

روش اول: ($t_1 = 4 \text{ s}$, $x_1 = 8 \text{ m}$) باید در گزینه درست صدق کند. تنها در گزینه (۲) صدق می‌کند. پس پاسخ درست گزینه ۲ است.

روش دوم: سرعت متحرک را به دست می‌آوریم:

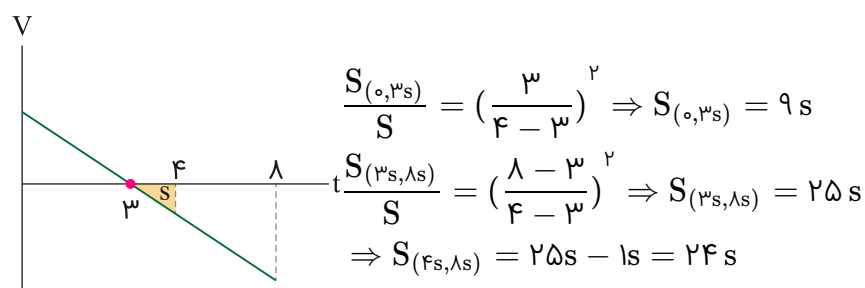
$$v_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{26 - 8}{10 - 4} = \frac{18}{6} = 3 \text{ m/s}$$

مبادله مکان- زمان حرکت با سرعت ثابت به صورت $x = vt + x_0$ است. با جایگذاری سرعت و لحظه $t_1 = 4 \text{ s}$ و $x_1 = 8 \text{ m}$ مکان اولیه متحرک را به دست می‌آوریم:

$$x = vt + x_0 \xrightarrow[t_1=4 \text{ s}]{x_1=8 \text{ m}} 8 = 3(4) + x_0 \Rightarrow x_0 = -4 \text{ m}$$

بنابراین معادله حرکت متحرک به صورت $x = 3t - 4$ در SI می‌باشد.

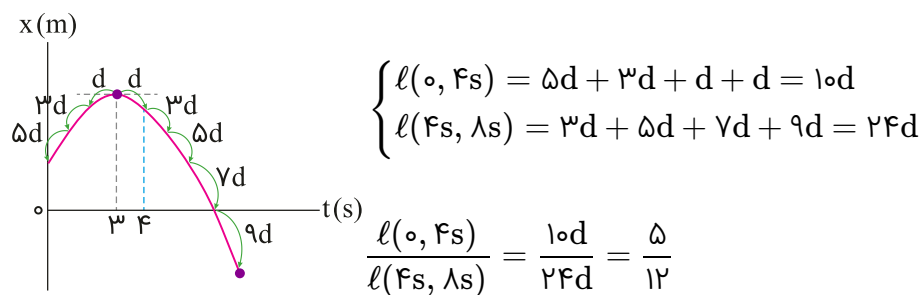
روش اول: نمودار سرعت- زمان متحرک را رسم می‌کنیم. اگر مساحت مثلث رنگی شده را S در نظر بگیریم، مساحت مثلث ۳ ثانیه نخست و دوزنقه بازه $(Fs, \lambda s)$ را به دست می‌آوریم:



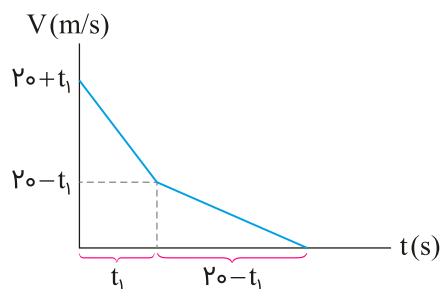
حالا نسبت خواسته شده را حساب می‌کنیم:

$$\frac{\ell_{(o, Fs)}}{\ell_{(Fs, \lambda s)}} = \frac{S_{(o, \lambda s)} + S_{(Fs, \lambda s)}}{S_{(Fs, \lambda s)}} = \frac{9s + 9s}{9s} = \frac{18}{9} = 2$$

روش دوم: مسافت طی شده در ثانیه‌های متوالی از لحظه تغییر جهت به قبل به صورت $d, 3d, 5d, 7d, 9d$ و ... می‌باشد. پس:

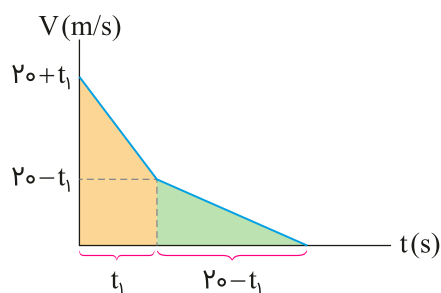


نمودار سرعت- زمان متحرک را رسم می‌کنیم. مدت حرکت با شتاب به بزرگی 1 m/s^2 را $(\nu_0 - t_1)$ در نظر می‌گیریم. بنابراین سرعت متحرک در لحظه‌ای که شتاب آن از 2 m/s^2 به 1 m/s^2 تغییر می‌کند برابر با $v = |a|_p t = 1 \times (\nu_0 - t_1)$ است. چون به مدت t_1 ثانیه با شتاب 2 m/s^2 ترمز گرفته است، پس سرعت اولیه متحرک برابر است با:



$$v_0 = a_1 t_1 + v = 2t_1 + \nu_0 - t_1 = \nu_0 + t_1$$

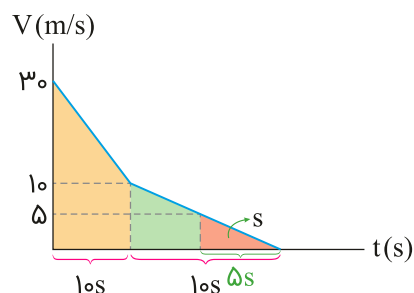
مساحت سطح زیر نمودار در t_1 ثانیه اول و $(\nu_0 - t_1)$ ثانیه بعدی را حساب می‌کنیم و نسبت آن‌ها را برابر ۴ قرار می‌دهیم تا t_1 به دست بیاید:



$$S_1 = 4S_2 \Rightarrow \nu_0 t_1 = 4 \left(\frac{(\nu_0 - t_1)^2}{2} \right)$$

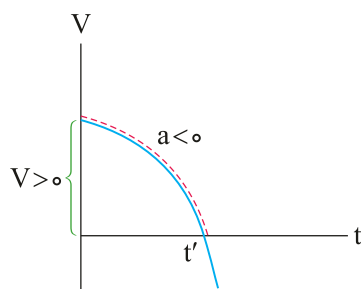
$$\Rightarrow \nu_0 t_1 = (\nu_0 - t_1)^2 \Rightarrow t_1 = 10 \text{ s}$$

حالا مسافت ۵ ثانیه نهایی را به دست می‌آوریم:



$$\ell = S = \frac{10 \times 10}{2} = 50 \text{ m}$$

در بازه $(0, t')$ نمودار بالای محور زمان است پس $v > 0$ است. شیب مماس بر نمودار سرعت- زمان برابر شتاب متحرک است. در بازه $(0, t')$ شیب مماس بر نمودار منفی است. پس شتاب در این بازه منفی است.



به جسم دو نیروی وزن و نیروی فنر وارد می‌شود. طبق قانون دوم نیوتون ابتدا برآیند نیروهای وارد بر جسم را به‌دست می‌آوریم:

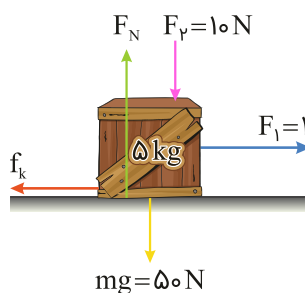
$$F_{\text{net}} = ma = 2 \times 2 = 4 \text{ N}$$

چون شتاب به سمت پایین است، پس برآیند نیروها هم به سمت پایین است. از آنجاکه وزن جسم 20 N به سمت پایین می‌باشد، پس نیروی فنر 16 N به سمت بالا است. پس فنر کشیده شده است و طول آن بیشتر از 30 cm می‌شود. تغییر طول فنر و طول نهایی فنر را به‌دست می‌آوریم:

$$F_e = kx \Rightarrow 16 = 400 \times x \Rightarrow x = \frac{4}{100} \text{ m} = 4 \text{ cm}$$

$$L = L_0 + x = 30 + 4 = 34 \text{ cm}$$

در ابتدا شتاب جسم در جهت نیروی F_1 است. قانون دوم نیوتون را برای جسم در این حالت می‌نویسیم تا نیروی اصطکاک جسم به‌دست بیاید:

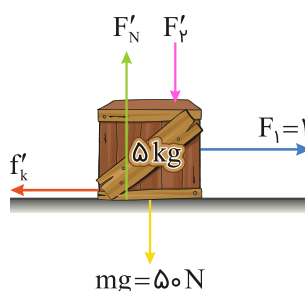


$$a_y = 0 \Rightarrow F_N = F_v + mg = 60 \text{ N}$$

$$a_x = +2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \Rightarrow F_1 - f_k = ma \Rightarrow 30 - f_k = 5 \times (2)$$

$$\Rightarrow f_k = 20 \text{ N} \Rightarrow \mu_k \times 60 = 20 \Rightarrow \mu_k = \frac{1}{3}$$

برای حالت دوم هم قانون دوم نیوتون را می‌نویسیم



$$a_y = 0 \Rightarrow F_N = F'_v + mg = 50 + F'_v$$

$$a_x = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \Rightarrow F_1 - f'_k = ma \Rightarrow 30 - f'_k = 5 \times (-2)$$

$$\Rightarrow f'_k = 40 \text{ N} \Rightarrow \mu_k \times F'_N = 40 \Rightarrow F'_N = 120 \text{ N}$$

$$50 + F'_v = 120 \Rightarrow F'_v = 70 \text{ N} \Rightarrow \Delta F_v = 70 - 10 = 60 \text{ N}$$

کافی است از رابطه نیروی خالص متوسط استفاده کنیم. سرعت اولیه و نهایی را ابتدا به متر بر ثانیه تبدیل می‌کنیم:

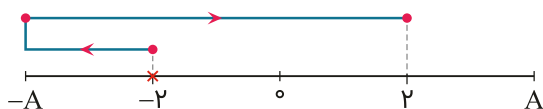
$$\begin{cases} v_1 = 144 \div 3/6 = 40 \text{ m/s} \\ v_2 = -36 \div 3/6 = -10 \text{ m/s} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta v = v_2 - v_1 = -10 - 40 = -50 \text{ m/s}$$

$$F_{av} = m \frac{\Delta v}{\Delta t} = 60 \times \frac{-50}{0/5} = -6 \times 10^3 \text{ N}$$

$$\Rightarrow |F_{av}| = -6 \times 10^3 \text{ N}$$

نوسانگر از مکان $x = -2 \text{ cm}$ قرار است با یکبار تغییر جهت به $x = 2 \text{ cm}$ برسد. این حرکت به مدت $\frac{T}{2}$ طول می‌کشد. (این نکته بارها در کنکورهای مطرح شده است)



ذرات a و b در فاصله یکسان از مرکز نوسان خود قرار دارند. طبق تقارن حرکت نوسانی تندی این دو ذره یکسان است. (پس گزینه (۱) درست است)
ذره a با توجه به جهت انتشار موج به سمت بالا می‌رود و حرکت این ذره کندشونده است. (گزینه ۲ نادرست است)
فاصله هیچ‌کدام از نقاط a و c از یکدیگر و a و b مضرب درستی از $\frac{\lambda}{2}$ نیست.

مدت‌زمان رسیدن صوت توسط فلز (t_1) و هوای درون آن (t_2) را به دست می‌آوریم:

$$\Delta x = v \cdot \Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta x}{v} \Rightarrow \begin{cases} t_1 = \frac{L}{v_1} \\ t_2 = \frac{L}{v_2} \end{cases}$$

چون سرعت صوت در فلز بیشتر از هوا است، پس t_2 بزرگ‌تر از t_1 است. پس:

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{L}{v_2} - \frac{L}{v_1} = L \left(\frac{v_1 - v_2}{v_1 v_2} \right)$$

به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

(۱) نادرست؛ قانون بازتاب عمومی برای تمام امواج برقرار است.

(۲) درست.

(۳) نادرست؛ از امواج فراصوت برای تعیین تندی شارش خون استفاده می‌شود.

(۴) نادرست؛ خفاش از امواج فراصوتی برای مکان‌یابی استفاده می‌کند.

طول موج نور در خلأ را به دست می‌آوریم:

$$\lambda_1 = \frac{c}{f} = \frac{3 \times 10^8}{5 \times 10^{14}} = 0.6 \times 10^{-6} \text{ m} = 0.6 \text{ } \mu\text{m}$$

نسبت ضریب شکست دو محیط به نسبت عکس طول موج آن‌ها است. پس ضریب شکست مایع (n_2) برابر است با:

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \frac{0.6}{\frac{9}{20}} = \frac{n_2}{1} \Rightarrow n_2 = \frac{4}{3}$$

به بررسی هر یک از گزینه‌ها می‌پردازیم:

(۱) درست؛ تراز $n = \infty$ انرژی صفر را دارد که بیشترین انرژی است.

(۲) درست؛ تراز $n = 1$ انرژی $-E_R$ را دارد که کمترین انرژی است.

(۳) نادرست؛ در دمای اتاق، الکترون اغلب در حالت پایه قرار دارد.

(۴) درست؛ اختلاف انرژی ترازها با افزایش n کاهش می‌یابد.

بلندترین طول موج مربوط به گذار الکترون از $n = 5$ به $n = 4$ است و کوتاه‌ترین طول موج مربوط به گذار الکترون از $n = 2$ به $n = 1$ است. انرژی هر کدام از این گذارها را حساب می‌کنیم:

$$E_{\min} = E_5 - E_4 = -E_R \left(\frac{1}{5^2} - \frac{1}{4^2} \right) = E_R \times \frac{9}{16 \times 25}$$

$$E_{\max} = E_2 - E_1 = -E_R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{1^2} \right) = E_R \times \frac{3}{4}$$

اختلاف انرژی‌های به دست آمده را به دست می‌آوریم:

$$\Delta E = E_R \left(\frac{3}{4} - \frac{9}{400} \right) = E_R \times \frac{291}{400} = 13/6 \times \frac{291}{400} = 9/89 \text{ eV}$$

انرژی را به ژول تبدیل می‌کنیم:

$$\Delta E = 9/89 \times 1/6 \times 10^{-19} = 15/83 \times 10^{-19} = 1/58 \times 10^{-18} \text{ J}$$

توجه کنید اگر در محاسبه بالا $9/96$ را 10 در نظر بگیریم پاسخ $1/6 \times 10^{-18} \text{ J}$ می‌شود که پاسخ باید کمی کمتر از آن باشد.

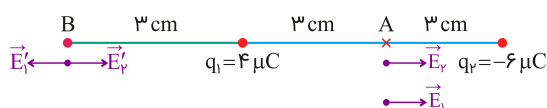
روش اول: رابطهٔ ریذبرگ را می‌نویسیم. اگر رشتهٔ مدنظر n باشد، چهارمین خط آن $n + ۴$ به n است. بنابراین:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{(n+4)^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{1102/5} = \frac{1}{100} \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{(n+4)^2} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{11/025} = \frac{1}{n^2} - \frac{1}{(n+4)^2}$$

نیازی به محاسبه نیست. امکان ندارد $\frac{1}{n^2}$ کوچک‌تر از $\frac{1}{11}$ باشد. بنابراین $n^1 = 5$ و $n^1 = 6$ قابل قبول نیست. همچنین می‌دانیم که طول موج رشته بالمر در محدودهٔ فرابنفش و مرئی است. بنابراین $n = 3$ تنها جواب قابل قبول است.

هر ۳ سانتی‌متر را یک واحد فاصله در نظر می‌گیریم. با توجه به شکل زیر بزرگی میدان در نقطهٔ A و نقطهٔ B به دست می‌آوریم. چون سؤال نسبت میدان‌ها را خواسته تبدیل واحدها را انجام نمی‌دهیم:



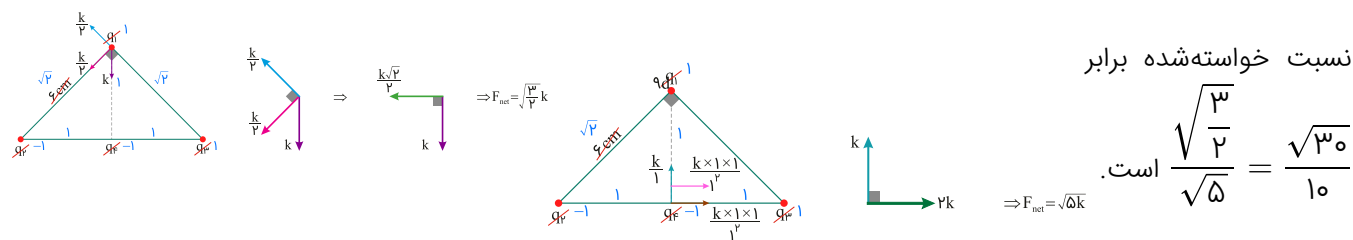
$$A \left\{ \begin{array}{l} E_1 = k \frac{q_1}{r_1^2} = k \frac{4}{1^2} = 4k \\ E_2 = k \frac{q_2}{r_2^2} = k \frac{6}{1^2} = 6k \end{array} \right. \Rightarrow E_A = E_1 + E_2 = 10k$$

$$B \left\{ \begin{array}{l} E'_1 = k \frac{q_1}{r_1'^2} = k \times \frac{4}{1^2} = 4k \\ E'_2 = k \frac{q_2}{r_2'^2} = k \times \frac{6}{(3)^2} = \frac{2}{3}k \end{array} \right. \Rightarrow E_B = E'_1 - E'_2 = \frac{10}{3}k$$

حالا نسبت خواسته شده را به دست می‌آوریم:

$$\frac{E_A}{E_B} = \frac{10k}{\frac{10}{3}k} = 3$$

ابتدا نیروی وارد بر بار q_1 را حساب می‌کنیم. چون نسبت دو نیرو مدنظر است، عدد $q = 3 \mu C$ را یک واحد و فاصله ضلع 6 cm را $\sqrt{2}$ واحد در نظر می‌گیریم.



با افزایش فاصله بین دو صفحه به اندازه ۵۰ درصد، طبق رابطه $C = k\epsilon_0 \frac{A}{d}$ ، ظرفیت خازن $\frac{2}{3}$ برابر می‌شود و از $C = 5 \mu F$ به $C' = \frac{10}{3} \mu F$ می‌رسد. چون خازن از باتری جدا است، بار خازن ثابت می‌ماند. طبق رابطه $U = \frac{Q^2}{2C}$ ، تغییرات انرژی خازن را به دست می‌آوریم:

$$\Delta U = \frac{Q^2}{2} \left(\frac{1}{C'} - \frac{1}{C} \right) = \frac{(200)^2}{2} \left(\frac{3}{10} - \frac{1}{5} \right) = 2 \times 10^4 \times \frac{1}{10} = 2 \times 10^3 \mu J = 2 \text{ mJ}$$

ابتدا توان مصرفی بخاری را برحسب کیلووات به دست می‌آوریم:

$$P = VI = 220 \times 10 = 2/2 \times 10^3 \text{ W} = 2/2 \text{ kW}$$

انرژی مصرفی را برحسب کیلووات ساعت تعیین می‌کنیم. برای این منظور توان را برحسب کیلووات در مدت زمان برحسب ساعت ضرب می‌کنیم.

$$U = P \times t = 2/2 \times (30 \times 5h) = 330 \text{ kW} \cdot h$$

در نهایت بهای برق را حساب می‌کنیم:

$$\text{تومان} = 330 \times 50 = 16500$$

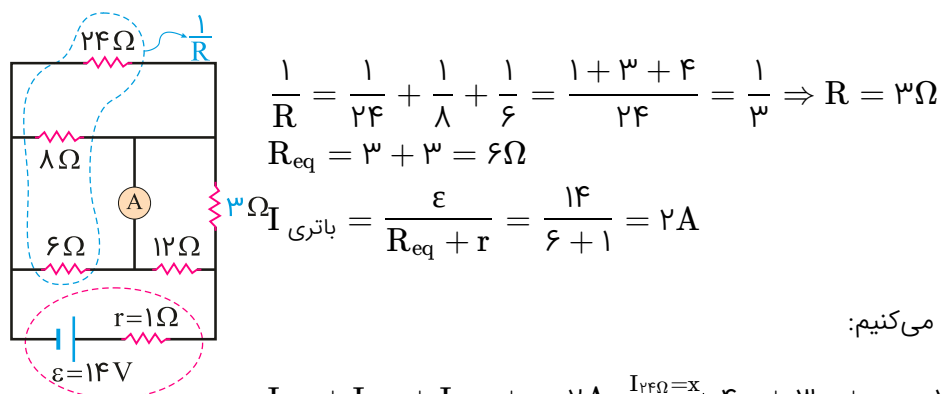
بهای برق مصرفی :

در حالت موازی اختلاف پتانسیل هر یک از لامپ‌ها با ε برابر است و در حالت متوالی اختلاف پتانسیل هر یک از لامپ‌ها $\frac{\varepsilon}{2}$ است. بنابراین توان لامپ‌ها را به دست می‌آوریم:

$$P = \frac{V^2}{R} \Rightarrow \begin{cases} P_1 = P_2 = \frac{\left(\frac{\varepsilon}{2}\right)^2}{R} = \frac{\varepsilon^2}{4R} \\ P_3 = P_4 = \frac{\varepsilon^2}{R} \end{cases}$$

با توجه به توان‌های به دست آمده گزینه (۳) درست است.

دو مقاومت 4Ω و 12Ω باهم موازی‌اند. معادل آن‌ها 3Ω است که به جای 4Ω قرار می‌گیرد و مقاومت 12Ω حذف می‌شود. بنابراین شکل ساده شده مدار به صورت زیر می‌شود. سه مقاومت 8Ω ، 24Ω و 6Ω باهم موازی‌اند.



جریان عبوری از مقاومت 6Ω را حساب می‌کنیم:

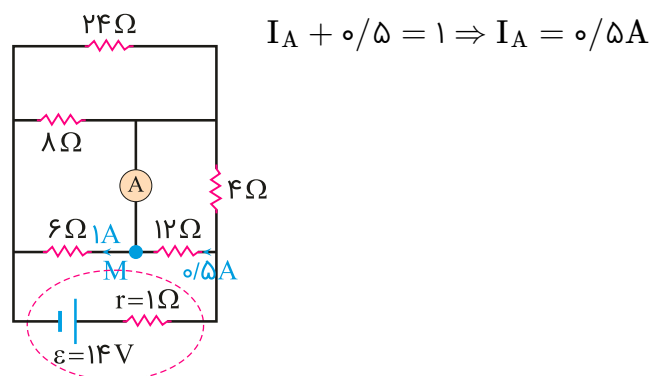
$$I_{6\Omega} + I_{8\Omega} + I_{24\Omega} = 2A \xrightarrow{I_{24\Omega}=x} 4x + 3x + x = 2$$

$$\Rightarrow 4x = 1A$$

جریان عبوری از مقاومت 12Ω در مدار اصلی را به دست می‌آوریم:

$$I_{12\Omega} + I_{6\Omega} = 2 \Rightarrow I_{12\Omega} = 0.5A$$

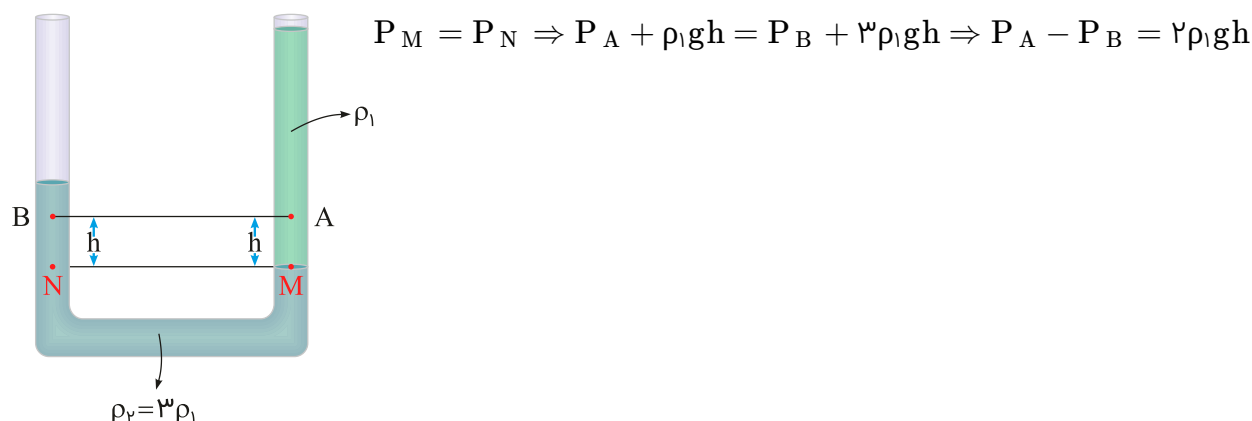
حالا با توجه به قبل، جریان عبوری از آمپرسنج را به دست می‌آوریم:



کافی است از رابطه $\Phi = BA \cos \theta$ استفاده کنیم:

$$\Phi = BA \cos \theta = (۴۰۰ \times ۱۰^{-۴}) \times (۰/۳ \times ۰/۳) \times \cos ۰ = ۳/۶ \times ۱۰^{-۳} \text{ Wb}$$

فشار در نقطه‌های M و N باهم برابر است، پس:



کافی است رابطه $K = \frac{1}{2}mv^2$ را به صورت نسبتی بنویسیم. چون تندی ۲۵ درصد افزایش یافته است، پس $\frac{v_2}{v_1} = \frac{5}{4}$ است.

$$\frac{K_2}{K_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \Rightarrow ۱ = \frac{m_2}{m_1} \times \frac{۲۵}{۱۶} \Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = \frac{۱۶}{۲۵} = \frac{۶۴}{۱۰۰}$$

بنابراین جرم ۳۶ درصد کاهش یافته است.

تنها مؤلفه افقی که هم‌جهت با جابه‌جایی است، کار انجام می‌دهد. پس:

$$W_F = F_x d_x = ۴۰ \times ۱۰ = ۴۰۰ \text{ J}$$

ار رابطه شار مغناطیسی داریم:

$$\left. \begin{aligned} \Phi &= BA \\ F &= ILB \Rightarrow B = \frac{F}{IL} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \Phi = \frac{F}{IL} A$$

حال از قانون دوم نیوتن معادل F را جایگذاری می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \Phi &= \frac{ma}{IL} A \Rightarrow [\Phi] = \frac{\text{kg} \times \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{A \times \text{m}} \times \text{m}^2 \\ \Rightarrow wb &= \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{A \cdot \text{s}^2} \end{aligned}$$

کافی است از قاعده دست راست استفاده کنیم. ۴ انگشت را روی I به گونه‌ای قرار می‌دهیم تا میدان از کف دست خارج شود. انگشت شست در این حالت درون صفحه را نشان می‌دهد.

این شکل مربوط به دماسنج کمینه- بیشینه است.

کافی است فرمول میدان مغناطیسی سیم‌لوله را بنویسیم و مقادیر را برحسب یکای SI در آن جای گذاری کنیم:

$$B = \frac{\mu_0 NI}{\ell} = \frac{12 \times 10^{-7} \times 5 \times 10^2 \times 0/4}{0/1} = 24 \times 10^{-4} \text{ T} = 24 \text{ G}$$

جرم یخ را m_1 و جرم آب را m_2 در نظر می‌گیریم. بنابراین:

$$\begin{aligned} Q_1 &= Q_2 \Rightarrow m_1 \cancel{C_{\text{یخ}}^{0/5}} \Delta\theta + m_1 \cancel{L_F^{80}} + m_1 \cancel{C_{\text{آب}}^1} \Delta\theta = m_2 \cancel{C_{\text{آب}}^1} \Delta\theta \\ \Rightarrow m_1 \times 0/5 \times 10 + m_1 \times 80 + m_1 \times 1 \times 15 &= m_2 \times 50 \\ \Rightarrow 100m_1 &= 50m_2 \Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = 2 \end{aligned}$$