

گزینه ۴

۱

کافی است برای این سؤال از معادله مستقل از شتاب در حرکت شتاب ثابت استفاده کنیم.

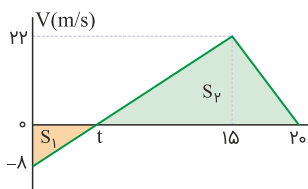
$$\Delta x = \frac{v + v_0}{2} \Delta t \Rightarrow (-122/5 - 0) = \frac{v + 0}{2} \times 5 \Rightarrow v = -49 \text{ m/s}$$

در صورت سؤال بزرگی سرعت خواسته شده است و گزینه "۴" درست است.

گزینه ۴

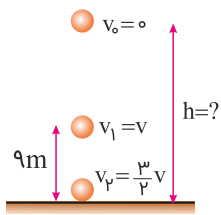
۲

سطوح محصور بین نمودار سرعت- زمان و محور زمان برابر مسافت طی شده است.



طبق تشابه: $\frac{t}{8} = \frac{15 - t}{22} \Rightarrow t = 4 \text{ s}$

$$\ell = S_1 + S_2 = \left(\frac{4 \times 8}{2} \right) + \left(\frac{16 \times 22}{2} \right) = 16 + 176 \Rightarrow \ell = 192 \text{ m}$$



جهت بالا را مثبت و مبدأ را محل رها شدن گلوله فرض می‌کنیم.

معادله مستقل از زمان در حرکت سقوط آزاد را یک‌بار برای قسمت اول و بار دیگر برای کل مسیر می‌نویسیم:

$$v_1^2 = -2g(y_1 - y_0) \Rightarrow v^2 = -2 \times 10 \times [-(h - 9) - 0] \Rightarrow v^2 = -20 \times (-h + 9) \quad (1)$$

$$v_2^2 = -2g(y_2 - y_0) \Rightarrow \left(\frac{3}{4}v\right)^2 = -2 \times 10 \times (-h - 0) \Rightarrow \frac{9}{4}v^2 = -20 \times (-h) \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(2)-(1)} \frac{9}{4}v^2 - v^2 = -20[(-h) - (-h + 9)] \Rightarrow \frac{5}{4}v^2 = -20 \times (-9) \Rightarrow \frac{5}{4}v^2 = 180 \Rightarrow v^2 = 144 \text{ m}^2/\text{s}^2$$

با جایگذاری مقدار v^2 در رابطه (۲) داریم:

$$\frac{9}{4}v^2 = -20 \times (-h) \xrightarrow{v^2=144 \text{ m}^2/\text{s}^2} \frac{9}{4} \times (144) = 20h \Rightarrow h = 16/2 \text{ m}$$

با توجه به تقارن نمودار نسبت به $t = 4 \text{ s}$ ، تندی متحرک در $t = 0$ و $t = 8 \text{ s}$ باهم برابر و سرعت در این دو لحظه قرینه یکدیگر است.

$$\left. \begin{array}{l} t = 0 \Rightarrow v = ?, x = 12 \text{ m} \\ t = 4 \text{ s} \Rightarrow v = 0, x = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta x = \frac{v + v_0}{2} \Delta t \Rightarrow -12 = \frac{0 + v_0}{2} \times 4$$

$$\Rightarrow v_0 = -6 \text{ m/s} \Rightarrow v_{8\text{s}} = +6 \text{ m/s}$$

سؤال ترکیبی از فصل حرکت بر خط راست و فصل دینامیک است. ابتدا از فصل حرکت بر خط راست، شتاب را به دست می‌آوریم (سؤال از کتاب درسی است).

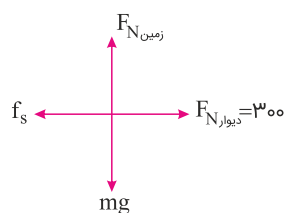
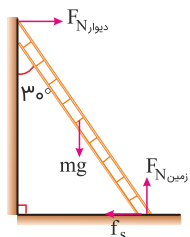
$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \xrightarrow{v=0, v_0=36 \text{ km/h}=10 \text{ m/s}} 0 - 10^2 = 2a \times 4 \Rightarrow a = -12/5 \text{ m/s}^2$$

اکنون از فصل دینامیک بزرگی نیروی اصطکاک را به دست می‌آوریم.

$$-f_k = ma \Rightarrow -f_k = 2000 \times (-12/5) \Rightarrow f_k = 2500 \text{ N}$$



ابتدا نیروهای وارد بر نردبان را رسم می‌کنیم.



$$\begin{cases} f_s = F_{N \text{ دیوار}} = 300 \text{ N} \\ F_{N \text{ زمین}} = mg = 400 \text{ N} \end{cases} \Rightarrow R = \sqrt{f_s^2 + F_{N \text{ زمین}}^2} = 500 \text{ N}$$

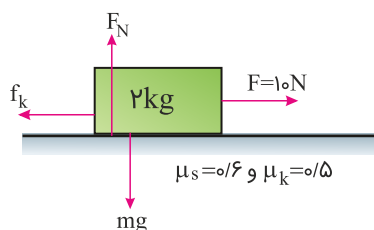
$$\frac{g_h}{g_o} = \left(\frac{R_e}{R_e + h} \right)^2 \Rightarrow \frac{g_h}{10} = \left(\frac{6400}{6400 + 1600} \right)^2 = \frac{64}{100} \Rightarrow g_h = 6/4 \text{ m/s}^2$$

چون نیروی مرکزگرا همان نیروی وزن ماهواره است پس:

$$F = mg_h = 500 \times 6/4 = 3200 \text{ N}$$

در صورتی که آسانسور به صورت تندشونده به سمت بالا یا کندشونده به سمت پائین حرکت کند عدد ترازو بیشتر از وزن عدد آن هنگام سکون آسانسور است. به عبارتی هنگامی که بردار شتاب به سمت بالا باشد، عددی که ترازو نشان می‌دهد بیشتر از حالت سکون است.

با کاهش ۳۰ نیوتنی از مقدار نیروی F ، اندازه F به ۱۰ نیوتن می‌رسد.



$$F - f_k = ma \Rightarrow 10 - 0/5 \times 20 = 2 \times a \Rightarrow a = 0$$

چون شتاب صفر شده است، بنابراین بردار سرعت تغییر نمی‌کند و چون قبل از کاهش نیرو جسم در حال حرکت بوده است با همان سرعت به حرکت خود ادامه می‌دهد.

کار نیروی وزن برای یک جسم تنها به تغییر ارتفاع آن بستگی دارد و مسیر حرکت مهم نیست. چون در این سؤال تغییر ارتفاع هر سه توپ یکسان است، کار نیروی وزن این سه توپ مشابه، یکسان است.

$$W_{\text{وزن}} = mgh = -\Delta U_{\text{گرانشی}}$$

$$\left. \begin{array}{l} m_1 = m_2 = m_3 \\ \Delta h_1 = \Delta h_2 = \Delta h_3 = h \end{array} \right\} \xrightarrow{W=mgh} W_1 = W_2 = W_3$$

جرم گلوله ثابت است.

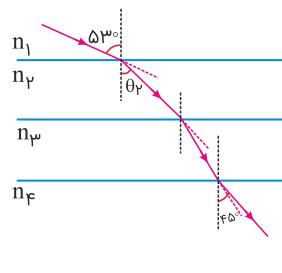
$$p_1 = mv_1 = 20 \text{ kg.m/s}$$

$$p_2 = mv_2 = 22 \text{ kg.m/s}$$

$$\text{درصد افزایش انرژی جنبشی} = \frac{\Delta K}{K_1} \times 100 = \frac{K_2 - K_1}{K_1} \times 100 = \frac{\frac{p_2^2}{2m} - \frac{p_1^2}{2m}}{\frac{p_1^2}{2m}} \times 100 = \frac{p_2^2 - p_1^2}{p_1^2} \times 100$$

$$\Rightarrow \text{درصد افزایش انرژی جنبشی} = \frac{22^2 - 20^2}{20^2} \times 100 = \frac{(22 - 20)(22 + 20)}{400} \times 100 = \frac{84}{400} \times 100 = 21\%$$

قانون اسنل را برای عبور پرتوی نور از محیط ۱ به ۲ و عبور پرتوی نور از محیط ۳ به ۴ می‌نویسیم:



$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} \Rightarrow \frac{v_1}{\frac{3}{4}v_1} = \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} \Rightarrow \sin \theta_2 = \frac{3}{4} \Rightarrow \theta_2 = 37^\circ$$

$$\frac{v_3}{v_4} = \frac{\sin \theta_3}{\sin \theta_4} \Rightarrow \frac{v_3}{\frac{1}{4}v_3} = \frac{\sin \theta_3}{\sin 45^\circ} \Rightarrow \theta_3 = 30^\circ$$

حال قانون اسنل را برای عبور پرتو نور از محیط ۲ به ۳ می‌نویسیم:

$$\frac{n_2}{n_3} = \frac{\sin \theta_3}{\sin \theta_2} \Rightarrow \frac{n_2}{n_3} = \frac{\sin 30^\circ}{\sin 37^\circ} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{4}} = \frac{2}{3}$$

البته باید در صورت سؤال موازی بودن سطح مشترک محیط‌ها ذکر می‌شد.

نور از محیط رقیق به محیط غلیظ وارد می‌شود پس پرتوها به خط عمود نزدیک می‌شوند. از طرفی ضریب شکست مایع شفاف برای نور قرمز کمتر از نور سبز است بنابراین نور قرمز کمتر منحرف می‌شود.

با توجه به نمودار:

$$\left. \begin{aligned} \frac{3}{2}\lambda &= 0.15 \Rightarrow \lambda = 0.1 \text{ m} \\ v &= \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{\lambda_0}{0.2}} = 20 \text{ m/s} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \lambda = vT \Rightarrow 0.1 = 20 \times T \Rightarrow T = \frac{1}{200} \text{ s}$$

مدت زمان $t = \frac{1}{100} \text{ s}$ برابر ۲ دوره نوسان است زیرا:

$$\frac{t}{T} = \frac{0.01}{\frac{1}{200}} = 2$$

در هر دوره مسافت طی شده توسط هر ذره $4A$ و در دو دوره $8A$ است. بنابراین:

$$\ell = 8A = 8 \times 2 = 16 \text{ cm}$$

ابتدا تندی انتشار موج را حساب می‌کنیم و به کمک آن می‌توان طول موج را بدست آورد:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{250}{4 \times 10^{-3}}} = 250 \text{ m/s}$$

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{250}{312/5} = 0.8 \text{ m}$$

به کمک رابطه دوره تناوب آونگ ساده می‌توان نوشت:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \Rightarrow \frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{\ell'}{\ell}} \Rightarrow \frac{1}{2} = \sqrt{\frac{\ell'}{\ell}} \Rightarrow \frac{\ell'}{\ell} = \frac{1}{4} \\ \Rightarrow \ell' = \frac{1}{4}\ell$$

بنابراین طول آونگ باید به اندازه $\frac{3}{4}$ طول اولیه کاهش یابد.

$$\Delta\ell = \ell' - \ell = -\frac{3}{4}\ell = -\frac{3}{4} \times 80 = -60 \text{ cm}$$

چون از تلفات انرژی صرف نظر شده است بنابراین انرژی مکانیکی پایسته است. پس داریم:

$$\left. \begin{array}{l} E = K + U \\ K = U \end{array} \right\} \Rightarrow E = 2K$$

$$\left. \begin{array}{l} K = \frac{E}{2} = \frac{\lambda}{2} \text{ mJ} = 4 \times 10^{-3} \text{ J} \\ K = \frac{1}{2}mv^2 \end{array} \right\} \Rightarrow 4 \times 10^{-3} = \frac{1}{2} \times 10^{-1} \times v^2 \Rightarrow v^2 = \frac{2}{25} \Rightarrow v = \frac{\sqrt{2}}{5} \text{ m/s}$$

$$\frac{P_{\text{زرد}}}{P_{\text{بنفش}}} = \frac{\frac{E_{\text{زرد}}}{\cancel{f}}}{\frac{E_{\text{بنفش}}}{\cancel{f}}} = \frac{n_{\text{زرد}} hf_{\text{زرد}}}{n_{\text{بنفش}} hf_{\text{بنفش}}} = \frac{n_{\text{زرد}}}{n_{\text{بنفش}}} \times \frac{\lambda_{\text{بنفش}}}{\lambda_{\text{زرد}}}$$

$$\Rightarrow \frac{200}{200} = \frac{n_{\text{زرد}}}{n_{\text{بنفش}}} \times \frac{400 \text{ nm}}{600 \text{ nm}} \Rightarrow \frac{n_{\text{زرد}}}{n_{\text{بنفش}}} = \frac{3}{2}$$

$$hf \geq W_0 \Rightarrow \frac{hc}{\lambda} \geq W_0 \Rightarrow \lambda \leq \frac{hc}{W_0}$$

$$\lambda_{\text{max}} = \frac{hc}{W_0} = \frac{4/14 \times 10^{-15} \times 3 \times 10^8}{4/14} = 3 \times 10^{-7} \text{ m} = 300 \text{ nm}$$

$${}_{92}^{237}\text{X} \rightarrow {}_Z^A\text{Y} + {}_2^4\alpha + {}_{-1}^0\text{e} \Rightarrow \begin{cases} A = 237 - 12 = 225 \\ Z = 92 - 2 = 90 \end{cases}$$

تعداد نوکلئون‌ها همان عدد جرمی (A) است.

$$\text{جرم باقی‌مانده} = \frac{1}{33}N_0 \Rightarrow \text{جرم واپاشی شده} = \frac{32}{33}N_0$$

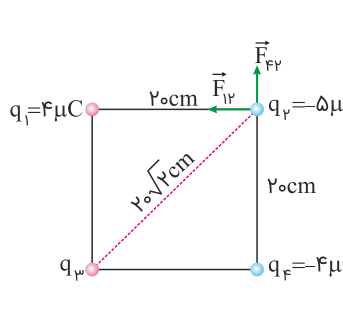
$$N = \frac{N_0}{2^n} \Rightarrow \frac{1}{33}N_0 = \frac{N_0}{2^n} \Rightarrow n = 5$$

$$n = \frac{t}{T_{\frac{1}{2}}} \Rightarrow 5 = \frac{125}{T_{\frac{1}{2}}} \Rightarrow T_{\frac{1}{2}} = 25 \text{ روز}$$

با حرکت در خلاف جهت میدان پتانسیل افزایش می‌یابد. بنابراین پتانسیل B از A بیشتر است.

$$|\Delta V| = \frac{|\Delta U|}{|q|} \Rightarrow |\Delta V| = \frac{5 \times 10^{-3}}{50 \times 10^{-6}} = 100V$$

$$V_B - V_A = +100 \Rightarrow V_B - 120 = 100 \Rightarrow V_B = 220V$$



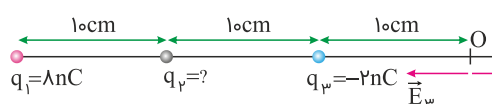
$$\begin{aligned} \vec{F}_{12} + \vec{F}_{13} + \vec{F}_{23} &= \vec{F}_{\text{net}} \\ \Rightarrow -(9 \times 10^9 \times \frac{20 \times 10^{-12}}{4 \times 10^{-2}} \vec{i}) + (9 \times 10^9 \times \frac{20 \times 10^{-12}}{4 \times 10^{-2}} \vec{j}) + \vec{F}_{23} &= -9\vec{i} \\ \Rightarrow -4/5 \vec{i} + 4/5 \vec{j} + \vec{F}_{23} &= -9\vec{i} \\ \Rightarrow \vec{F}_{23} &= -4/5 \vec{i} - 4/5 \vec{j} \Rightarrow |\vec{F}_{23}| = 4/5\sqrt{2} \end{aligned}$$

با توجه به جهت نیروی $\vec{F}_{23}$ ، بار q_3 بار q_2 را جذب کرده است و علامت بار q_3 مثبت است.

$$k \frac{|q_3| |q_2|}{r_{23}^2} = 4/5\sqrt{2} \Rightarrow 9 \times 10^9 \times \frac{|q_3| \times 5 \times 10^{-6}}{(\lambda \times 10^{-2})^2} = 4/5\sqrt{2} \Rightarrow q_3 = +8\sqrt{2} \mu C$$

نیروی الکتریکی را در هر دو حالت از قانون کولن بدست می‌آوریم و بر هم تقسیم می‌کنیم. بنابراین داریم:

$$\frac{F'}{F} = \frac{|q'_1|}{q_1} \times \frac{|q'_2|}{|q_1|} \times \left(\frac{r}{r'}\right)^2 = 3 \times 3 \times \left(\frac{1}{3}\right)^2 = 1$$



ابتدا میدان حاصل از دو بار q_1 و q_3 را در نقطه O رسم می‌کنیم و میدان برآیند را در نقطه O برابر 100 N/C قرار می‌دهیم:

$$E = k \frac{|q|}{r^2}$$

$$|\vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3| = 100 \Rightarrow \left| 9 \times 10^9 \times \frac{1 \times 10^{-9}}{9 \times 10^{-2}} \vec{i} + \vec{E}_2 + (-9 \times 10^9 \times \frac{2 \times 10^{-9}}{10^{-2}} \vec{i}) \right| = 100$$

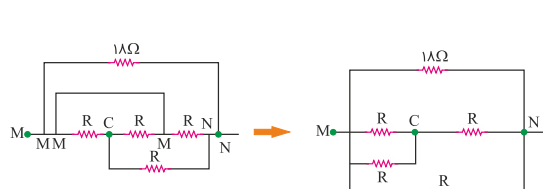
$$\Rightarrow |100\vec{i} + \vec{E}_2 - 1800\vec{i}| = 100 \Rightarrow \begin{cases} \vec{E}_2 = +900\vec{i} \\ E_2 = +1100\vec{i} \end{cases}$$

$$E_2 = k \frac{|q_2|}{r_2^2} \Rightarrow \begin{cases} 900 = 9 \times 10^9 \frac{|q_2|}{4 \times 10^{-2}} \Rightarrow q_2 = +4 \text{ nC} \\ 1100 = 9 \times 10^9 \times \frac{|q_2|}{4 \times 10^{-2}} \Rightarrow q_2 = \frac{44}{9} \text{ nC} \end{cases}$$

ظرفیت خازن در هر دو ولتاژ ثابت است بنابراین:

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{\frac{1}{2} C_2 V_2^2}{\frac{1}{2} C_1 V_1^2} = \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^2 = \left(\frac{15}{20} \right)^2 = \frac{9}{16}$$

ترمیستور نوعی از مقاومت است که بستگی مقاومت الکتریکی آن به دما، با مقاومت‌های الکتریکی معمولی متفاوت است. اغلب از ترمیستورها به عنوان حسگر دما در مدارهای حساس به دما مانند زنگ خطر آتش و دماپاها و نیز در دماسنج‌ها استفاده می‌شود.



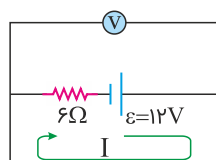
$$R_{eq} = \left(\left(\frac{R}{2} + R \right) \parallel R \parallel 18 \Omega \right) = \left(\left(\frac{\frac{3}{2}R \times R}{\frac{3}{2}R + R} \right) \parallel 18 \Omega \right)$$

$$\Rightarrow R_{eq} = \left(\frac{3}{5}R \parallel 18 \right) = \frac{\frac{3}{5}R \times 18}{\frac{3}{5}R + 18} = \frac{R}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{54R}{3R + 90} = \frac{R}{2} \Rightarrow 108 = 3R + 90 \Rightarrow R = 6 \Omega$$

قانون اهم را برای هر دو مقاومت می‌نویسیم، به این ترتیب داریم:

$$\frac{R_B}{R_A} = \frac{\frac{V_B}{I_B}}{\frac{V_A}{I_A}} = \frac{\frac{۲}{۳}}{\frac{۳}{۲}} = \frac{۴}{۹}$$



$$I = \frac{\varepsilon}{R_q + r} = \frac{۱۲}{۶ + ۶} = ۲ \text{ A}$$

$$V = \varepsilon - rI = ۱۲ - ۶ \times ۲ = ۰$$

ابتدا شعاع حلقه را بدست می‌آوریم سپس با استفاده از رابطه زیر، میدان مغناطیسی داخل پیچه مسطح را حساب می‌کنیم:

$$A = \pi r^2 \Rightarrow ۶۴\pi = \pi r^2 \Rightarrow r = ۸ \text{ cm}$$

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2r} \Rightarrow B = \frac{۴\pi \times ۱۰^{-۷} \times ۵۰ \times ۸}{۲ \times ۸ \times ۱۰^{-۲}} = ۱۰^{-۳} \pi \text{ (T)}$$

طبق قاعده دست چپ گزینه "۳" درست است. البته در صورت سؤال باید ذکر می‌شد که جهت بردار سرعت کدام می‌تواند باشد.

با استفاده از قانون فاراده می‌توان نوشت:

$$\bar{\varepsilon} = -N \frac{\Delta \phi}{\Delta t} \Rightarrow \bar{\varepsilon} = -۶۰ \left(\frac{۴ \times ۱۰^{-۳} \cos \pi - ۴ \times ۱۰^{-۳} \cos(\frac{\pi}{۲})}{\frac{1}{۱۰۰} - \frac{1}{۲۰۰}} \right) = -۶۰ \left(\frac{-۴ \times ۱۰^{-۳} - ۰}{\frac{1}{۲۰۰}} \right)$$

$$\Rightarrow \bar{\varepsilon} = ۴۸ \text{ V}$$

با حرکت میله MN شار عبوری از حلقه کاهش می‌یابد بنابراین طبق قانون لنز میدان القایی هم‌جهت با میدان اصلی است در نتیجه به کمک قاعده دست راست، جریان عبوری از میله از N به M است.

$$|\varepsilon| = NBvL \Rightarrow ۰/۱۵ = ۱ \times ۰/۱۲ \times v \times \frac{1}{۴} \Rightarrow v = ۵ \text{ m/s}$$

بیشترین فشار مکعب وقتی به سطح وارد می‌شود که روی کوچکترین وجه آن قرار بگیرد. در این شرایط ارتفاع قرارگیری مکعب بیشتر می‌شود. بنابراین براساس تعریف فشار می‌توان نوشت:

$$P = \frac{F}{A} = \frac{mg}{A} \xrightarrow{m=\rho V} P = \frac{\rho g V}{A} = \frac{\rho g (Ah)}{A} = \rho gh$$

$$P_{\max} = \rho gh_{\max} \Rightarrow P_{\max} = 8 \times 10^3 \times 10 \times 5 \times 10^{-2} = 4 \times 10^3 \text{ Pa}$$

با اضافه کردن جیوه در شاخه A، سطح جیوه در شاخه چپ ثابت می‌ماند. بنابراین حجم گاز ثابت است.

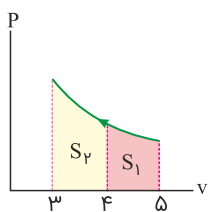
$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \Rightarrow \frac{75}{273 + 27} = \frac{P_2}{273 + 27 + 30} \Rightarrow P_2 = 1/1 \times 75$$

چون سطح جیوه در شاخه سمت چپ ثابت باقی مانده است بنابراین افزایش فشار گاز همان ارتفاع اضافه‌شده به شاخه سمت راست است.

$$\Delta h = P_2 - P_1 = 1/1 \times 75 - 75 = 0/1 \times 75 = 7/5 \text{ cmHg}$$

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{1/8 \times 10^5 \times 1/4}{273 + 7} = \frac{10^5 \times V_2}{273 + 27}$$

$$\Rightarrow V_2 = 2/7 \text{ cm}^3 \Rightarrow \Delta V = 2/7 - 1/4 = 1/3 \text{ cm}^3$$



$$S_2 > S_1 \Rightarrow |W_2| > |W_1| \xrightarrow{W > 0} W_2 > W_1$$

$$\Delta U = W + \dot{Q} \Rightarrow \Delta U_2 > \Delta U_1$$

با استفاده از رابطه مقیاس دمای سلسیوس و فارنهایت و فرض سوال می‌توان نوشت:

$$F = \frac{9}{5}\theta + 32 \Rightarrow 122 = \frac{9}{5}\theta + 32 \Rightarrow 90 = \frac{9}{5}\theta \Rightarrow \theta = 50^{\circ}\text{C}$$

این دما بر حسب کلوین برابر است با:

$$T = \theta + 273 = 50 + 273 = 323\text{ K}$$