

گزینه ۴

۱

عنصر X پس از گسیل یک پرتو آلفا، یک الکترون و یک پوزیترون مراحل زیر را طی می‌کند:

$${}^A_ZX \rightarrow {}^4_2\alpha + {}^0_{-1}\beta + {}^0_{+1}\beta + {}^{A'}_{Z'}Y \Rightarrow \begin{cases} A = 4 + A' \Rightarrow A' = A - 4 \\ Z = 2 + Z' \Rightarrow Z' = Z - 2 \end{cases}$$

تعداد نوترون‌های عنصر جدید $\Rightarrow A' - Z' = A - 4 - Z + 2$

$$\xrightarrow{A=2Z} A' - Z' = Z - 2$$

$$\text{تعداد پروتون‌ها} - \text{تعداد نوترون‌ها} = Z - 2 - (Z - 2) = 0$$

گزینه ۲

۲

از تعریف پتانسیل الکتریکی داریم:

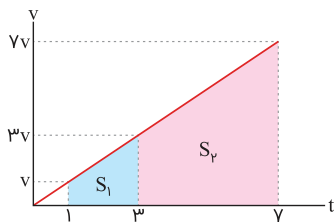
$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} \Rightarrow \Delta V = \frac{-W_t}{q} \Rightarrow \Delta V = \frac{-20}{-5} \Rightarrow \Delta V = 4V$$

$$\Rightarrow V_B - 6 = 4 \Rightarrow V_B = 10V$$

گزینه ۳

۳

از آن جایی که شتاب ثابت است، نمودار $v - t$ آن به صورت خطی خواهد بود و چون اندازه جابه جایی خواسته شده است اهمیتی ندارد شتاب را منفی در نظر بگیریم یا مثبت، پس:



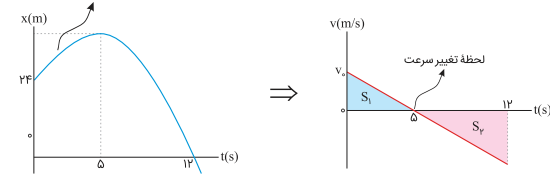
$$S_1 = \frac{(3v + v)(3 - 1)}{2} = 4v \Rightarrow 4v = 20 \Rightarrow v = 5 \text{ m/s}$$

$$S_2 = \frac{(7v + 3v)(7 - 3)}{2} = \frac{10v \times 4}{2} = 20v = 20 \times 5 = 100 \text{ m}$$

در لحظه $t = 5$ s تغییر سرعت داریم پس نمودار سرعت زمان مطابق شکل زیر خواهد بود.

دو مثلث ایجاد شده در نمودار $v - t$ ، متشابه‌اند پس:

شیب مثبت است پس سرعت مثبت است



$$\frac{S_2}{S_1} = \left(\frac{y}{\Delta}\right)^2 \Rightarrow \frac{S_2}{S_1} = \frac{49}{25} \quad (1)$$

از طرفی طبق داده صورت سوال $S_2 - S_1 = 24$ است پس:

$$S_2 - S_1 = 24 \xrightarrow{(1)} \frac{49}{25} S_1 - S_1 = 24 \Rightarrow \frac{24}{25} S_1 = 24 \Rightarrow S_1 = 25$$

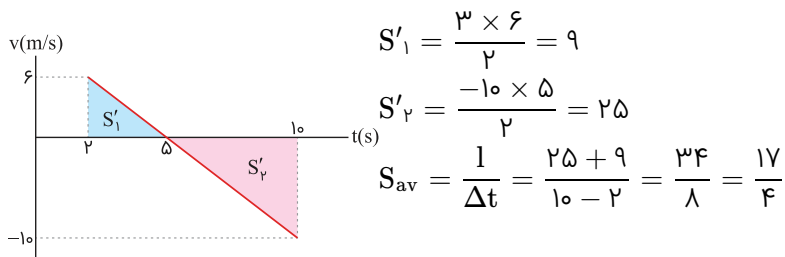
طبق نمودار $v - t$:

$$S_1 = \frac{\Delta \times v_0}{2} = 25 \Rightarrow v_0 = 10 \text{ m/s}$$

حال معادله سرعت را با توجه به ثابت بودن شتاب می‌نویسیم:

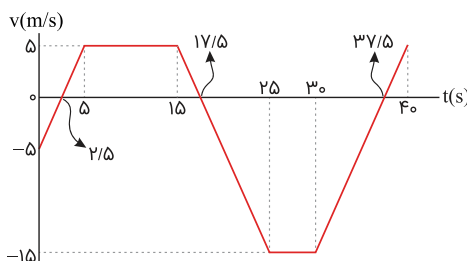
$$\left. \begin{aligned} v &= at + v_0 \Rightarrow v = at + 10 \\ a &= \frac{0 - 10}{\Delta - 0} = -2 \text{ m/s}^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow v = -2t + 10$$

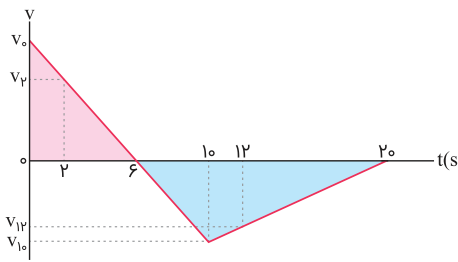
$$\Rightarrow \begin{cases} v_2 = -2 \times 2 + 10 = 6 \text{ m/s} \\ v_{10} = -2 \times 10 + 10 = -10 \text{ m/s} \end{cases}$$



از روی نمودار $a - t$ نمودار $v - t$ را رسم می‌کنیم:

$$l = \frac{25}{2} + \frac{(12/5 + 10)5}{2} + \frac{(20 + 5)15}{2} + \frac{2/5 \times 5}{2} = 262/5$$





$$\text{شیب خط} = \frac{-v_o}{6} = \frac{v_{10}}{4} \Rightarrow v_{10} = \frac{-2}{3}v_o \quad (1)$$

$$S_1 = \frac{v_o \times 6}{2} + \frac{v_{10} \times 14}{2} = 3v_o + 10v_{10} = 13\lambda$$

$$\xrightarrow{(1)} 3v_o + \frac{14}{3}v_o = \frac{23}{3}v_o = 13\lambda \Rightarrow v_o = 18 \text{ m/s} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} v_{10} = -12 \text{ m/s}$$

$$\text{شتاب در بازه زمانی } (0 \text{ s}, 10 \text{ s}) : a_1 = \frac{-v_o}{6} = \frac{-18}{6} = -3 \text{ m/s}^2$$

$$\Rightarrow v = -3t + 18$$

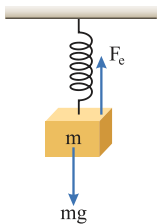
$$\text{شتاب در بازه زمانی } (10 \text{ s}, 20 \text{ s}) : a_2 = \frac{-v_{10}}{20 - 10} = \frac{+12}{10} = 1/2 \text{ m/s}^2$$

$$\Rightarrow v' = 1/2t - 12$$

$$\bar{a} = \frac{a_1(10 - 0) + a_2(20 - 10)}{20 - 0} = \frac{-3 \times 10 + 1/2 \times 10}{20} = \frac{-24 + 5}{20} = -2/16 \text{ m/s}^2$$

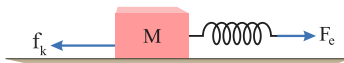
$$\Rightarrow |\bar{a}| = 2/16 \text{ m/s}^2$$

حالت اول:



$$F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow mg = k\Delta L \Rightarrow mg = 0/1k \quad (1)$$

حالت دوم:



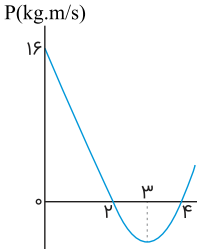
$$F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow F_e = f_k \Rightarrow k\Delta x = \mu F_N$$

$$\Rightarrow 0/02k = (0/2)Mg \Rightarrow Mg = 0/1k \quad (2)$$

به کمک رابطه‌های (۱) و (۲) نسبت خواسته شده را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{Mg}{mg} = \frac{0/1k}{0/1k} = 1$$

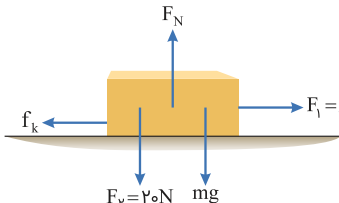
رابطه P با t درجه ۲ است و دو ریشه در $t = ۲s$ و $t = ۴s$ دارد پس معادله آن به صورت $P = k(t - ۲)(t - ۴)$ است. با قرار دادن $t = ۰$ در رابطه بالا مقدار k به دست می‌آید:



$$P = k(t - ۲)(t - ۴) \xrightarrow[t=۰s]{P=۱۶ \text{ kg.m/s}} ۱۶ = k(-۲)(-۴) \Rightarrow k = ۲$$

$$P = ۲(t - ۲)(t - ۴) \Rightarrow \begin{cases} t = ۳s \Rightarrow P = -۲ \text{ kg.m/s} \\ t = ۵s \Rightarrow P = ۶ \text{ kg.m/s} \end{cases}$$

$$F_{av} = \frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{۶ - (-۲)}{۵ - ۳} = ۴ \text{ N}$$



$$F_{net,y} = ۰ \Rightarrow F_N = F_g + mg = ۲۰ + ۵ \times ۱۰ = ۷۰ \text{ N}$$

از رابطه مستقل از زمان، شتاب را به دست می‌آوریم:

$$v^۲ - v_o^۲ = ۲a\Delta x \Rightarrow ۱۲^۲ - ۰ = ۲a \times ۱۲ \Rightarrow a = ۶ \text{ m/s}^۲$$

$$F_{net,x} = ma \Rightarrow F_1 - f_k = mg \Rightarrow ۶۵ - f_k = ۵ \times ۶ \Rightarrow f_k = ۳۵ \text{ N}$$

$$R = \sqrt{f_k^۲ + F_N^۲} = \sqrt{۳۵^۲ + ۷۰^۲} = ۷۵\sqrt{۵} \text{ N}$$

$$T_1 = \frac{t}{N} = \frac{۳۶}{۲۰} = ۱/۸ \text{ s}$$

$$\Rightarrow T_1 = ۲\pi\sqrt{\frac{L_1}{g}} \Rightarrow ۱/۸ = ۲\pi\sqrt{\frac{L_1}{\pi^۲}} = ۲\sqrt{L_1}$$

$$\Rightarrow L_1 = ۰/۸۱ \text{ m} = ۸۱ \text{ cm}, \quad L_۲ = ۸۱ - ۱۷ = ۶۴ \text{ cm}$$

$$\frac{T_۲}{T_1} = \sqrt{\frac{L_۲}{L_1}} = \sqrt{\frac{۶۴}{۸۱}} \Rightarrow \frac{T_۲}{۱/۸} = \frac{۸}{۹} \Rightarrow T_۲ = ۱/۶ \text{ s}$$

$$T_۲ = \frac{t}{N} \Rightarrow ۱/۶ = \frac{t}{N} \Rightarrow N = \frac{t}{۱/۶} = \frac{۴۰}{۱/۶} = ۲۵$$

از طرفی:

$$v = \sqrt{\frac{f}{\rho A}} = \sqrt{\frac{۲۳۴}{۷۸۰۰ \times ۳ \times ۱۰^{-۶}}} = \sqrt{\frac{۲۳۴}{۷۸ \times ۳ \times ۱۰^{-۴}}} = ۱۰۰ \text{ m/s}$$

$$\lambda = \frac{v}{F} = \frac{۱۰۰}{۲۰۰} = ۰/۵ \text{ m} = ۵۰ \text{ cm}$$

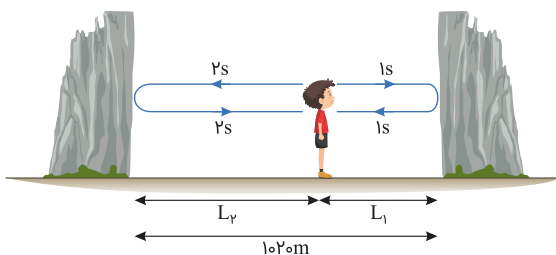
فاصله یک دره تا یک قله برابر $\frac{\lambda}{۲}$ است پس $\frac{\lambda}{۲} = ۲۵ \text{ cm}$.

معادله داده شده را با معادله مکان زمان نوسانگر مقایسه می‌کنیم:



$$x = 0.04 \cos \frac{4\pi}{3} t, \quad x = A \cos \omega t \Rightarrow \begin{cases} A = 0.04 \text{ m} = 4 \text{ cm} \\ \omega = \frac{4\pi}{3} \Rightarrow T = \frac{3}{2} \text{ s} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta t = \frac{2T}{6} \Rightarrow \Delta t = \frac{2 \times \frac{3}{2}}{6} = 0.5 \text{ s}$$



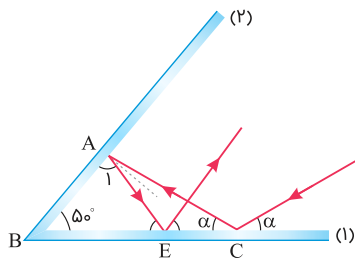
$$\text{پژواک اول} = 2 \text{ s}$$

$$\text{پژواک دوم} = 2 + 2 = 4 \text{ s}$$

$$v = \frac{1020}{3} = 340 \text{ m/s}$$

$$L_1 = v \times t_1 = 340 \times 1 = 340 \text{ m}$$

زوایای مشخص شده در رأس E، هستند چون پرتو خروجی نهایی موازی آینه (۲) است. پس زاویه A برابر ۸۰° است. در نتیجه دو زاویه تابشی و بازتابشی در رأس A برابر ۱۰° می‌شوند. پس در مثلث ABC:



$$\hat{A} = 80^\circ + 10^\circ + 10^\circ = 100^\circ, \quad \hat{B} = 50^\circ, \quad \hat{C} = \alpha$$

$$\Rightarrow \alpha = 180^\circ - 100^\circ - 50^\circ = 30^\circ$$

در مرحله (۲) بیشتر الکترون‌ها در تراز بالاتر قرار دارند (وارونی جمعیت)- مرحله (۴) گسیل القایی را نشان می‌دهد.

کمترین انرژی مربوط به گذار ۵ به ۴ است:

$$\left| \frac{E_R}{n^2} - \frac{E_R}{n'^2} \right| = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow \left| \frac{13/6}{16} - \frac{13/6}{25} \right| = \frac{1240}{\lambda_1} \Rightarrow \lambda_1 = 4052 \text{ nm}$$

بیشترین انرژی مربوط به گذار ۲ به ۱ است:

$$\left| \frac{E_R}{n^2} - \frac{E_R}{n'^2} \right| = \frac{hc}{\lambda_2} \Rightarrow \left| \frac{13/6}{4} - \frac{13/6}{1} \right| = \frac{1240}{\lambda_2} \Rightarrow \lambda_2 = 121 \text{ nm}$$

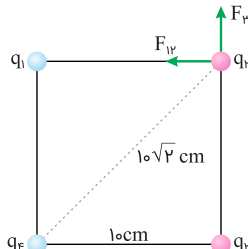
$$\lambda_1 - \lambda_2 = 4052 - 121 = 3931 \text{ nm}$$

رابطه $U = \frac{Q^2}{2C}$ را به کار می‌بریم:

$$U_2 - U_1 = \frac{Q_2^2}{2C} - \frac{Q_1^2}{2C} = \frac{Q_2^2 - Q_1^2}{2C}$$

$$\frac{Q_2 = \frac{5}{4} Q_1}{\Rightarrow U_2 - U_1 = \frac{\frac{25}{16} Q_1^2}{2C} \Rightarrow 25 = \frac{\frac{25}{16} Q_1^2}{2 \times 400}$$

$$\Rightarrow Q_1 = \sqrt{\frac{25 \times 2 \times 400 \times 16}{25}} = 40 \mu\text{C}$$



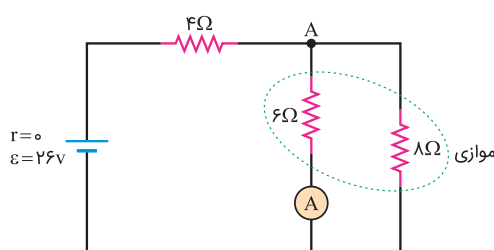
$$F_{12} = \frac{kq_1 q_2}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{5 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^{-6}}{(0.1)^2} = 9 \text{ N}$$

$$F_{23} = \frac{kq_2 q_3}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{5 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^{-6}}{(0.1)^2} = 9 \text{ N}$$

برآیند دو نیروی F_{12} و F_{23} برابر $9\sqrt{2} \text{ N}$ است، پس F_{42} باید از نوع جاذبه باشد:

$$F_T = -18 \text{ N} \Rightarrow 18 - (9\sqrt{2})^2 = F_{42}^2 \Rightarrow F_{42}^2 = 162 \Rightarrow F_{42} = 9\sqrt{2} \text{ N}$$

$$F_{42} = \frac{kq_4 q_2}{r_{42}^2} = 9\sqrt{2} = \frac{9 \times 10^9 \times q_4 \times 2 \times 10^{-6}}{(10\sqrt{2} \times 10^{-2})^2} \Rightarrow q_4 = -10\sqrt{2} \mu\text{C}$$



$$R_T = \frac{6 \times 8}{6 + 8} + 4 = \frac{52}{7} \Omega$$

$$I_T = \frac{\varepsilon}{R_T + r} = \frac{26}{\frac{52}{7}} = 3.5 \text{ A}$$

جریان در شاخه‌های موازی به نسبت عکس مقاومت‌ها تقسیم می‌شود، پس:

در حالت دوم که جای آمپرسنج آرمانی و باتری عوض می‌شود:

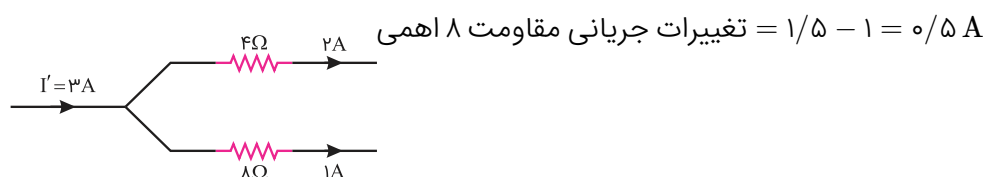
$$I = 3.5 \text{ A}$$

$$I_1 = 2 \text{ A}$$

$$I_2 = 1.5 \text{ A}$$

$$R'_T = \frac{8 \times 4}{8 + 4} + 6 = \frac{26}{3} \Omega$$

$$I'_T = \frac{\varepsilon}{R'_T + r} = \frac{26}{\frac{26}{3} + 0} = 3 \text{ A}$$



تغییرات جریانی مقاومت ۸ اهمی $= 1.5 - 1 = 0.5 \text{ A}$

$$\left. \begin{aligned} \text{در حالت متوالی: } I &= \frac{24}{R_T + 2} = \frac{24}{R_v + 6} \\ \text{در حالت موازی: } I &= \frac{24}{\frac{4R_v}{4 + R_v} + 2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{P_1}{P_v} = \frac{R_T I_1^2}{R'_T I_v^2}$$

$$\Rightarrow \frac{64}{100} = \frac{(R_v + 4) \left(\frac{24}{R_v + 6} \right)^2}{\left(\frac{4R_v}{4 + R_v} \right) \left(\frac{24}{\frac{4R_v}{4 + R_v} + 2} \right)^2}$$

با جاگذاری گزینه‌ها در معادله بالا $R_v = 4 \Omega$ به دست می‌آید.

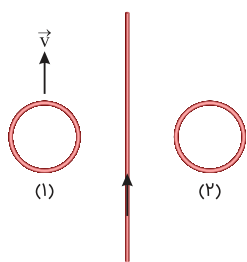
حالت اول: $I = \frac{\varepsilon}{R + r} = \frac{12}{6} = 2 \text{ A} \Rightarrow V = \varepsilon - I_r = 12 - 2(1) = 10 \text{ V}$

حالت دوم: $I = 0 \Rightarrow V = \varepsilon = 12 \text{ V}$

مورد الف و ب درست است.

از رابطه نیروی محرکه القایی داریم:

$$\varepsilon = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = -100 \times 50 \times 10^{-4} \times \frac{(-200 \times 10^{-4})}{0.1} \Rightarrow \varepsilon = 0.1 \text{ V}$$



حلقه ۲ در حال دور شدن $\Leftarrow \downarrow \Phi \Leftarrow$ طبق قانون لنز میدان مغناطیسی القایی هم جهت با میدان مغناطیسی حاصل از سیم مستقیم است (درون سو) $\Leftarrow$ جهت جریان طبق قاعده دست راست در حلقه ۲ ساعتگرد است. جهت جریان در حال کاهش $\Leftarrow$ در حلقه ۱، میدان کاهش می یابد $\Leftarrow \downarrow \Phi \Leftarrow$ طبق قانون لنز میدان مغناطیسی القایی و میدان مغناطیسی حاصل از سیم هم جهت هستند (برون سو) $\Leftarrow$ جهت جریان طبق قاعده دست راست در حلقه ۱ پاد ساعتگرد است

ابتدا از رابطه چگالی، ارتفاع آب و جیوه را به دست می آوریم:

$$\text{فشار بر حسب جیوه} \begin{cases} h_{\text{Hg}} = \frac{272}{13/6 \times 20} = 1 \text{ cm} \\ h_{\text{H}_2\text{O}} = \frac{544}{1 \times 20} = 27/2 \end{cases} \Rightarrow \rho_{\text{H}_2\text{O}} h_{\text{H}_2\text{O}} = \rho_{\text{Hg}} h_{\text{Hg}}$$

$$\Rightarrow 1 \times 27/2 = 13/6 \times h_{\text{Hg}} \Rightarrow h_{\text{Hg}} = 2 \text{ cm}$$

$$P_{\text{کل}} = P_{\text{Hg}} + P_{\text{H}_2\text{O}} + P_0 = 1 + 2 + 75 = 78 \text{ cm Hg} = 78 \times 1360 = 106080 \text{ Pa}$$

طبق قضیه پایستگی انرژی داریم:

$$W_f = \Delta K + \Delta U = \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_i^2) + mg(h_f - h_i)$$

$$\Rightarrow W_f = \frac{1}{2} \times \frac{2}{10} (18^2 - 10^2) + \frac{2}{10} \times 10(0 - 15) = -7/6 \text{ J}$$

$$Q_{\text{آب}} + Q_{\text{مس}} + Q_{\text{فلز}} = 0 \Rightarrow (mc\Delta\theta)_{\text{آب}} + (mc\Delta\theta)_{\text{مس}} + (C\Delta\theta)_{\text{فلز}} = 0$$

$$\Rightarrow (0/52 \times 4200 \times 5) + (0/1 \times 400 \times (-30)) + (C_{\text{فلز}} \times (-40)) = 0$$

$$\Rightarrow 10920 - 1200 = 40^\circ \text{C} \Rightarrow C_{\text{فلز}} = 243 \text{ J}/^\circ \text{C}$$

$$K = \frac{1}{2} mv^2 \Rightarrow K = \frac{1}{2} (200)(2500)^2 = 625 \times 10^6 \text{ J} = 6/25 \times 10^9 \text{ MJ}$$

ابتدا دما را بر حسب درجه سلسیوس به دست می آوریم:

$$F = \frac{9}{5} \theta + 32 \Rightarrow 5\theta = \frac{9}{5} \theta + 32 \Rightarrow \theta = 10^\circ \text{C}$$

سپس از رابطه $T = 273 + \theta$ ، دما را به کلین تبدیل می کنیم:

$$T = \theta + 273 = 10 + 273 = 283 \text{ K}$$

$$q = 160 \times 10^{-10} \times 10^{-6} = 160 \times 10^{-16} = 1/6 \times 10^{-14} \text{ C}$$

$$F = qvB \sin \theta \Rightarrow B = \frac{F}{qvB \sin \theta} = \frac{4 \times 10^{-14}}{1/6 \times 10^{-14} \times 5 \times 10^5 \times 1} = 0/5 \text{ T}$$

در حالتی نیرو بیشینه است که $\theta = 90$ باشد

طبق قاعده دست راست داریم:

