

گزینه ۱

۱

از آنجا که جسم به طور کامل در آب قرار گرفته است بنابراین حجم جسم برابر حجم آب جابه جا شده در استوانه مدرج است. بنابراین:

$$V = V_2 - V_1 = 23/1 - 18/5 = 4/6 \text{ mL}$$

$$m = 11/5 \text{ g}$$

حال به کمک رابطه زیر چگالی جسم را حساب می‌کنیم:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{11/5 \text{ g}}{4/6 \times 10^{-3} \text{ L}} = 2500 \text{ g/L} = 2500 \text{ kg/m}^3$$

نکته: چگالی ماده برحسب g/L و kg/m^3 یکسان است.

گزینه ۲

۲

ابتدا از فرمول مستقل از شتاب، سرعت اولیه را به دست می‌آوریم:

$$\Delta x = \frac{v_0 + v}{2} \Delta t \Rightarrow 75 = \frac{v_0 + 20}{2} (5) \Rightarrow v_0 = 10 \text{ m/s}$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow 20 = a(5) + 10 \Rightarrow a = 2 \text{ m/s}^2$$

طبق تصاعد عددی خواهیم داشت:

$$x_2 = x_1 + at^2$$

$$\Delta x_2 = 75 + 2(5)^2 = 125 \text{ m}$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x_2}{\Delta t} = \frac{125}{5} = 25 \text{ m/s}$$

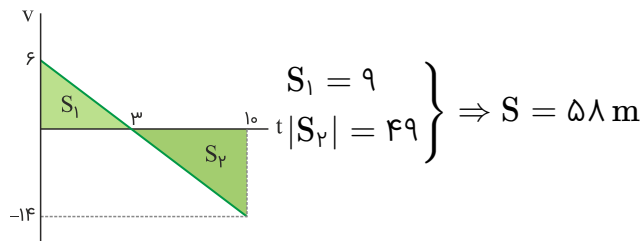
باتوجه به ماکزیمم سهمی می‌توانیم سرعت اولیه و شتاب حرکت را محاسبه کنیم:

$$\Delta x = \frac{v + v_0}{2} \Delta t$$

$$36 - 27 = \frac{0 + v_0}{2} \times 3 \Rightarrow v_0 = 6 \text{ m/s}$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = a \times 3 + 6 \Rightarrow a = -2 \text{ m/s}^2$$

کافی است نمودار سرعت- زمان را رسم کنیم:



ابتدا در مدت ۱۱ s جابه‌جایی دو متحرک را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta x_A = vt = 10 \times 11 = 110 \text{ m}$$

$$\begin{cases} \Delta x_{1B} = \frac{1}{2}at^2 + v_0t = \frac{1}{2} \times 2 \times 5^2 + 2 \times 5 = 35 \text{ m} \\ \Delta x_{2B} = vt_2 = (+at_1 + v_0)t_2 = (+2 \times 5 + 2)(11 - 5) = 72 \text{ m} \end{cases}$$

$$\Delta x_B = \Delta x_{1B} + \Delta x_{2B} = 107 \text{ m}$$

حال می‌توانیم با مساوی قرار دادن مسافت‌های پیموده شده لحظه رسیدن دو متحرک به یکدیگر و همچنین اندازه سرعت آن‌ها را محاسبه کنیم:

$$\begin{cases} x_B = vt = 12t \\ x_A = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \\ x_A = \frac{1}{2}(-2)t^2 + 10t + 3 \end{cases} \Rightarrow x_A = x_B$$

$$-t^2 + 10t + 3 = 12t \Rightarrow t^2 + 2t - 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -3 \end{cases}$$

$$v_B = 12 \text{ m/s}$$

$$v_A = -at + v_0 = -2 \times 1 + 10 = 8 \text{ m/s}$$

$$v_B - v_A = 12 - 8 = 4 \text{ m/s}$$

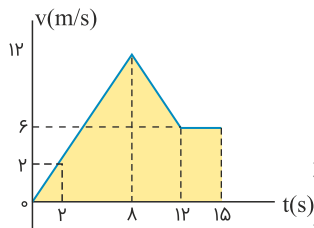
شتاب در بازه زمانی (۰, ۸) ثابت و برابر است با:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v(8) - v(0)}{8 - 0} = \frac{12 - 0}{8 - 0} = \frac{3}{2} \text{ m/s}^2$$

در لحظه $t = 2 \text{ s}$ سرعت را به دست می آوریم:

$$v(2) = at + v_0 \Rightarrow v = \frac{3}{2} \times 2 + 0 = 3 \text{ m/s}$$

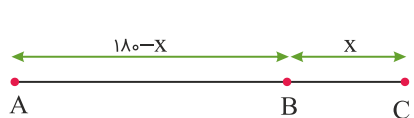
حال به کمک سطح زیر نمودار سرعت- زمان جابه جایی را در بازه زمانی (۲, ۱۵) محاسبه می کنیم:



$$\Delta x = x_2 - x_1 = x_2 - (-6) = S$$

$$x_2 + 6 = \left(\frac{(12 + 3)6}{2} + \frac{(12 + 6)4}{2} + (3 \times 6) \right)$$

$$x_2 + 6 = 99 \Rightarrow x_2 = 93$$



$$\begin{cases} 180 - x = v_A t \\ x = v_C t \end{cases} \Rightarrow \frac{180 - x}{x} = \frac{v_A}{v_C} \quad (1)$$

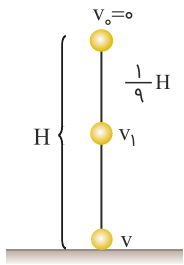
$$\begin{cases} 180 - x = v_C \times 25 \\ x = v_A \times 16 \end{cases} \Rightarrow \frac{180 - x}{x} = \frac{v_C \times 25}{v_A \times 16} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1)} \frac{v_A}{v_C} = \frac{v_C \times 25}{v_A \times 16} \Rightarrow \frac{v_A^2}{v_C^2} = \frac{25}{16} \Rightarrow \frac{v_A}{v_C} = \frac{5}{4} \xrightarrow{(1)} \frac{180 - x}{x} = \frac{5}{4}$$

$$\Rightarrow 4(180) - 4x = 5x \Rightarrow x = 160 \text{ m}$$

حال با جایگذاری $x = 160$ در معادله (۲) مقدار v_A را به دست می آوریم:

$$x = v_A \times 16 \Rightarrow 160 = v_A \times 16 \Rightarrow v_A = 10 \text{ m/s}$$



$$v_{av} = \frac{v_1 + v_0}{2} \Rightarrow v_1 = 2v_{av} = 2 \times \sqrt{gH} \Rightarrow v_1 = \sqrt{gH}$$

$$\left(\frac{v}{v_1}\right)^2 = \frac{H}{\frac{1}{9}H}$$

$$\frac{v}{\sqrt{gH}} = 3 \Rightarrow v = 3\sqrt{gH} = 24 \text{ m/s}$$

$$F_{av} = \frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{P_2 - P_1}{t_2 - t_1}$$

$$t_1 = 3 \text{ s} \Rightarrow P_1 = 15(3)^2 + 5 \times 3 = 150 \text{ kgm/s}$$

$$t_2 = 6 \text{ s} \Rightarrow P_2 = 15(6)^2 + 5 \times 6 = 570 \text{ kgm/s}$$

$$F_{av} = \frac{570 - 150}{6 - 3} = 140 \text{ N}$$

$$\mu_s = 0.6$$

$$\mu_k = 0.3$$

$$f_{s \max} = \mu_s N = \mu_s W = 0.6 \times 500 = 300 \text{ N}$$

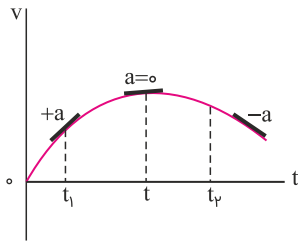
چون $F < f_{s \max}$ است، جسم حرکت نمی‌کند و نیروی اصطکاک ایستایی هم‌اندازه با نیروی محرک وارد بر جسم است:
 $|f_s| = |F| = 250 \text{ N}$

نیروهایی که جسم به سطح وارد می‌کند عبارت است از: (۱) عکس‌العمل نیروی اصطکاک و (۲) عکس‌العمل نیروی عمودی سطح.

پس:

$$\vec{R}' = f_s' \vec{i} + F_N' \vec{j} = 250 \vec{i} - 500 \vec{j} \text{ بر حسب نیوتون}$$

شیب خط مماس بر نمودار $v - t$ برابر با شتاب حرکت است و تغییرات نیروی خالص تابع تغییرات شتاب متحرک است. $(F = ma)$
از t_1 تا t اندازه شتاب در حال کاهش و از t تا t_2 اندازه شتاب در حال افزایش است.



شتاب مرکزگرای ماهواره همان شتاب گرانش زمین است.

$$a = g = \frac{g_0}{(n+1)^2} \left\{ \begin{array}{l} n_1 = \frac{R_e}{R_e} = 1 \Rightarrow a_1 = \frac{g_0}{4} \\ n_2 = \frac{\frac{3}{2}R_e}{R_e} = \frac{3}{2} \Rightarrow a_2 = \frac{g_0}{\left(\frac{5}{2}\right)^2} \end{array} \right.$$

$$\frac{a_2 - a_1}{a_1} \times 100 = \frac{\frac{4}{25}g_0 - \frac{1}{4}g_0}{\frac{1}{4}g_0} \times 100 = -36\%$$

علامت منفی نشان‌دهنده کاهش شتاب ماهواره است.

با توجه به داده‌های سوال، دامنه و بسامد آن را بدست می‌آوریم و به کمک آن v_m را حساب می‌کنیم:

$$A = 2 \text{ cm} = 0.02 \text{ m}$$

$$f = \frac{150}{60} = 2.5 \text{ Hz} \Rightarrow \omega = 2\pi f = 5\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$v = 5\sqrt{2}\pi \text{ cm/s} = 5\sqrt{2}\pi \times 10^{-2} \text{ m/s}$$

$$v_m = A\omega = 2 \times 10^{-2} \times 5\pi = \frac{\pi}{10} \text{ m/s}$$

$$U = E - K = \frac{1}{2}mv_m^2 - \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(v_m^2 - v^2)$$

$$U = \frac{1}{2} \times \frac{2}{10} \left(\frac{\pi^2}{100} - 25 \times 2\pi^2 \times 10^{-4} \right) = 0.005 \text{ J} \Rightarrow U = 5 \text{ mJ}$$

تبدیل J به mJ $\leftarrow \times 10^3$

هنگامی که نوسانگر تغییر جهت می‌دهد، شتاب بیشینه است:

$$a_{\max} = 0.1 \pi^2 \text{ m/s}^2 = A\omega^2$$

هنگامی که نیرو صفر است، نوسانگر از مرکز نوسان می‌گذرد و سرعت آن بیشینه است:

$$v_{\max} = 0.2 \pi \text{ m/s} = A\omega$$

$$\omega = \frac{a_{\max}}{v_{\max}} = \frac{0.1 \pi^2}{0.2 \pi} = 0.5 \pi \text{ rad/s}$$

$$|a| = |-\omega^2 x| \Rightarrow a = \omega^2 x$$

$$a = (0.5 \pi)^2 \times 1 \times 10^{-2} \Rightarrow a = 0.16 \pi^2 \text{ m/s}^2$$

نیروی کشسانی فنر باعث شتاب نوسانگر می‌شود و طبق قانون دوم نیوتن داریم:

$$F = ma \Rightarrow kx = ma \Rightarrow k = \frac{ma}{x} = \frac{2 \times 2}{1 \times 10^{-2}} = 400 \text{ N/m}$$

با استفاده از رابطه تراز شدت صوت داریم:

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0}$$

$$10 = 10 \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow 10^1 = \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow I = 10^{-1} \text{ W/m}^2$$

$$P = IA \Rightarrow 20 = 10^{-1} (\pi d^2) \Rightarrow d = 200 \text{ m}$$

تعداد نوسان در مدت زمان t برابر است با:

$$n = \frac{t}{T} \Rightarrow \frac{n_M}{n_N} = \frac{T_N}{T_M} \quad (۱)$$

مطابق شکل:

$$\frac{\lambda_M}{۴} = \frac{\lambda_N}{۲} \Rightarrow \lambda_M = ۲\lambda_N$$

$$V_1 = V_2 \Rightarrow \frac{\lambda_M}{T_M} = \frac{\lambda_N}{T_N} \Rightarrow T_M = ۲T_N$$

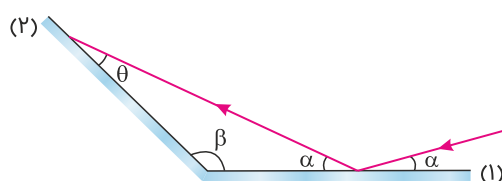
$$(۱) \Rightarrow \frac{۲}{n_N} = \frac{T_N}{۲T_N} \Rightarrow n_N = ۴$$

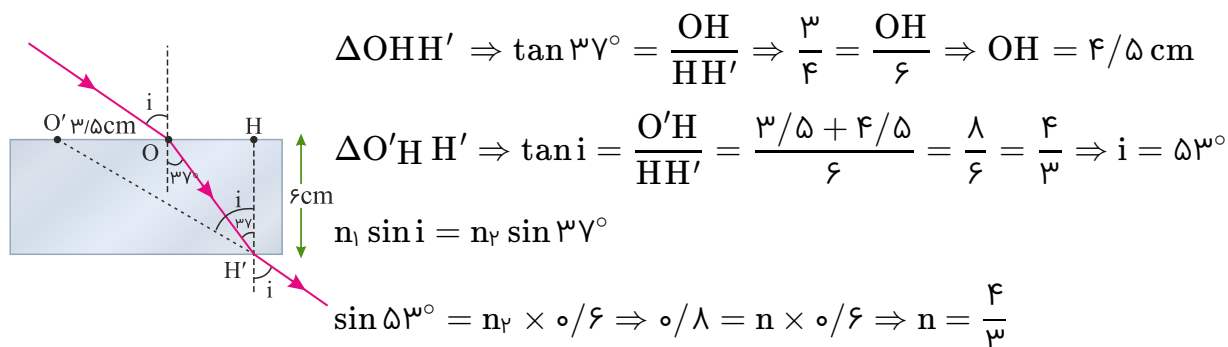
در یک تار دو انتها بسته، بسامد تشدید n ام از این رابطه $f_n = \frac{nv}{۲L}$ بدست می‌آید. سرعت انتشار موج در تار هم برابر با $v = \sqrt{\frac{F.L}{m}}$ است:

$$f = \frac{nv}{۲L} = \frac{n}{۲L} \sqrt{\frac{F.L}{m}}$$

$$۲۱۰ = \frac{۳}{۲ \times ۰/۵} \sqrt{\frac{F \times ۰/۵}{۵ \times ۱۰^{-۳}}} \Rightarrow F = ۴۹ \text{ N}$$

به کمک رابطه بین زوایای داخلی مثلث و قانون بازتاب می‌توان روابط زیر را نوشت:

$$\alpha + \beta + \theta = ۱۸۰ \Rightarrow \theta^\circ = ۱۸۰ - (\beta + \alpha)$$




$$\frac{hc}{\lambda} = W_0 + K_{\max}$$

$$\frac{4 \times 10^{-15} \times 3 \times 10^8}{\lambda} = 2/\lambda + 4/4$$

$$\lambda = \frac{1/2 \times 10^{-6}}{1/2} \text{ m} \times 10^6 = \frac{1/2}{1/2} = \frac{1}{6} \mu\text{m}$$

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad n' = 3, n = 5, n = 6$$

$$\text{دومین طول موج} \quad \frac{1}{\lambda_2} = \frac{1}{100} \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{5^2} \right) = \frac{1}{100} \left(\frac{25 - 9}{9 \times 25} \right)$$

$$\text{سومین طول موج} \quad \frac{1}{\lambda_3} = \frac{1}{100} \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{6^2} \right) = \frac{1}{100} \left(\frac{36 - 9}{9 \times 36} \right)$$

$$\Delta\lambda = 100 \times 9 \left(\frac{25}{16} - \frac{36}{27} \right) = \frac{125}{4}$$

بنا به تعریف چگالی سطحی بار می‌توان نوشت:

$$\sigma = \frac{q}{A} = \frac{q'}{A'} \Rightarrow \frac{q}{4\pi r^2} = \frac{q'}{1}$$

$$\frac{157 \times 10^3 \text{ nC}}{4 \times 3/14 \times 5^2} = q' \Rightarrow q' = 0.5 \text{ nC} = 500 \text{ pC}$$

به کمک رابطه $E_1 = k \frac{|q|}{r^2}$ ، نسبت میدان الکتریکی را در نقاط ۱ و ۲ می‌نویسیم:

$$\frac{E_1}{E_2} = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2$$

$$\frac{1/125 \times 10^9}{18 \times 10^9} = \left(\frac{5}{r_1}\right)^2 \Rightarrow r_1^2 = \frac{18 \times 125}{1/125} \Rightarrow r_1 = 20 \text{ cm}$$

$$E_1 = k \frac{q_1}{r_1^2}$$

$$18 \times 10^9 = 9 \times 10^9 \frac{q_1}{(5 \times 10^{-2})^2} \Rightarrow q_1 = 50 \times 10^{-6} \text{ C} \Rightarrow q_1 = 50 \mu\text{C}$$

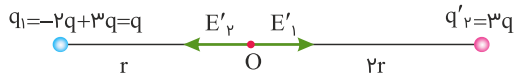
ابتدا میدان الکتریکی بار q_1 و q_2 را در نقطه O حساب می‌کنیم و سپس برآیند



آن‌ها را بدست می‌آوریم:

$$E = E_1 + E_2 = k \frac{2q}{r^2} + k \frac{6q}{4r^2} = \frac{7}{4} k \frac{2q}{r^2}$$

پس از انتقال بار نیز میدان الکتریکی کل را در نقطه O حساب می‌کنیم و به این نکته توجه داریم که هر دو بار ذره مثبت می‌شود.



$$E' = |E'_1 - E'_2| = k \frac{q}{r^2} - k \frac{3q}{4r^2} = \frac{1}{4} k \frac{q}{r^2}$$

$$\frac{E'}{E} = \frac{\frac{1}{4} k \frac{q}{r^2}}{\frac{7}{4} k \frac{2q}{r^2}} = \frac{1}{14}$$

با تغییر ولتاژ خازن، ظرفیت آن ثابت می‌ماند بنابراین:

$$C = \frac{q_1}{V_1} = \frac{q_2}{V_2} \Rightarrow \frac{q_1}{V_1} = \frac{q_1 + q_0}{\frac{3}{2}V_1} \Rightarrow q_1 = 40 \mu C$$

$$q_2 = q_1 + q_0 = 60 \mu C$$

$$U_2 - U_1 = 200$$

$$\frac{1}{2}q_2V_2 - \frac{1}{2}q_1V_1 = 200$$

$$60 \times \frac{3}{2}V_1 - 40 \times V_1 = 400 \Rightarrow V_1 = 8 \text{ ولت}$$

$$C = \frac{q_1}{V_1} = \frac{40}{8} = 5 \mu F$$

توجه: در رابطه $U = \frac{1}{2}qV$ ، اگر q را به ترتیب بر حسب μC قرار دهیم، U بر حسب μJ بدست می‌آید.

$$P = \frac{\varepsilon^2}{R_{eq}}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{\frac{12 \times 6}{12 + 6}}{\frac{12 \times 6}{12 + 6} + 8} = \frac{1}{3}$$

$$P_3 = P_4 \Rightarrow R_3 = R_4 = 4/\omega\Omega$$

$$V_2 = V_3 + V_4 \Rightarrow V_2 = 2V_3$$

$$P_2 = P_3 \Rightarrow \frac{V_2^2}{R_2} = \frac{V_3^2}{R_3} \Rightarrow R_2 = 4R_3 = 4 \times 4/\omega = 16/\omega$$

$$I_2R_2 = I_3(R_3 + R_4) \Rightarrow I_2 \times 16 = I_3 \times 8 \Rightarrow I_3 = 2I_2$$

$$I_1 = I_2 + I_3 = I_2 + 2I_2 = 3I_2$$

$$R_1I_1^2 = R_2I_2^2 \Rightarrow R_1(3I_2)^2 = 16I_2^2 \Rightarrow R_1 = 16/9 \Omega$$

$$2I_1 + 16I_2 = 24 \Rightarrow I_1 + 8I_2 = 12 \Rightarrow 3I_2 + 8I_2 = 12 \Rightarrow I_2 = 1A$$

$$V_A - Ir_1 + \varepsilon = V_B$$

$$\varepsilon = Ir_1 \quad (۱)$$

$$V_B + \varepsilon - Ir_2 - I \frac{R}{\gamma} = V_A$$

$$\varepsilon = Ir_2 + \frac{1}{\gamma} IR \quad (۲)$$

$$(۱), (۲) \Rightarrow Ir_2 + \frac{1}{\gamma} IR = Ir_1$$

$$\frac{1}{\gamma} R = r_1 - r_2 \Rightarrow R = \gamma(r_1 - r_2)$$

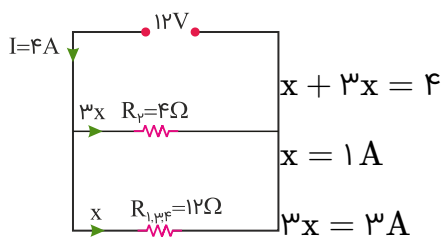
$$\text{موازی } R_1, R_3 \Rightarrow R_{1,3} = 4\Omega$$

$$\text{متوالی } R_{1,3}, R_4 \Rightarrow R_{1,3,4} = 4 + 8 = 12\Omega$$

$$\text{موازی } R_{1,3,4}, R_2 \Rightarrow R_{eq} = 3\Omega$$

$$I = \frac{V}{R_{eq}} = \frac{12}{3} = 4A$$

آمپرسنج A_1 جریان کل یعنی $4A$ را نشان می‌دهد.

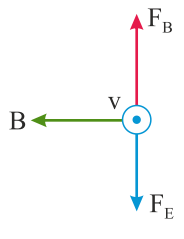


آمپرسنج A_2 جریان x را نشان می‌دهد.

$$x = 1A$$

وقتی کلید در حالت (۱) قرار گیرد، جریان متناوب از مدار می‌گذرد؛ بنابراین گزینه‌های ۱ و ۲ حذف می‌شوند. وقتی کلید در حالت (۲) قرار گیرد، جریان متناوب از دیود می‌گذرد و دیود فقط قسمت‌های مثبت جریان متناوب را از خود عبور داده و در قسمت‌های منفی جریان خاموش می‌شود و جریان صفر می‌شود.

طبق قاعده دست چپ، جهت نیروی مغناطیسی رو به بالا است بنابراین جهت نیروی الکتریکی رو به پایین است. شرط عدم انحراف الکترون در دو میدان الکتریکی و مغناطیسی آن است که نیروهای این دو میدان بر الکترون مساوی و خلاف جهت هم باشند. همچنین می‌دانیم میدان الکتریکی نیرویی خلاف جهت خودش به بار منفی وارد می‌کند. در نتیجه میدان الکتریکی رو به بالا می‌شود.



$$F_E = F_B \Rightarrow Eq = qvB$$

$$\Rightarrow E = vB \Rightarrow E = 2 \times 10^5 \times 40 \times 10^{-4}$$

$$\Rightarrow E = 800 \text{ N/C} \Rightarrow \vec{E} = 800 \vec{j}$$

اگر انگشت شست دست راست را در جهت میدان مرکز حلقه قرار دهیم، جهت بسته شدن چهار انگشت، جهت جریان حلقه را نشان می‌دهد. همچنین اندازه میدان مغناطیسی داخل حلقه بزرگ‌تر از بیرون حلقه است.

با توجه به داده‌های سوال و قانون فاراده می‌توان نوشت:

$$B_1 = 0.1 \text{ T}$$

$$B_2 = -0.1 \text{ T}$$

$$\Delta t = 0.25 \text{ s}$$

$$A = 100 \text{ cm}^2 \times 10^{-4} = 10^{-2} \text{ m}^2$$

$$\varepsilon = -N A \cos \theta \frac{\Delta B}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow \varepsilon = -1 \times 10^{-2} \times 1 \frac{-0.1 - 0.1}{0.25} = 8 \times 10^{-3} \text{ V}$$

$$\Rightarrow \varepsilon = 8 \times 10^{-3} \times 10^3 = 8 \text{ mV}$$

بیشینه جریان عبوری از سیملوله $6A$ و زمان مشخص شده روی نمودار برابر $\frac{T}{4}$ است. بنابراین

$$I_{\max} = 6A$$

$$T + \frac{T}{4} = \frac{1}{f_0} \Rightarrow T = \frac{1}{\omega_0} s$$

$$I = I_{\max} \sin \frac{2\pi}{T} t$$

$$I = 6 \sin \frac{2\pi}{1} \times \frac{1}{f_{00}} = 3\sqrt{2} A$$

حال با استفاده از رابطه انرژی القاگر، ضریب خودالقایی را حساب می‌کنیم:

$$U = \frac{1}{2} LI^2$$

$$72 \times 10^{-3} = \frac{1}{2} L \times 9 \times 2 \Rightarrow L = 8 \times 10^{-3} H = 8 mH$$

طبق قضیه کار- انرژی جنبشی می‌توانیم کار انجام‌شده روی گلوله از طرف دیوار را محاسبه کنیم:

$$W_t = \Delta K = K_2 - K_1 = \frac{1}{2} m(v_2^2 - v_1^2)$$

$$W_t = \frac{1}{2} \times 40 \times 10^{-3} (0 - 300^2)$$

$$W_t = 2 \times 10^{-2} (0 - 9 \times 10^4) \Rightarrow W_f = -1800 J$$

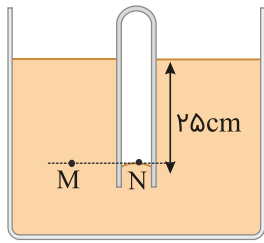
چون تلفات نداریم پس انرژی مکانیکی پایسته است همچنین مبدأ سنجش انرژی پتانسیل گرانشی را تپه دوم در نظر می‌گیریم:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + \cancel{U_2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m v_1^2 + mgh = \frac{1}{2} m v_2^2 \Rightarrow v_1^2 + 2gh = v_2^2$$

$$\Rightarrow 400 + 2 \times 10 \times 25 = v_2^2 \Rightarrow v_2^2 = 900 \Rightarrow v_2 = 30 m/s$$

فشار نقطه M و N که در عمق یکسان ($h = ۲۵\text{cm}$) از مایع قرار دارند با هم برابر است. همچنین فشار گاز درون لوله (P_G) برابر با فشار مایع در نقطه N است. بنابراین:



$$P_G = P_N = P_M \Rightarrow P_G = P_{\text{مایع}} + P.$$

$$P_G = \rho gh + P.$$

$$P_G = (۲ \times ۱۰^۳) \times ۱۰ \times \frac{۲۵}{۱۰۰} + ۱۰^۵$$

$$P_G = ۵ \times ۱۰^۳ + ۱۰^۵ = ۱۰^۳(۵ + ۱۰^۲)$$

$$P_G = ۱۰۵ \times ۱۰^۳ \text{ Pa} = ۱۰۵ \text{ kPa}$$

درصد تغییر حجم بر اثر انبساط گرمایی برابر $\beta \Delta\theta \times ۱۰۰$ است بنابراین:

$$\frac{\Delta V}{V} = \beta \Delta\theta \times ۱۰۰$$

$$\beta = ۳\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{1}{۳} \times ۱۰^{-۵} \text{ K}^{-1}$$

درصد تغییر سطح بر اثر انبساط گرمایی را می‌توان از رابطه $\beta \Delta\theta \times ۱۰۰$ بدست آورد. بنابراین:

$$\text{درصد تغییرات سطح} = \beta \Delta\theta \times ۱۰۰$$

$$= ۲ \times \frac{1}{۳} \times ۱۰^{-۵} \times ۶۰ \times ۱۰۰ = ۴ \times ۱۰^{-۲} = ۰/۰۴$$

ابتدا با یک تناسب ساده متوجه می‌شویم که در هر دقیقه افزایش دمای مایع چقدر می‌شود:

$$\frac{۵۶ \text{ دقیقه}}{۱ \text{ دقیقه}} \times \frac{۸۰^\circ\text{C}}{\Delta\theta} \Rightarrow \Delta\theta = \frac{۸۰}{۵۶} = \frac{۱۰}{۷}$$

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow ۱۰۰ = ۰/۵ \times c \times \frac{۱۰}{۷} \Rightarrow c = ۱۴۰ \text{ J/kg.K}$$

اگر فشار گاز ثابت باشد بنا به قانون گازهای کامل ($PV = nRT$) می‌توان نوشت:

$$P \Delta V = nR \Delta T$$

$$۱/۵ \times ۱۰^۵ \times ۴ \times ۱۰^{-۳} = ۳ \times ۸ \times \Delta T \Rightarrow \Delta T = ۲۵ \text{ K} \Rightarrow \Delta\theta = ۲۵^\circ\text{C}$$

$$\Delta U = 0 \text{ چرخه}$$

$$\Delta U = 0 \text{ هم‌دما}$$

$$\Delta U = \Delta U_{AB} + \Delta U_{BC} + \Delta U_{CA} \text{ چرخه}$$

$$0 = Q_{AB} + W_{AB} + \cancel{W_{BC}} + Q_{BC}$$

هم‌حجم

$$Q_{AB} + Q_{BC} = W_{AB} = P \Delta V$$

$$Q = 1 \times 10^5 (16 - V_A) \times 10^{-3}$$

$$T_A = T_C \Rightarrow P_A V_A = P_C V_C$$

$$1 \times 10^5 \times V_A = 2 \times 10^5 \times 16 \Rightarrow V_A = 4 \text{ Lit}$$

$$Q = 1 \times 10^5 (16 - 4) \times 10^{-3} = 9600 \text{ J}$$

راه‌حل اول:

در تراکم بی‌درروی گاز آرمانی، کار محیط روی گاز مثبت است، در نتیجه $\Delta U = W > 0$ است و انرژی درونی گاز و در نتیجه دمای آن افزایش می‌یابد. بنابراین در اینجا خواهیم داشت:

$$T_b > T_a$$

از طرفی طبق رابطه آرمانی داریم:

$$P V = nRT \Rightarrow T = \frac{P V}{nR}$$

$$(1), (2): \frac{P_b V_b}{nR} > \frac{P_a V_a}{nR} \xrightarrow{P_b = 3P_a} 3P_a V_b > P_a V_a \Rightarrow V_b > \frac{1}{3} V_a$$

راه‌حل دوم (براساس چاپ ۹۷ کتاب دهم):

$$\Delta U = W + \dot{Q}$$

$$\frac{3}{2} nR \Delta T = \frac{3}{2} (P_2 V_2 - P_1 V_1) \Rightarrow nR \Delta T = P_2 V_2 - P_1 V_1$$

$$\xrightarrow{P_2 = 3P_1} nR \Delta T = 3P_1 V_2 - P_1 V_1$$

$$3P_1 V_2 - P_1 V_1 > 0 \Rightarrow P_1 (3V_2 - V_1) > 0$$

$$3V_2 - V_1 > 0 \Rightarrow 3V_2 > V_1 \Rightarrow V_2 > \frac{1}{3} V_1$$

در تراکم بی‌درروی گاز افزایش می‌یابد.

