$$D = \left\{ \begin{array}{l} (۱,۶) \quad (۵,۶) \quad (۳,۶) \\ (۶,۱) \quad (۲,۵) \quad (۴,۳) \end{array} \right\} \rightarrow P(D) = \frac{۶}{۳۶} = \frac{1}{6}$$

(د) مجموع دو عدد، ۷ باشد.

$$n(S) = ۶ \times ۶ = ۳۶$$

$$A = \{1, 2, 3\}$$

$$B = \{1, 2, \omega\}$$



۹- مجموعه‌ی  $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$  را در نظر بگیرید. کدام یک از مجموعه‌های زیر با هم برابر است؟

$$B = \{x \mid x \in A, x^2 \leq 2\} = \{-1, 0, 1\}$$

$$C = \{x \mid x \in A, -1 \leq x \leq 1\} = \{-1, 0, 1\}$$

$$D = \{x \mid x \in A, x^2 = 1\} = \{-1, 1\}$$



۱۰- حاصل هریک از عبارتهای زیر را بدست آورید.

الف)  $\underline{A' \cap M} = A'$  ✓

ب)  $M \cup \emptyset = M$  ✓

ج)  $A' - A = A'$  ✓

د)  $M - A' = A$  ✓





$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B)$$

$$n(B - A) = n(B) - n(A \cap B)$$



۱۱- با توجه به شرط‌های زیر عدد اصلی  $B$  چند است؟

$$n(A) = ۸$$

$$n(A \cup B) = ۱۸$$

$$n(A \cap B) = ۲$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$۱۸ = ۸ + x - ۲ \rightarrow x = ۱۸ - ۶ = ۱۲$$



۱۲- در کلاس ۱۶ نفره، بارسلونا تیم مورد علاقه ۱۲ نفر و رئال مادرید تیم مورد علاقه ۹ نفر است و همه اعضا کلاس حداقل به یکی از دو تیم بارسلونا و رئال مادرید علاقمند هستند. چند نفر به هر دو تیم علاقمند هستند؟

$$n(BUR) = 14 \quad n(B) = 12 \quad n(R) = 9$$

$$n(BUR) = n(B) + n(R) - n(B \cap R)$$

$$14 = 12 + 9 - x \quad \rightarrow x = (12 + 9) - 14 = 7$$



۱۳- اگر  $\{\underline{x+y}, \underline{y}, \{\underline{1}\}\} = \{\underline{4}, \{\underline{1}, \underline{x+1}\}, \underline{y}\}$  باشد، آنگاه  $x$  و  $y$  را بدست آورید.

$$x+y=4$$

$$y=4$$

$$x+1=1 \rightarrow x=0$$

$$A = \{1, 2, 2, 2, 1\} = \{1, 2\}$$

$$B = \{1, 2\} = \{1, 2\}$$



۱۴- مجموعه‌های زیر را با عدد بنویسید.

$$A = \left\{ \frac{x}{x+1} \mid x \in \mathbb{N}, -7 < x < 4 \right\} = \left\{ \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4} \right\}$$

$$B = \{ 2^x \mid x \in \mathbb{N}, x > 0 \} = \{ 2, 4, 8, 16, 32, \dots \}$$

$$C = \left\{ x \mid x \in \mathbb{N}, \frac{12}{x} \in \mathbb{N} \right\} = \{ 1, 2, 3, 4, 6, 12 \}$$

$$D = \{ 5x - 2 \mid x \in \mathbb{N} \} = \{ 3, 8, 13, \dots \}$$



۱۵- حاصل عبارت زیر را بیابید.

$$[(A' \cap M) \cup (A - M)] \cap [(M' \cup A) \cap ((\emptyset')' - A)]$$

$$[A' \cup \emptyset] \cap [A \cap \emptyset]$$

$$A' \cap \emptyset$$

$$= \emptyset$$



۱۶- عبارتهای زیر را ساده کنید.

$$\text{الف) } \underline{A'} \cup (A \cup B) = (A' \cup A) \cup (A' \cup B) = M \cup (A' \cup B) = M \quad \checkmark$$

$$\text{ب) } (A' \cap B') \cup B = (A' \cup B) \cap (B' \cup B) = (A' \cup B) \cap M = A' \cup B \quad \checkmark$$

$$\text{ج) } \underline{(A \cup B)} \cap \underline{(A \cup \emptyset)} = A \cup \underline{(B \cap \emptyset)} = A \cup \emptyset = A \quad \checkmark$$

$$\text{د) } \underline{A} \cap \underline{(A \cup B)} = A \quad \checkmark$$

$$\text{ه) } \underline{(A \cup B)} \cap \underline{[(A \cup B) \cup C]} = A \cup B \quad \checkmark$$

۱۷- در پرتاب ۳ تاس احتمال آنکه اولی و دومی عدد یک بیاید و سومی عددی جز یک بیاید، چقدر است؟

$$P(A) = \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} \times \frac{5}{6}$$

$$\rightarrow P(A) = \frac{5}{216}$$

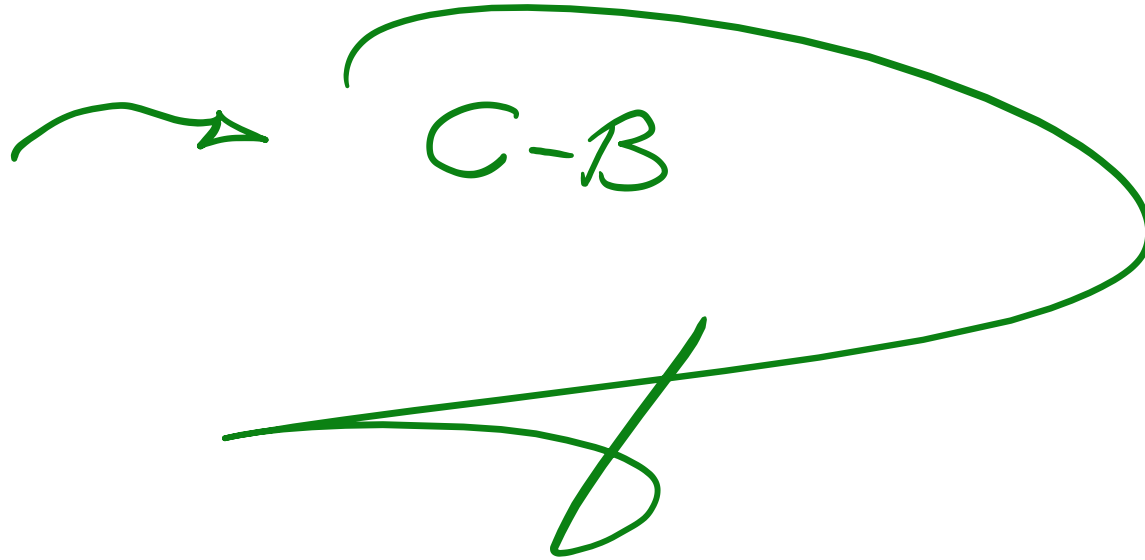




۱۸- اگر  $A \subseteq B$  و  $B \subseteq C$  باشد، حاصل  $[(B \cap A) - A] \cup (C - B)$  در حالت کلی کدام خواهد بود؟

$$\underbrace{\underbrace{(B \cap A)}_A - A}_{\emptyset} \cup \underbrace{(C - B)}_{C-B}$$

$$\underbrace{A \subseteq B \subseteq C}_{\underline{\underline{A \subseteq B \subseteq C}}}$$



۱۹-۲۰۰۶ دانش آموز در یک بررسی آماری شرکت کرده‌اند. معلوم شد ۱۵۰۰ نفر از این دانش آموزان در مسابقه‌ی ریاضی کانگورو شرکت کرده‌اند و ۱۲۰۰ نفر از آنها هم در مسابقه ادبیات. اگر بدانیم که ۶ نفر در هیچ مسابقه‌ای شرکت نکرده‌اند، چند نفر از این دانش آموزان در هر دو شرکت کرده‌اند؟

$$n(A) = 1500 \quad n(B) = 1200 \quad n(A \cup B) = 2000$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$2000 = \frac{1500 + 1200}{2700} - n(A \cap B) \rightarrow n(A \cap B) = 700$$



۲۰- احتمال آن که در مدتی که سوزان از مدرسه به خانه می‌رود، باران بیارد  $\frac{1}{3}$  است احتمال آنکه سوزان به خاطر

داشته باشد که چتر خودش را به همراه آورد  $\frac{3}{5}$  است. اگر این دو اتفاق (پیشامد) مستقل از یکدیگر باشند چقدر

احتمال دارد که سوزان موقع رسیدن به منزل خیس شده باشد؟ (مسابقات ریاضی انگلستان)

$$P(\text{خیس}) = \frac{1}{3} \times \frac{3}{5} = \frac{1}{5}$$

باران بیاید  
چتر بیاید



۲۱- اگر  $A \subseteq B \subseteq C$  باشد، حاصل  $(A \cup B) - (A \cup C)$  کدام است؟

$$\underline{B} - \underline{C}$$

$$= \emptyset$$



۲۲- در پرتاب دو تاس احتمال آن که مجموع دو عدد ظاهر شده بزرگتر از ۱۰ باشد، کدام است؟

$$n(S) = 6 \times 6 = 36 \quad \checkmark$$

$$A = \{(5, 6), (6, 5), (6, 6)\} \rightarrow n(A) = 3 \quad \checkmark$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$$



۲۳- در کشوری بخشی از مردم فقط انگلیسی و بخشی از مردم فقط فرانسوی صحبت می‌کنند و بقیه هر دو زبان را صحبت می‌کنند معلوم شده که ۸۵٪ مردم این کشور می‌توانند انگلیسی صحبت کنند و ۷۵٪ مردم می‌توانند فرانسوی صحبت کنند چند درصد از مردم این کشور می‌توانند هم انگلیسی هم فرانسوی صحبت کنند؟

$$n(A) = 15 \quad n(B) = 15 \quad n(A \cup B) = 100$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

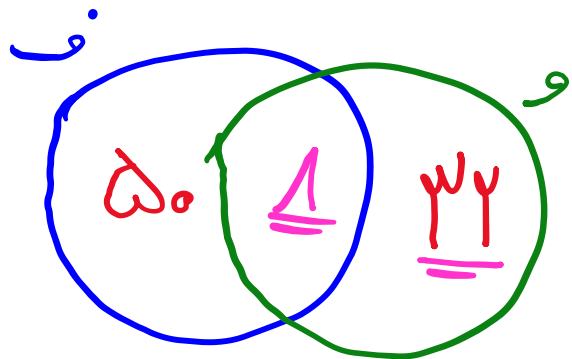
$$100 = 15 + 15 - x \rightarrow x = 15 + 15 - 100 = 9$$

$$\rightarrow n(A \cap B) = 9$$



۲۴- در یک کلوب ورزشی ۳۲ نفر فوتبال بازی نمی کنند و ۵۰ نفر هم والیبال بازی نمی کنند و ۴۰ نفر والیبال بازی

می کنند. چند نفر فوتبال بازی می کنند؟



→  $50 + 1 = 51$



۲۵- در یک کلاس ۴۰ نفری، دانش‌آموزان حداقل یکی از زبان‌های فرانسه یا انگلیسی را می‌دانند. تعداد دانش‌آموزانی که زبان انگلیسی را می‌دانند ۲ برابر تعداد دانش‌آموزانی است که زبان فرانسه را می‌دانند و همچنین ۴ برابر تعداد دانش‌آموزانی است که هر دو زبان را می‌دانند. براین اساس تعداد دانش‌آموزانی که زبان انگلیسی را می‌دانند، چند نفر است؟

$n(A)$ : فرانسه       $n(B)$ : انگلیسی

$$\underline{n(B) = 2n(A)} \qquad \underline{n(B) = 4n(A \cap B)}$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$\textcircled{40} = \frac{n(B)}{2} + \frac{n(B)}{1} - \frac{n(B)}{4} = \frac{2n(B) + 4n(B) - n(B)}{4} = \frac{5n(B)}{4}$$

$$\rightarrow \cancel{40} \times 4 = \cancel{5} n(B) \rightarrow n(B) = 32 \quad \checkmark$$



۲۶- اگر خانواده‌ای دارای سه فرزند باشد، چه قدر احتمال دارد این خانواده دارای دو پسر باشد؟

$$n(S) = 2^3 = 8$$

$$A = \begin{pmatrix} P & P & T \\ P & T & P \\ D & P & P \end{pmatrix}$$

$$n(A) = 3$$

$$\rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{8}$$

$$n(S) = 2^n$$

$$n(S) = 2^n$$

$$n(S) = 2^n$$

تعداد

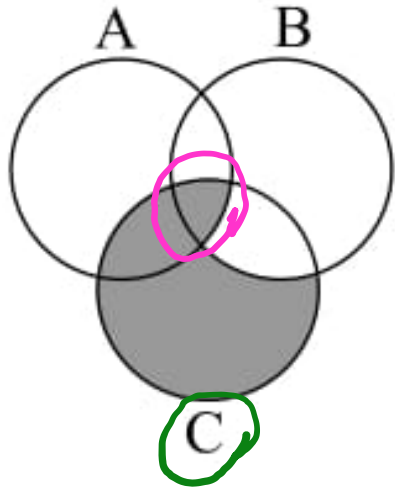
فرزندان

سه بار

بار



۲۷- کدام گزینه بیان گر قسمت‌های هاشورخورده در شکل مقابل است؟



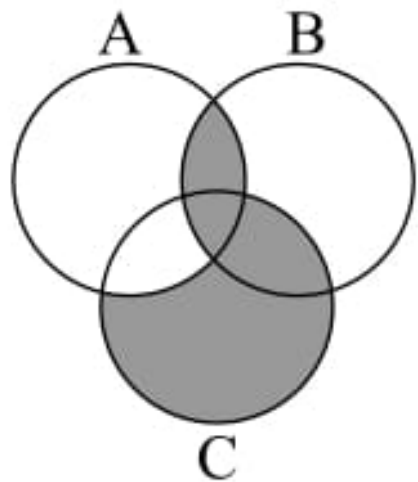
~~$(\underline{C} - B) \cap (A \cap B \cap C)$~~  ①

$(A \cap C) \cup (\underline{C} - B)$  ②

~~$(B - C) \cup (A \cap B \cap C)$~~  ③

~~$(A \cap C) \cup (B - C)$~~  ④





۲۸- کدام گزینه قسمت رنگ شده را نشان می‌دهد؟

~~$C - (A \cap C)$~~  ①

$(A \cap B) \cup (C - A)$  ②

~~$B \cap (A \cup C)$~~  ③

$(C \cup B) - (A \cap B)$  ④



۲۹- اگر  $n(A \cup B) = 9$ ،  $n(A \cap B) = 4$ ،  $n(A - B) = 2$  باشد حاصل  $n(B - A)$  کدام است؟

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$9 = n(A) + n(B) - 4 \rightarrow n(A) + n(B) = 13$$

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) \rightarrow 2 = n(A) - 4 \rightarrow n(A) = 6$$

$$n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 7 - 4 = 3$$



۳۰- اولین جعبه شامل دو مهره سیاه و دو مهره سبز است. دومین جعبه شامل چهار مهره سبز و شش مهره قرمز است. یک مهره به طور تصادفی از جعبه دوم انتخاب کرده و در جعبه اول قرار می‌دهیم. سپس یک مهره به طور تصادفی از جعبه اول انتخاب کرده و در جعبه دوم قرار می‌دهیم. احتمال آنکه رنگ مهره‌های جعبه‌ها تغییر نکنند کدام است؟

① ۲ سیاه  
۲ سبز

② ۶ قرمز  
۴ سبز

$$P(A) = 12\% + 24\% = 36\%$$

$$1) P = \frac{6}{10} \times \frac{1}{5} = \frac{6}{50} = 12\%$$

$$2) P = \frac{4}{10} \times \frac{6}{5} = \frac{24}{50} = 24\%$$



خانه ریاضی علی هاشمی

Alihashemi-math.com



Freemath



Alihashemi\_math