

گزینه ۱

۱

$${}_{71}^{176}\text{Lu} \rightarrow {}_Z^A\text{A} + {}_{-1}^0\text{e}^- \Rightarrow \begin{cases} 176 = A + 0 \Rightarrow A = 176 \\ 71 = Z - 1 \Rightarrow Z = 72 \end{cases}$$

پس هسته دختر ${}_{72}^{176}\text{Hf}$ است.

گزینه ۲

۲

هر دو خروجی بسته هستند.

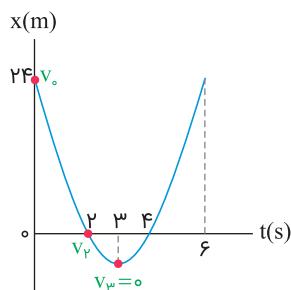
گزینه ۳

۳

از قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

$$\begin{aligned} W_t &= \Delta K = K_f - K_o = \frac{1}{2}m(v_f^2 - v_o^2) \\ \Rightarrow W_t &= \frac{1}{2} \times 450 \times 10^{-3} (16^2 - 20^2) \\ \Rightarrow W_t &= \frac{1}{2} \times 450 \times 10^{-3} (16 - 20)(16 + 20) \\ \Rightarrow W_t &= -32/4 \text{ J} \end{aligned}$$

از نمودار $x - t$ کمک می‌گیریم:



$$v = at + v_0 \Rightarrow \begin{cases} v_3 = 0 = 3a + v_0 \\ v_2 = 2a + v_0 \end{cases} \xrightarrow{\text{حل دستگاه}} v_3 = -a$$

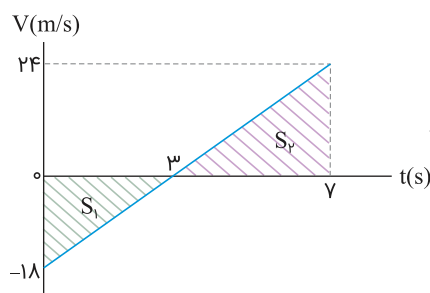
با جایگذاری در معادله دوم داریم:

$$-a = 2a + v_0 \Rightarrow v_0 = -3a$$

بین دو بازه $(0, 2s)$ معادله مستقل از زمان را می‌نویسیم:

$$\begin{aligned} v_2^2 - v_0^2 &= 2a\Delta x \Rightarrow (-a)^2 - (-3a)^2 = 2a(-24) \\ \Rightarrow a^2 - 9a^2 &= -48a \Rightarrow +8a^2 = 48a \\ \Rightarrow a &= 6 \text{ m/s}^2 \Rightarrow v_0 = -3(6) = -18 \text{ m/s} \end{aligned}$$

حال نمودار $v - t$ را رسم می‌کنیم:



$$v_{7s} = (6)(7) - 18 = 24 \text{ m/s}$$

برای محاسبه مسافت باید مساحت S_1 و S_2 را با هم جمع کنیم و برای جابه‌جایی آن‌ها با علامت جبری با هم جمع کنیم. پس:

$$d = S_1 + S_2 = \frac{3 \times 18}{2} + \frac{4 \times 24}{2} = 27 + 48 = 75 \text{ m}$$

$$\Delta x = -S_1 + S_2 = -27 + 48 = 21 \text{ m}$$

$$\frac{S_{(0,7s)}}{v_{(0,7s)}} = \frac{\frac{d}{\Delta t}}{\frac{\Delta x}{\Delta t}} = \frac{d}{\Delta x} = \frac{75}{21} = \frac{25}{7}$$

باید نمودار $x - t$ را رسم کنیم تا ببینیم در چند ثانیه فاصله متحرک تا مبدأ کمتر یا برابر ۸ است. پس:

$$\left. \begin{aligned} x &= 2t^2 - 12t + 8 \\ x &= \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{1}{2}a = 2 \Rightarrow a = 4 \text{ m/s}^2$$

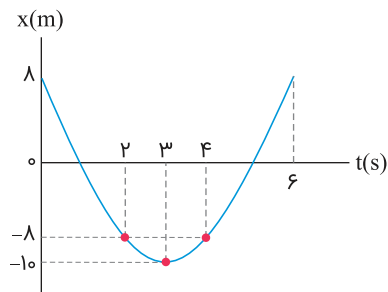
$$v_0 = -12 \text{ m/s}, x_0 = 8 \text{ m}$$

$$v = at + v_0 = 4t - 12 \xrightarrow{v=0} 0 = 4t - 12 \Rightarrow t = 3 \text{ s}$$

$$x(3\text{s}) = 2(9) - 12(3) + 8 = -10 \text{ m}$$

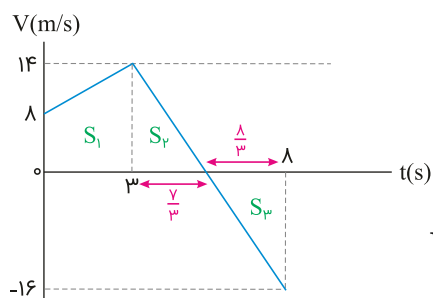
$$x = -8 \Rightarrow -8 = 2t^2 - 12t + 8 \Rightarrow 2t^2 - 12t + 16 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = 2 \text{ s} \\ t = 4 \text{ s} \end{cases}$$



طبق نمودار در بازه زمانی $(0, 2 \text{ s})$ و $(4 \text{ s}, 6 \text{ s})$ این اتفاق می‌افتد که برابر با ۴ s است.

ابتدا نمودار $v - t$ را رسم می‌کنیم. شیب نمودار $v - t$ برابر شتاب است.



$$v = at + v_0$$

$$v(3s) = (2)(3) + 8 = 14 \text{ m/s}$$

$$v(8s) = (-6)(8 - 3) + 14 = -16 \text{ m/s}$$

$$0 = (-6)t + 14 \Rightarrow t = \frac{14}{6} s$$

$$L = S_1 + S_2 + S_3 = \frac{8 + 14}{2} \times 3 + \frac{(\frac{14}{6})(14)}{2} + \frac{(\frac{8}{6})(16)}{2} = \frac{212}{3} \text{ m}$$

$$S = \frac{L}{\Delta t} = \frac{\frac{212}{3}}{\frac{14}{6}} = \frac{212}{\lambda \times 3} = \frac{53}{6} \text{ m/s}$$

از رابطه $\Delta x = \frac{1}{\gamma} at^{\gamma} (\gamma n - 1)$ داریم:

$$\frac{\Delta x}{\Delta x'} = \frac{\gamma/\omega at^{\gamma}}{1/\omega at^{\gamma}} = \frac{\omega}{\gamma}$$

روش دوم:

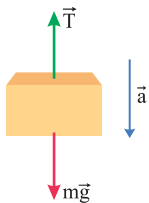
$$x = \frac{1}{\gamma} at^{\gamma} + v_0 t + x_0 \Rightarrow \begin{cases} t_1 = n \Rightarrow x_1 = \frac{1}{\gamma} an^{\gamma} \\ t_2 = \gamma n \Rightarrow x_2 = \gamma \times \frac{1}{\gamma} an^{\gamma} = \gamma x_1 \\ t_3 = \gamma^2 n \Rightarrow x_3 = \gamma^2 \times \frac{1}{\gamma} an^{\gamma} = \gamma^2 x_1 \end{cases}$$

$\Delta x_2 = x_2 - x_1 = \gamma x_1$ جابه جایی در n ثانیه دوم

$\Delta x_3 = x_3 - x_1 = \omega x_1$ جابه جایی در n ثانیه سوم

$$\Rightarrow \frac{\Delta x_3}{\Delta x_2} = \frac{\omega}{\gamma}$$

جهت رو به پایین را مثبت در نظر می‌گیریم:



$$mg - T = ma$$

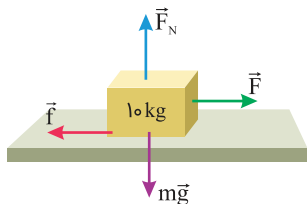
$$\Rightarrow T = mg - ma = m(g - a) = m(g - \frac{1}{2}g) = \frac{1}{2}mg$$

$$\Rightarrow \frac{T}{mg} = \frac{1}{2} = \frac{1}{\omega}$$

$$F = mr\omega^2 \xrightarrow[m_A=m_B]{\omega: \text{ثابت}} F \propto r$$

نیروی مرکزگرای B بزرگ‌تر است. چون شعاع B بزرگ‌تر است زودتر می‌لغزد.

ابتدا باید نیروی اصطکاک ایستایی را حساب کنیم.



$$f_{s,\max} = \mu_s F_N = \mu_s mg = 0.5 \times 10 \times 10 = 50 \text{ N}$$

چون $F > f_{s,\max}$ است پس جسم حرکت می‌کند و داریم:

$$F - f_k = F_{\text{net}}$$

$$\Rightarrow F_{\text{net}} = F - \mu_k mg = 55 - \left(\frac{1}{4} \times 10 \times 10\right) = 55 - 25 = 30 \text{ N}$$

$$\left. \begin{array}{l} v = \frac{36}{3.6} = 10 \text{ m/s} \\ \Delta x = 10 \text{ m} \end{array} \right\} \Rightarrow v^2 - v_o^2 = 2a\Delta x$$

$$\Rightarrow 0 - 10^2 = 2a(10) \Rightarrow a = -5 \text{ m/s}^2$$

تنها نیروی اصطکاک اثر می‌گذارد، پس:

$$f_k = ma \Rightarrow f_k = (1600)(-5) \Rightarrow f_k = -8000 \text{ N}$$

$$\omega = \frac{16\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{\lambda}{v}$$

$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{\frac{0.5}{\lambda}}{\frac{2}{\lambda}} = \frac{f}{v} \Rightarrow \Delta t = T + \frac{T}{v}$$

$$\Rightarrow L = fA + (A + \frac{A}{v}) = 5A + \frac{A}{v}$$

$$\Delta x = \frac{A}{v} + A = \frac{3A}{v}$$

$$\frac{S_{av}}{v_{av}} = \frac{\frac{L}{\Delta t}}{\frac{\Delta x}{\Delta t}} = \frac{L}{\Delta x} = \frac{5A + \frac{A}{v}}{\frac{3A}{v}} = \frac{11\frac{A}{v}}{\frac{3A}{v}} = \frac{11}{3}$$

انرژی از رابطه $E = \frac{1}{2}kA^2$ محاسبه می‌شود. چون k و A برای هر دو حالت یکسان است، پس انرژی هم تغییر نمی‌کند و برابر 8 J می‌ماند.

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow 90 = 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow 9 = \log \frac{I}{I_0}$$

$$\Rightarrow 10^9 = \frac{I}{I_0} \Rightarrow I = 10^9 \times 10^{-12} = 10^{-3} \text{ W/m}^2$$

$$I = \frac{P}{A} \Rightarrow 10^{-3} = \frac{P}{10^{-6}} \Rightarrow P = 10^{-9} \text{ W} = 10^{-1} \mu\text{W}$$

ابتدا سرعت موج را حساب می‌کنیم:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{FL}{m}} = \sqrt{\frac{324 \times 0.6}{6 \times 10^{-3}}} = 180 \text{ m/s}$$

حال برای محاسبه بسامد هماهنگ چهارم داریم:

$$f_n = \frac{nv}{2L} \Rightarrow f_4 = \frac{4 \times 180}{2 \times 0.6} = 600 \text{ Hz}$$

در موج عبوری فقط سرعت آن و در نتیجه طول موج آن کاهش می‌یابد، ولی موج بازتابی وارون می‌شود.

اولین خط طیفی یعنی $n = ۴$ و دومین خط طیفی $n = ۵$ است، پس:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2} \right)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{اولین خط طیفی: } \frac{1}{\lambda_1} = R \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{16} \right) \Rightarrow \lambda_1 = \frac{144}{7R} \\ \text{دومین خط طیفی: } \frac{1}{\lambda_2} = R \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{25} \right) \Rightarrow \lambda_2 = \frac{225}{16R} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{\frac{144}{7R}}{\frac{225}{16R}} = \frac{256}{175}$$

$$\Delta E = E_R \left(\frac{1}{n_L^2} - \frac{1}{n_U^2} \right) \Rightarrow hf = E_R \left(\frac{1}{n_L^2} - \frac{1}{n_U^2} \right)$$

$$\Rightarrow hf = 13/6 \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{16} \right) \Rightarrow hf = 12/75$$

$$K_{\max} = hf - W_o = 12/75 - 5/2 = 7/55 \text{ eV}$$

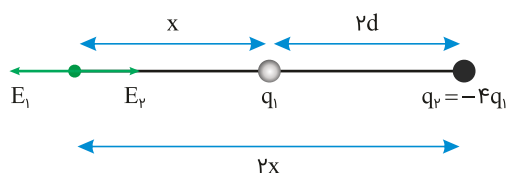
برآیند میدان حاصل q_2 و q_3 را حساب می‌کنیم.

$$E_{2,3} = 9 \times 10^9 \left(\frac{4 \times 10^{-6}}{9 \times 10^{-2}} - \frac{4 \times 10^{-6}}{36 \times 10^{-2}} \right) = 3 \times 10^5 \text{ N/C}$$

میدان حاصل از سه بار را با E_t نشان می‌دهیم:

$$E_t = \sqrt{E_1^2 + E_{2,3}^2} \Rightarrow 5 \times 10^5 = \sqrt{E_1^2 + (3 \times 10^5)^2} \Rightarrow E_1 = 4 \times 10^5 \text{ N/C}$$

$$E_1 = k \frac{q_1}{r^2} \Rightarrow 4 \times 10^5 = 9 \times 10^9 \frac{|q_1| \times 10^{-6}}{36 \times 10^{-2}} \Rightarrow |q_1| = 16 \mu\text{C}$$

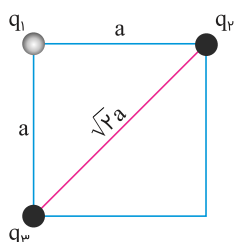


باتوجه به ناهمنام بودن دو بار برآیند خارج دوبار و نزدیک q_1 صفر است.

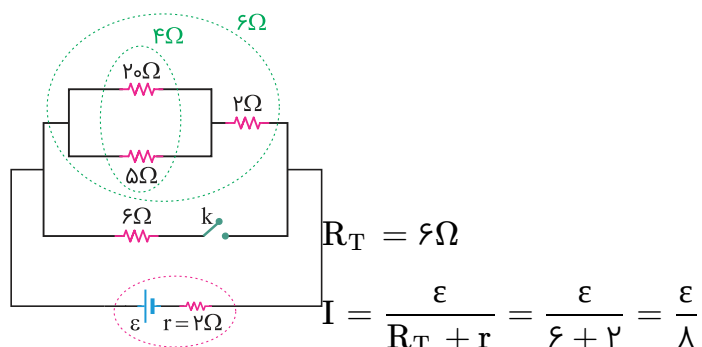
$$E_1 = E_2 \Rightarrow \frac{k|q_1|}{x^2} = \frac{k|q_2|}{(x + 2d)^2} \Rightarrow \frac{|q_1|}{x^2} = \frac{|-4q_1|}{(x + 2d)^2}$$

$$\Rightarrow (x + 2d)^2 = 4x^2 \Rightarrow x + 2d = 2x \Rightarrow x = 2d$$

$$q_2 \text{ فاصله تا } q_1 = 2x = 4d$$



$$\frac{f_{1,2}}{f_{2,3}} = \frac{\frac{kq_1^2}{a^2}}{\frac{kq_2^2}{(\sqrt{2}a)^2}} = 2$$



در حالتی که کلید باز است:

در حالتی که کلید بسته است:

$$R'_T = \frac{6 \times 6}{6 + 6} = 3\Omega$$

$$I' = \frac{\varepsilon}{3 + 2} = \frac{\varepsilon}{5}$$

حالا نسبت توان‌ها را محاسبه می‌کنیم:

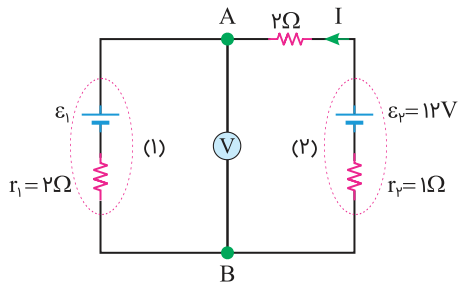
$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{3 \times \left(\frac{\varepsilon}{5}\right)^2}{6 \times \left(\frac{\varepsilon}{8}\right)^2} = \frac{64}{50} = 1/28$$

یعنی ۲۸ درصد افزایش داشته است.

$$P_A = 2P_B \Rightarrow \frac{V^2}{R_A} = 2 \frac{V^2}{R_B} \Rightarrow R_B = 2R_A$$

$$\frac{P_A}{P_B} = \frac{R_A I^2}{R_B I^2} = \frac{R_A}{2R_A} = \frac{1}{2}$$

از آنجایی که باتری (۲) توان خروجی دارد و باتری (۱) توان ورودی، پس جریان مطابق نمایش در شکل زیر است.



$$V_B - I + 12 - 2I = V_A \Rightarrow 12 - 3I = V_A - V_B = 8/4 \Rightarrow I = 1/2 \text{ A}$$

$$V_A - \varepsilon_1 - 2 \times 1/2 = V_B \Rightarrow \varepsilon_1 + 2/4 = V_A - V_B = 8/4 \Rightarrow \varepsilon_1 = 6 \text{ V}$$

$$\frac{P_{2(\text{out})}}{P_{1(\text{in})}} = \frac{12 \times 1/2 - 1 \times 1/2^2}{6 \times 1/2 + 2 \times 1/2^2} = \frac{12/96}{10/96} = \frac{9}{10}$$

طبق قانون دست راست اگر شست به سمت مرکز دایره (نیرو به سمت مرکز است) کف دست به سمت میدان و انگشتان بر مسیر حرکت ذره باشند، مشخص است که بار ذره (۱) منفی و بار ذره (۲) مثبت است.

$$F_C = F_B \Rightarrow \frac{mv^2}{r} = |q|vB \sin 90^\circ \Rightarrow r = \frac{mv}{qB}$$

از آنجایی که q در مخرج قرار دارد، ذره‌ای شعاع بیشتری دارد که q کمتری داشته باشد. لذا $|q_2| < |q_1|$.

طبق قانون دست راست، اگر کف دست در جهت میدان و انگشتان در جهت حرکت باشند، شست جهت نیرو را نمایش می‌دهد که به سمت پایین است.

$$F = BIL \sin \alpha$$

$$\Rightarrow F = 0.45 \times 10^{-2} \times 2 \times 2 \times \sin 90^\circ = 1/8 \times 10^{-2} \text{ N}$$

$$\varepsilon = \left| -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \right| \Rightarrow \begin{cases} \varepsilon_1 = \left| -N \frac{-\Phi_m - \Phi_m}{t_1 - 0} \right| = \left| 2N \frac{\Phi_m}{t_1} \right| \\ \varepsilon_2 = \left| -N \frac{-\Phi_m + \Phi_m}{2t_1 - t_1} \right| = 0 \\ \varepsilon_3 = \left| -N \times \frac{0 - (-\Phi_m)}{3t_1 - 2t_1} \right| = \left| -N \frac{\Phi_m}{t_1} \right| \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \varepsilon_2 = 0 \\ \varepsilon_1 = 2\varepsilon_3 \end{cases}$$

با استفاده از انرژی ذخیره شده در سیملوله داریم:

$$U = \frac{1}{2} LI^2 \Rightarrow 5 \times 10^{-3} = \frac{1}{2} L \times 5^2 \Rightarrow L = 4 \times 10^{-4} \text{ H}$$

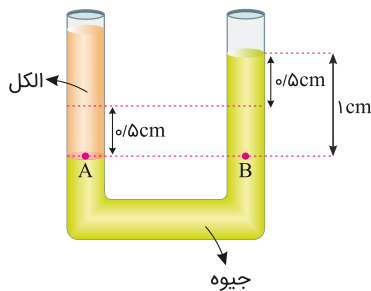
از طرفی داریم:

$$L = \frac{\mu_0 N^2 A}{\ell} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times N^2 \times 20 \times 10^{-4}}{6/28 \times 10^{-2}} \Rightarrow N = 100$$

$$f_C = f_B \Rightarrow \frac{mv^2}{r} = qvB \sin 90^\circ \Rightarrow r = \frac{mV}{qB}$$

از آنجایی که سرعت و میدان یکسان است: $r \propto \frac{m}{q}$
جرم β خیلی کمتر از α است. بنابراین شعاع کوچک‌تری دارد.

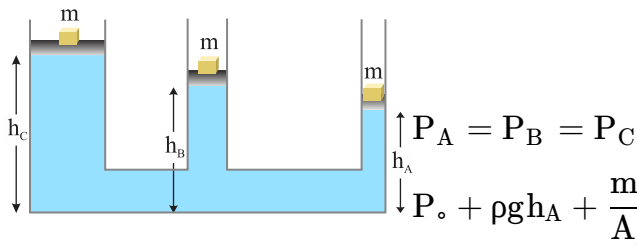
$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_A + m_B}{V_A + V_B} = \frac{12 + 12}{10 + 5} = \frac{24}{15} = \frac{8}{5} = 1.6 \text{ gr/cm}^3$$



$$P_A = P_B \Rightarrow P_0 + (\rho g h)_{\text{الکل}} = P_0 + (\rho g h)_{\text{جیوه}}$$

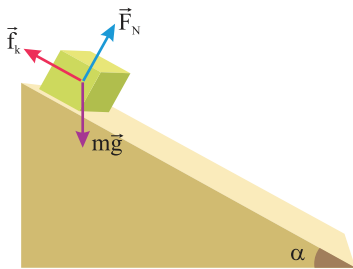
$$\Rightarrow (\rho h)_{\text{الکل}} = (\rho h)_{\text{جیوه}} \Rightarrow 0.8 \times h_{\text{الکل}} = 13/6 \times 1 \Rightarrow h_{\text{الکل}} = 17 \text{ cm}$$

$$V_{\text{الکل}} = 2 \times 17 = 34 \text{ cm}^3$$



$$\rho g h_A + \frac{mg}{A_A} = \rho g h_B + \frac{mg}{A_B} = \rho g h_C + \frac{mg}{A_C}$$

$$A_A < A_B < A_C \Rightarrow h_A < h_B < h_C$$



$$W_T = \Delta K \Rightarrow \cancel{W_{F_N}} + W_{mg} + W_{f_k} = \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_i^2)$$

$$\Rightarrow 0/1 \times 10 \times 10 \cos 0 + W_{f_k} = \frac{1}{2} \times 0/1 (10^2 - 4^2) \Rightarrow W_{f_k} = -5/8 \text{ J}$$

از آنجایی که حداقل بخار آب را می‌خواهیم، یعنی یخ به آب 0°C تبدیل شود.

$$\underbrace{mL_f}_{\text{یخ}} + \underbrace{(-mL_v)}_{\text{بخار آب}} + \underbrace{mc\Delta\theta}_{\text{بخار آب}} = -654$$

$$100 \times 336 - m \times 2256 + m \times 4/2(0 - 100) = -6540 \Rightarrow m = 15 \text{ gr}$$

$$\frac{P_1 V_1}{x_1 T_1} = \frac{P_2 V_2}{x_2 T_2} \Rightarrow (10^5 + \frac{f_0}{A}) \times 26A = (10^5 + \frac{120}{A}) \times 22A$$

$$\Rightarrow 13 \times 10^5 + \frac{f_0 \times 13}{A} = 11 \times 10^5 + \frac{120 \times 11}{A}$$

$$\Rightarrow 2 \times 10^5 = \frac{120 \times 11 - f_0 \times 13}{A}$$

$$\Rightarrow A = \frac{66 - 26}{10^6} = 4 \times 10^{-3} \text{ m}^2 = 40 \text{ cm}^2$$

