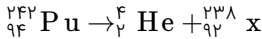


گزینه ۱

۱

واپاشی آلفا (α) به معنای گسیل یک ذره آلفا از هسته مادر است. ذره آلفا همان هسته هلیوم (${}^4_2\text{He}$) است که شامل ۲ پروتون و ۲ نوترون می‌باشد.



گزینه ۳

۲

برای تعیین جهت خطوط میدان مغناطیسی از قاعده دست راست استفاده می‌کنیم. انگشت شست دست راست را در جهت جریان قرار می‌دهیم. در این سوال، جریان به طرف بیرون صفحه است (با نماد $\odot$ نشان داده شده)، پس شست به سمت بیرون صفحه (به سمت ما) اشاره می‌کند. جهت خم شدن چهار انگشت دیگر، جهت خطوط میدان مغناطیسی را نشان می‌دهد. وقتی شست به سمت بیرون صفحه باشد، انگشتان در جهت پادساعتگرد (خلاف جهت حرکت عقربه‌های ساعت) خم می‌شوند. تراکم خطوط میدان مغناطیسی نشان‌دهنده شدت میدان است. در جایی که میدان قوی‌تر است (نزدیک سیم)، خطوط باید به هم نزدیک‌تر (متراکم‌تر) باشند و در جایی که میدان ضعیف‌تر است (دور از سیم)، خطوط باید از هم دورتر باشند.

گزینه ۴

۳

$$F = qvB \sin \theta \Rightarrow B = \frac{F}{qv} \Rightarrow [B] = \frac{N}{C.m/s}$$

$$[B] = \frac{N.s}{C.m} = \frac{\frac{kg.m}{s^2}.s}{A.s.m} = \frac{kg}{A.s^2} = \frac{kg}{C.s}$$

گزینه ۲

۴

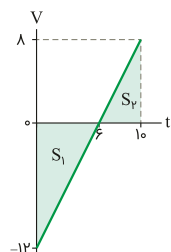
بررسی گزینه‌ها:

۱. بارومتر، وسیله‌ای ساده برای اندازه‌گیری فشار جو است: این جمله صحیح است. فشارسنج هوا یا بارومتر توسط تورپچلی برای اندازه‌گیری فشار جو اختراع شد.
۲. فشار در یک عمق معین از مایع به جهت‌گیری سطحی که فشار به آن وارد می‌شود، بستگی دارد: این جمله نادرست است. فشار در یک نقطه معین درون یک شاره ساکن، اسکالر است و در تمام جهات یکسان عمل می‌کند. نیروی ناشی از فشار همواره عمود بر سطح وارد می‌شود، اما مقدار فشار به جهت‌گیری آن سطح بستگی ندارد.
۳. یکی از وسیله‌های ساده برای اندازه‌گیری فشار یک شاره محصور، فشارسنج U شکل است که مانومتر نامیده می‌شود: این جمله صحیح است. فشارسنج U شکل به عنوان مانومتر معرفی شده که برای اندازه‌گیری فشار شاره محصور (معمولاً فشار پیمانه‌ای) به کار می‌رود.
۴. در آزمایش تورپچلی، برای لوله‌های غیرمویین، اگر سطح مقطع و طول لوله‌ها متفاوت باشد، ارتفاع ستون جیوه تغییر نمی‌کند: این جمله صحیح است. ارتفاع ستون مایع (h) در آزمایش تورپچلی تنها به فشار جو (P_0)، چگالی مایع (ρ) و شتاب گرانش g بستگی دارد ($P_0 = \rho gh$) و به شکل، سطح مقطع یا طول لوله (به شرط کافی بودن طول و غیرمویین بودن) وابسته نیست. بنابراین، تنها گزینه نادرست، گزینه ۲ است.

برای پیدا کردن مسافت، ابتدا باید ببینیم آیا متحرک در بازه زمانی $[۰, ۱۰]$ تغییر جهت می‌دهد یا خیر. تغییر جهت زمانی رخ می‌دهد که سرعت صفر شود. برای بدست آوردن معادله سرعت- زمان از معادله حرکت جسم مشتق می‌گیریم یا اینکه معادله مکان-زمان را با معادله حرکت جسم مقایسه می‌کنیم و شتاب و سرعت اولیه را بدست می‌آوریم سپس معادله سرعت- زمان را می‌نویسیم:

$$v = ۲t - ۱۲ \xrightarrow{v=0} t = ۶s$$

متحرک در $t = ۶s$ تغییر جهت می‌دهد.



اکنون سطح زیر نمودار را محاسبه می‌کنیم:

$$S = S_1 + S_2 = \left| \frac{-12 \times 6}{2} \right| + \left| \frac{8 \times 4}{2} \right| = |-36| + |16| = 52m$$

محاسبه مستقیم:

$$\left. \begin{array}{l} a = -۳m/s^2 \\ \Delta x = ۲۰۰m \\ v_f = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow v_f^2 - v_i^2 = -2a\Delta x \Rightarrow v_i^2 = 6 \times ۲۰۰ = ۱۲۰۰ \Rightarrow v_i = ۲۰\sqrt{۳}m/s$$

از معادله سرعت- زمان، زمان کل حرکت را محاسبه می‌کنیم:

$$v_f = at + v_i \Rightarrow t = -\frac{۲۰\sqrt{۳}}{-۳} = \frac{۲۰\sqrt{۳}}{۳}$$

یافتن زمان شروع ۳ ثانیه آخر: ۳ ثانیه آخر حرکت برابر با t_3 خواهد بود. اکنون باید در این زمان سرعت ابتدایی را پیدا کنیم و سپس جابه‌جایی در ۳ ثانیه آخر حرکت را بدست آوریم.

$$v_1 = a(t - ۳) + v_i = -۳\left(\frac{۲۰\sqrt{۳}}{۳} - ۳\right) + ۲۰\sqrt{۳} = ۹m/s$$

$$\Delta x = \frac{1}{2}a\Delta t^2 + v_1\Delta t = \frac{1}{2} \times -۳ \times ۹ + ۹ \times ۳ = ۱۳/۵m$$

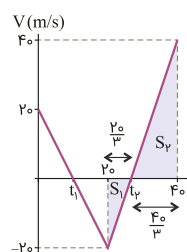
ابتدا نمودار سرعت زمان را رسم می‌کنیم:

$$(0, v_0) : v = at + v_0 \xrightarrow{v=0} 2t_1 = v_0 \Rightarrow t_1 = 10s$$

$$t = v_0s : v(v_0) = -2 \times v_0 + v_0 = -v_0 m/s$$

$$(v_0s, f_0s) : v = a(t_v - v_0) + v_0 \xrightarrow{v=0} 3(t_v - v_0) = v_0 \Rightarrow t_v = \frac{v_0}{3} + v_0 = \frac{4v_0}{3}s$$

$$t = f_0s : v(f_0) = 3 \times (f_0 - v_0) - v_0 = f_0 m/s$$



مسافت طی شده برابر است با مجموع مساحت‌های قدر مطلق سطح زیر نمودار سرعت- زمان نسبت به محور زمان در بازه مورد نظر.

$$\left. \begin{aligned} S_1 &= \frac{v_0 \times \frac{v_0}{3}}{2} = \frac{v_0^2}{6} \\ S_2 &= \frac{f_0 \times \frac{f_0}{3}}{2} = \frac{f_0^2}{6} \end{aligned} \right\} \Rightarrow S = S_1 + S_2 = \frac{1000}{3}m$$

بنابراین، مسافتی که متحرک در v_0 ثانیه دوم (از $t = v_0s$ تا $t = f_0s$) طی می‌کند، برابر با $\frac{1000}{3}$ متر است.

برای پیدا کردن لحظه‌هایی که مکان متحرک $\vec{x} = (136\text{m})\vec{i}$ است، ابتدا باید جابجایی لازم را محاسبه کنیم: مکان اولیه 10m و مکان نهایی 136m جابجایی لازم برابر است با:

$$\Delta x = 136 - 10 = 126\text{m}$$

جابجایی متحرک برابر با مساحت زیر نمودار سرعت- زمان است. باید لحظه یا لحظه‌هایی را پیدا کنیم که مساحت زیر نمودار از $t = 0$ تا آن لحظه برابر با 126 متر شود.

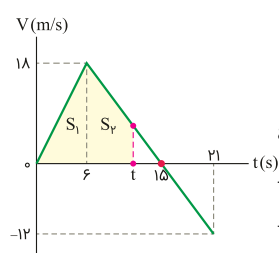
نمودار سرعت- زمان از دو بخش خطی تشکیل شده است:

۱. بازه 0 تا 6 ثانیه: سرعت از 0 به 18m/s افزایش می‌یابد. حرکت با شتاب ثابت مثبت است. جابجایی در این بازه (مساحت مثلث):

$$S_1 = \frac{6 \times 18}{2} = 54\text{m}$$

چون جابجایی لازم 126 (متر) بیشتر از جابجایی در 6 ثانیه اول 54 (متر) است، لحظه مورد نظر حتماً بعد از $t = 6\text{s}$ خواهد بود.

۲. بازه 6 تا 21 ثانیه: سرعت از 18m/s به -12m/s کاهش می‌یابد. حرکت با شتاب ثابت منفی است.



$$a_2 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-12 - 18}{21 - 6} = -2\text{m/s}^2$$

$$t \geq 6\text{s}: v(t) = v(6) + a_2(t - 6) = 18 - 2(t - 6) = 18 - 2t + 12 = 30 - 2t$$

$$v(t) = 0 \Rightarrow t = 15\text{s}$$

حالا باید مساحت را در بازه دوم محاسبه کنیم تا به جابجایی کل 126 متر برسیم. جابجایی مورد نیاز در بازه دوم (از $t = 6$ به بعد):

$$\Delta x = 126 - S_1 = 126 - 54 = 72\text{m}$$

مساحت زیر نمودار از $t = 6$ تا $t = 15$ (مثلث بالای محور زمان):

$$S' = \frac{9 \times 18}{2} = 81\text{m}$$

جابجایی کل تا $t = 15\text{s}$:

$$\Delta x_t = S_1 + S' = 54 + 81 = 135\text{m}$$

چون جابجایی لازم 126 (متر) کمتر از جابجایی تا $t = 15\text{s}$ (135 متر) است، اولین لحظه مورد نظر (t_1) بین 6 و 15 ثانیه قرار دارد. و چون جابجایی بعد از $t = 15\text{s}$ منفی می‌شود (سرعت منفی است)، جابجایی کل دوباره کاهش می‌یابد و ممکن است دوباره به 126 متر برسد. پس لحظه دومی (t_2) نیز وجود دارد که بزرگتر از 15 ثانیه است. پیدا کردن t_1 (بین 6 و 15): جابجایی از $t = 6$ تا t_1 باید برابر 72 متر باشد. این مساحت یک ذوزنقه است.

$$S_2 = \frac{1}{2}(v(6) + v(t_1)) \times (t_1 - 6) \Rightarrow 126 - 54 = \frac{1}{2}(18 + (30 - 2t_1)) \times (t_1 - 6)$$

$$\Rightarrow t_1^2 - 30t_1 + 216 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 12\text{s} \\ t = 18\text{s} \end{cases}$$

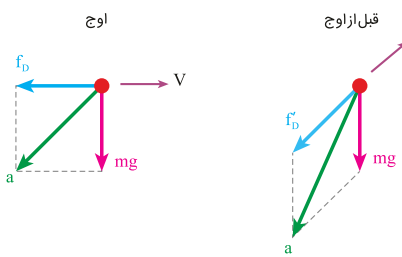
چون t_1 باید بین 6 و 15 باشد، پس $t_1 = 12\text{s}$. تا همین جا با بررسی گزینه‌ها به این نتیجه می‌رسیم که پاسخ صحیح گزینه ۲ است. بنابراین، لحظه‌هایی که مکان متحرک 136 متر است، $t = 12\text{s}$ و $t = 18\text{s}$ هستند.

تحلیل مسئله: در حرکت پرتابی، اگر از مقاومت هوا صرف نظر کنیم، تنها نیروی وارد بر جسم (توپ) نیروی گرانش است. طبق قانون دوم نیوتون، شتاب جسم در این حالت برابر با شتاب گرانشی ($\vec{g}$) است و همواره به سمت پایین است. بنابراین، در تمام نقاط مسیر، از جمله کمی قبل از نقطه اوج و در خود نقطه اوج، شتاب جسم برابر $\vec{g}$ و اندازه آن برابر g است. در این حالت داشتیم $a = a_{\text{اوج}} = g$:
اما هیچ کدام از گزینه‌ها این حالت را نشان نمی‌دهند. این موضوع قویاً نشان می‌دهد که در این سؤال، مقاومت هوا در نظر گرفته شده است. حالا با در نظر گرفتن مقاومت هوا، تحلیل می‌کنیم: نیروی مقاومت هوا (f_D) همواره در خلاف جهت سرعت لحظه‌ای وارد می‌شود و اندازه آن معمولاً با افزایش سرعت، زیاد می‌شود. نیروی خالص وارد بر توپ برابر است با برآیند نیروی گرانش و نیروی مقاومت هوا:

$$F_{\text{net}} = mg + f_D \Rightarrow a = \frac{F_{\text{net}}}{m} = g + \frac{f_D}{m}$$

سرعت توپ کمی قبل از اوج بزرگتر از سرعت توپ در نقطه اوج است (چون مولفه عمودی سرعت حذف می‌شود).
بنابراین، نیروی مقاومت هوا کمی قبل از اوج بزرگتر از نیروی مقاومت هوا در نقطه اوج است.

از آنجایی که مولفه عمودی شتاب قبل از اوج $|a_{y,D}| = g + |f_{y,D}|$ بزرگتر از مولفه عمودی شتاب در اوج $|a_{\text{اوج},y}| = g$ است، و همچنین مولفه افقی شتاب قبل از اوج نیز احتمالاً بزرگتر یا قابل مقایسه با مولفه افقی در اوج است (بستگی به زاویه و نسبت سرعت‌ها دارد، اما f_D بزرگتر است)، نتیجه می‌گیریم که اندازه شتاب کل قبل از اوج بزرگتر از اندازه شتاب کل در اوج است. یعنی $a > a_{\text{اوج}} > g$.



تعیین زمان شروع حرکت: جعبه تا زمانی که نیروی افقی اعمال شده (F) کمتر از $f_{s,\text{max}}$ باشد، ساکن می‌ماند. حرکت زمانی آغاز می‌شود که F به $f_{s,\text{max}}$ برسد.

$$F_N = mg = 500\text{N}$$

$$f_{s,\text{max}} = \mu_s \times F_N = 0.6 \times 500 = 300\text{N}$$

$$F = f_{s,\text{max}} \Rightarrow 100t = 300 \Rightarrow t = 3\text{s}$$

پس جعبه در لحظه $t = 3\text{s}$ شروع به حرکت می‌کند.

پس از شروع حرکت (برای $t \geq 3\text{s}$)، نیروی اصطکاک وارد بر جعبه از نوع جنبشی است و مقدار آن ثابت است:

$$f_k = \mu_k F_N = 0.4 \times 500 = 200\text{N}$$

محاسبه شتاب جعبه برای $t \geq 3\text{s}$:

ابتدا نیروی خالص وارد بر جعبه را محاسبه می‌کنیم.

$$F_{\text{net}} = F - f_k = ma \Rightarrow 100t - 200 = ma \Rightarrow a = 2t - 4$$

$$\xrightarrow{t=3\text{s}} a = 2\text{m/s}^2$$

$$\xrightarrow{t=4\text{s}} a = 4\text{m/s}^2$$

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \Rightarrow \begin{cases} \Delta x_{\text{min}} = \frac{1}{2} \times 2 \times 1 + 0 = 1\text{m} \\ \Delta x_{\text{max}} = \frac{1}{2} \times 4 \times 1 + 0 = 2\text{m} \end{cases} \Rightarrow 1 < d < 2$$

نیروی گرانشی بین دو جسم از قانون جهانی گرانش نیوتون به دست می‌آید. فاصله ماهواره از سطح زمین داده شده است. برای استفاده در فرمول گرانش، به فاصله ماهواره از مرکز زمین نیاز داریم. این فاصله برابر است با شعاع زمین (R_e) به اضافه ارتفاع ماهواره از سطح زمین h :

$$F = G \frac{mM_e}{r^2} = \frac{6.67 \times 10^{-11} \times 5.98 \times 10^{24} \times 200}{(9000 \times 10^3)^2} = 984/8\text{N} \simeq 985\text{N}$$

با توجه به نمودار دامنه نوسان $A = 2\text{cm}$ است. در یک دوره تناوب کامل (T)، ذره M مسافت کل $4A$ را طی می‌کند (از $-A$ به $+A$ و دوباره به $-A$). مسافت طی شده از دره $-A$ تا قله $+A$ برابر $2A$ است. یعنی:

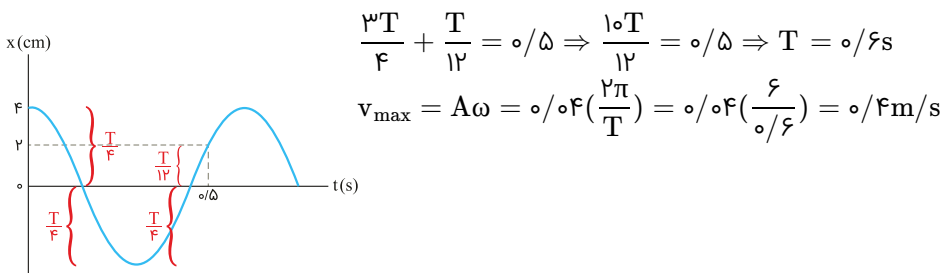
$$2A = 2 \times 2 = 4\text{cm}$$

زمان لازم برای طی این مسافت نصف دوره تناوب ($T/2$) است. بنابراین:

$$\frac{T}{2} = \frac{1}{\lambda} \Rightarrow T = \frac{1}{f} \text{ s} \Rightarrow f = 4\text{Hz}$$

با توجه به نمودار $\frac{\lambda}{f} = 15 \Rightarrow \lambda = 60\text{cm} = 0.6\text{m}$ بنابراین:

$$v = \frac{\lambda}{T} = 0.6 \times 4 = 2.4\text{m/s}$$



مسافتی که موج در مدت یک ثانیه طی می‌کند، همان تندی انتشار موج (v) است. پس باید تندی انتشار موج عرضی در سیم را محاسبه کنیم.

$$v = \sqrt{\frac{F}{\rho A}} = \sqrt{\frac{156}{7800 \times 5 \times 10^{-7}}} = 200\text{m/s}$$

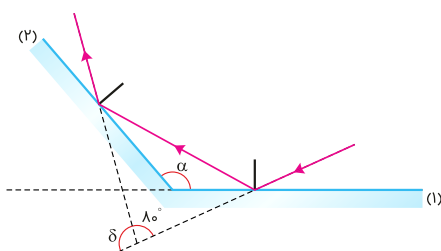
$$x = vt = 200\text{m/s} \times 1\text{s} = 200\text{m}$$

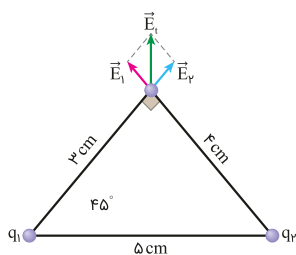
با توجه به شکل، زاویه 80° در واقع زاویه بین امتداد پرتو تابش اولیه و پرتو بازتاب نهایی است. زاویه انحراف کلی (δ) برابر است با:

$$\delta = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$$

رابطه بین زاویه انحراف (δ) و زاویه بین آیینه‌ها (α):

$$\delta = 360^\circ - 2\alpha \Rightarrow 100 = 360^\circ - 2\alpha \Rightarrow \alpha = 130^\circ$$





$$E = k \frac{q}{r^2} \Rightarrow \begin{cases} E_1 = \frac{9 \times 10^9 \times 3 \times 10^{-8}}{9 \times 10^{-2}} = 3 \times 10^5 \text{ N/C} \\ E_2 = \frac{9 \times 10^9 \times 16 \times 10^{-8}}{16 \times 10^{-2}} = 9 \times 10^5 \text{ N/C} \end{cases}$$

$$E_t = \sqrt{(3 \times 10^5)^2 + (9 \times 10^5)^2} = 3\sqrt{10} \times 10^5 \text{ N/C}$$

برای یک میدان الکتریکی یکنواخت بین صفحات خازن تخت، رابطه بین اختلاف پتانسیل (V)، میدان الکتریکی (E) و فاصله (d) به صورت زیر است:

$$E = \frac{V}{d} = \frac{6}{2 \times 10^{-3}} = 3 \times 10^3 \text{ V/m}$$

$$R = \frac{\rho L}{A}$$

$$\rho = \frac{m}{V} \xrightarrow{V = A \cdot L = \pi r^2 L} 10^3 = \frac{314 \times 10^{-3}}{3/14 \times 25 \times 10^{-4} L} \Rightarrow L = 40 \text{ m}$$

$$\Rightarrow R = \frac{3/14 \times 10^{-4} \times 40}{3/14 \times 25 \times 10^{-4}} = \frac{40}{25} = 1.6 \Omega$$

وقتی کلید S باز است، شاخه بالایی مدار قطع است و جریانی از آن عبور نمی‌کند.

جریان فقط از لامپ پایینی عبور می‌کند.

مقاومت معادل مدار در این حالت $R_{eq} = R$ است.

جریان عبوری از باتری (و آمپرسنج) طبق قانون اهم برابر است با:

$$I_1 = \frac{V}{R_{eq}} = \frac{V}{R}$$

وقتی کلید S بسته می‌شود، شاخه بالایی به مدار وصل می‌شود.

در شاخه بالایی، دو لامپ به صورت سری قرار دارند. شاخه بالایی (با مقاومت $2R$) با شاخه پایینی (با مقاومت R) به صورت موازی می‌گیرند.

مقاومت معادل برابر است با:

$$\begin{aligned} R_{eq} &= \frac{2R \times R}{2R + R} = \frac{2}{3}R \\ \Rightarrow I_2 &= \frac{V}{\frac{2}{3}R} = \frac{3V}{2R} \\ \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} &= \frac{\frac{3V}{2R}}{\frac{V}{R}} = \frac{3}{2} = 1.5 \end{aligned}$$

هدف مسئله، یافتن مقدار مقاومت R است به گونه‌ای که توان خروجی باتری (توانی که به مدار خارجی تحویل داده می‌شود) با بستن کلید K تغییر نکند.

توان خروجی باتری از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$P_{\text{out}} = V I = R_{\text{eq}} I^2$$

جریان کل مدار نیز از قانون اهم برای کل مدار به دست می‌آید:

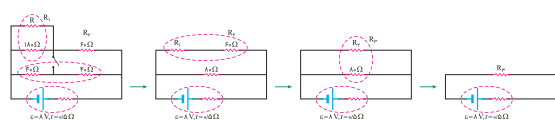
$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_{\text{eq}} + r}$$

شرط مسئله این است که توان خروجی در دو حالت باز و بسته بودن کلید برابر باشد، این حالت تنها در صورتی برقرار است که شرط زیر وجود داشته باشد:

$$R_{\text{eq}} I^2 = R'_{\text{eq}} I'^2 \Rightarrow R_{\text{eq}} \left(\frac{\mathcal{E}}{R_{\text{eq}} + r} \right) = R'_{\text{eq}} \left(\frac{\mathcal{E}}{R'_{\text{eq}} + r} \right) \Leftrightarrow R_{\text{eq}} = R'_{\text{eq}}$$

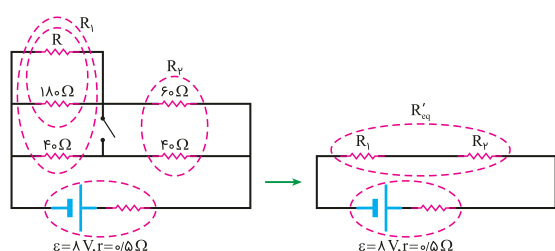
ما باید مقاومت معادل خارجی را در دو حالت محاسبه کرده و این شرایط را بررسی کنیم.

(۱) محاسبه مقاومت معادل خارجی در حالت کلید باز :



$$R_{\text{eq}} = R_{\text{pr}} = \frac{R_{\text{pr}} \times \lambda_0}{R_{\text{pr}} + \lambda_0} = \frac{(R_1 + \epsilon_0) \times \lambda_0}{(R_1 + \epsilon_0) + \lambda_0} = \frac{\left(\frac{R \times \lambda_0}{R + \lambda_0} + \epsilon_0 \right) \times \lambda_0}{\left(\frac{R \times \lambda_0}{R + \lambda_0} + \epsilon_0 \right) + \lambda_0} = \frac{\lambda_0 \Delta R}{R + \lambda_0}$$

(۲) محاسبه مقاومت معادل خارجی در حالت کلید بسته:



$$R_1 = \frac{\frac{R \times \lambda_0}{R + \lambda_0} \times \epsilon_0}{\frac{R \times \lambda_0}{R + \lambda_0} + \epsilon_0}, \quad R_{\text{pr}} = \frac{\epsilon_0 \times \epsilon_0}{\epsilon_0 + \epsilon_0} = 24 \Omega$$

$$R'_{\text{eq}} = \frac{\frac{R \times \lambda_0}{R + \lambda_0} \times \epsilon_0}{\frac{R \times \lambda_0}{R + \lambda_0} + \epsilon_0} + 24 = \frac{7200R}{220R + 7200} + 24$$

اعمال شرط مسئله:

$$R_{\text{eq}} = R'_{\text{eq}} \Rightarrow \frac{\lambda_0 \Delta R + 43200}{R + 72/75} = \frac{7200R}{220R + 7200} + 24$$

با جایگذاری گزینه‌ها $\rightarrow R = 90 \Omega \Rightarrow R_{\text{eq}} = R'_{\text{eq}} = 48 \Omega$

برای محاسبه جریان القایی متوسط در حلقه، ابتدا باید نیروی محرکه القایی متوسط را با استفاده از قانون القای فارادی محاسبه کنیم و سپس با استفاده از قانون اهم، جریان را به دست آوریم.

$$\bar{\varepsilon} = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = -N \frac{A \Delta B \cos \theta}{\Delta t} = -1 \times \frac{4 \times 10^{-4} \times (0 - 0.16)}{10^{-2}} = 4 \times 10^{-6} \text{ V}$$

$$I = \frac{\bar{\varepsilon}}{R} = \frac{4 \times 10^{-6}}{0.1} = 4 \times 10^{-5} \text{ A} = 0.04 \text{ mA}$$

فرمول حجم مخروط:

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \times 3 \times (0.1)^2 \times 0.2 = 0.01 \times 0.2 = 0.002 \text{ m}^3$$

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{5/4}{0.002} = 2500 \text{ kg/m}^3$$

کار انجام شده توسط نیروی وزن فقط به جابه‌جایی عمودی جسم بستگی دارد و از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$W = -\Delta U = +mgh = 2 \times 10 \times 10 = 200 \text{ J}$$

ابتدا سرعت را در $t = 0$ ، $t = 1 \text{ s}$ و $t = 2 \text{ s}$ بدست می‌آوریم:

$$v = at + v_0 = 3t \Rightarrow \begin{cases} v_0 = 0 \\ v_1 = 3 \text{ m/s} \\ v_2 = 6 \text{ m/s} \end{cases}$$

$$\frac{\Delta K_2}{\Delta K_1} = \frac{\frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2)}{\frac{1}{2} m (v_1^2 - v_0^2)} = \frac{36 - 9}{9} = 3$$

$$\frac{Q_B}{Q_A} = \frac{m_B \cancel{\Delta \theta_B}}{m_A \cancel{\Delta \theta_A}} = \frac{m_B \Delta \theta_B}{m_A \cancel{2} \Delta \theta_B} \Rightarrow \frac{2000}{5000} = \frac{1}{2} \frac{m_B}{m_A}$$

$$\Rightarrow \frac{m_B}{m_A} = 1 \xrightarrow{m=\rho V} \frac{\rho_B V_B}{\rho_A V_A} = 1 \xrightarrow{V=\frac{4}{3}\pi r^3} \left(\frac{r_B}{r_A}\right)^3 = 1$$

$$\Rightarrow r_B = 2r_A$$